ABHANDLUNGEN ZUR ATOMISTISCHEN THEORIE DER ELEKTRODYNAMIK

W. E. Weber

Digitized by Google

Columbia College
in the City of New York.
Library.

BARNARD LIBRARY

Library of
Dr. Otto von Struve.
bought from
Barnard Library Fund.

Digitized by Google

PRINCIPIEN

EINER

ELEKTRODYNAMISCHEN THEORIE

DER

MATERIE.

Digitized by Google

Wilhelm Weber.

Photographie v. Gebr. Nevlle in Göttingen, d. 15. Juli 1876

Lichtdruck v. Naumann in Leipzig

Digitized by Google

LEIPZIG,
VERLAG VON
1818.

Digitized by Google

Digitized by Google

PRINCIPIEN

EINER

ELEKTRODYNAMISCHEN THEORIE

DER

MATERIE

VON

JOHANN CARL FRIEDRICH ZÖLLNER

PROFESSOR DER ASTROPHYSIK AN DER UNIVERSITÄT ZU LEIPZIG.

Λαμπάδια ἔχοντες διαδώσουσιν ἀλλήλοις.
PLATO.

ERSTER BAND.

I. BUCH.

ABHANDLUNGEN ZUR ATOMISTISCHEN THEORIE DER ELEKTRODYNAMIK

VON

WILHELM WEBER.

MIT EINER PHOTOLITHOGRAPHIE UND DREI TAFELN.

LEIPZIG,

VERLAG VON WILHELM ENGELMANN.

1876.

Digitized by Google

„So sehr es in der Ordnung ist, dass bei der allmäligen Ausbildung der Wissenschaft und bei der Belehrung des Individuums das Leichtere dem Schwereren, das Einfache dem Verwickelten, das Besondere dem Allgemeinen vorangeht, so fordert doch der Geist, einmal auf dem höhern Standpunkte angelangt, den umgekehrten Gang."

GAUSS.
1829.
Über ein neues allgemeines Grundgesetz der Mechanik.

„Die wahre Constitution der Körper und die davon abhängigen wahren, wenn auch complicirteren Vorgänge, die von einfacheren Vorgängen doch nur theilweise vertreten gedacht werden können, werden, aller Hindernisse ungeachtet, doch immer Gegenstand und letztes Ziel der Forschung bleiben."

WILHELM WEBER.
1875.
Über die Bewegung der Elektricität in Körpern von molecularer Constitution.

Das Recht der Übersetzung ist vorbehalten.

Digitized by Google

WILHELM WEBER

ZU SEINEM

FUNFZIGJAEHRIGEN DOCTOR-JUBILAEUM

AM 26. AUGUST 1876

IN

VEREHRUNG UND FREUNDSCHAFT

GEWIDMET.

150936

Digitized by Google

Digitized by Google

An Wilhelm Weber.

Leipzig, im August 1876.

Funfzig Jahre einer ununterbrochenen und von seltenen Erfolgen gekrönten wissenschaftlichen Thätigkeit liegen heute vollendet vor Ihren Blicken! Nur wenigen Auserwählten ist es, wie Ihnen, hochverehrter Freund, beschieden, am Abende eines thatenreichen Lebens in ungetrübter Frische des Geistes und jugendlicher Rüstigkeit des Körpers ein halbes Jahrhundert menschlicher Culturentwickelung denkend zu überschauen, — einer Entwickelung, wie sie grossartiger in ihrer Erscheinung und tiefer in der Umgestaltung menschlicher Verhältnisse die Geschichte noch niemals zuvor verzeichnet hat.

Ihre Wiege stand in jener altehrwürdigen Stadt, welche durch die geistbefreienden Heldenthaten eines Luther und Melanchthon die welthistorische Bedeutung einer Geburtsstätte deutscher Geistes- und Willenskraft erlangt hat. Als aber Ihre Augen das Licht dieser Welt erblickten, stand Deutschland am Vorabende seiner tiefsten Erniedrigung, und nur der felsenfeste Glaube an die unbesiegbare Macht seiner Ideale war es, welcher das deutsche Volk vor der Verzweiflung bewahrte. Doch bereits als Knabe war Ihnen das Glück beschieden, die Schatten jener trüben Nacht in der dämmernden Morgenröthe des anbrechenden Tages entschwinden zu sehen. Unter dem Donner der Kanonen, welcher Freiheit verkündend aus den Völkerkämpfen auf den blutgetränkten Gefilden Leipzigs nach jenem kleinen Asyl zu Ihnen hinüber

Digitized by Google

klang, wohin Sie mit Eltern und Geschwistern vor Kriegsgefahr aus Ihrer Vaterstadt geflüchtet waren, feierten Sie Ihren neunten Geburtstag. So wurde Ihr kostbares Leben von dem höchsten Lenker menschlicher Geschicke in seine Obhut genommen, um dereinst Ihrem Vaterlande auf friedlicheren Gefilden dem Lorbeer des Kriegers die Palme des Denkers zuzugesellen. Aber auch auf diesem Felde menschlicher Kraftentfaltung verkündeten Sie durch laut redende Thaten, dass Wollen und Erkennen, dass Handeln und Denken in der individuellen Erscheinung des Menschlichen eine unzertrennliche Einheit bilden. Gegenüber der unwürdigen Zumuthung, um irdischer Güter willen die Treue gegen sich selbst zu brechen, opferten Sie mit noch sechs anderen Ihrer Amtsgenossen Ihre Stellung an der Universität zu Göttingen auf dem Altare der Wahrheit und Gerechtigkeit. Es war ein feierlicher und echt deutscher Protest gegen das moderne Sophisma eines vernünftelnden und mattherzigen Egoismus, welcher in heuchlerischer Verblendung den persönlichen vom wissenschaftlichen Charakter eines Gelehrten zu trennen versucht, als könne der Mensch im täglichen Leben ein eitler und kleinlicher Egoist, im wissenschaftlichen Leben dagegen ein rückhaltloser Freund und Förderer der Wahrheit sein.

Ihr Vertrauen auf den höheren Werth der idealen Güter unserer Natur ist von der Vorsehung als ein heilbringender Glaube bekräftigt und reich belohnt worden. In Gauss schenkte sie Ihnen einen der grössten Mathematiker und tiefsinnigsten Naturforscher aller Zeiten zum Lehrer und Freunde, mit dem Sie von nun an, fast volle zwanzig Jahre durch gemeinsames Streben verbunden, still und geräuschlos den kostbaren Schatz der menschlichen Erkenntniss bereichern sollten. Wer aber möchte Sie nicht um dieses seltene Glück und die Conception einer solchen Fülle von fruchtbaren Ideen beneiden, welche, zur Wirklichkeit entfaltet, unserem Jahrhundert seinen bedeutsamsten Charakter zu verleihen im Stande waren!

Denn die Lust und das reine Vergnügen, welche die selbstlose und erfolgreiche Erweiterung unserer Erkenntniss begleiten, ist eine der edelsten Blüthen am weitverzweigten Baume der Menschheit, und bereits vor 188 Jahren

Digitized by Google

preist der englische Philosoph John Locke*) dieses Glück der Erkenntniss in seiner berühmten Abhandlung »Über den menschlichen Verstand« in folgenden schönen Worten:

»Man kennt den Gegenstand dieser Abhandlung, den Verstand, nur sehr wenig, wenn man nicht weiss, dass es nicht blos das oberste Vermögen der Seele ist, sondern sein Gebrauch auch ein grösseres und beständigeres Vergnügen als alles Andere gewährt. Seine Forschungen nach Wahrheit sind eine Art Jagd, wo schon die Verfolgung allein einen grossen Theil des Vergnügens ausmacht.

Der Verstand urtheilt, gleich dem Auge, über die Gegenstände nur nach seinem eigenen Gesicht; was er entdeckt, muss ihm deshalb Freude machen, und was ihm entgeht, kann ihn nicht betrüben, weil es ihm unbekannt bleibt. Wer sich über den Almosenkorb erhoben hat, und nicht blos träge von den Brosamen erbettelter Meinungen lebt, sondern es unternimmt, durch eignes Denken die Wahrheit zu finden und zu verfolgen, wird — was er auch erlangt — die Zufriedenheit des Jägers empfinden; jeder Zeitpunkt in ihrer Verfolgung wird seine Mühe mit einer Freude lohnen, und er wird mit Recht seine Zeit nicht für schlecht angewendet halten, selbst wenn er eben nichts Grosses erlangt haben sollte.

Dies, geehrter Leser, ist der Genuss derer, welche ihre Gedanken loslassen und ihnen schreibend nachfolgen.

Man tadelt es vielleicht als eine grosse Eitelkeit oder Dreistigkeit, wenn ich mir herausnehme, unser kluges Zeitalter zu belehren.

Offen gestanden, scheint es mir indessen mehr nach Eitelkeit oder Anmaassung zu schmecken, wenn man mit erkünstelter Bescheidenheit seine eigenen Schriften für werthlos erklärt, als wenn man ein Buch aus einem anderen Grunde veröffentlicht; denn es ist eine Verletzung der dem Publicum schuldigen Achtung, wenn man Bücher druckt und deshalb auf Leser derselben hofft, obgleich sie nichts Nützliches für sich darin finden sollen.

Die Grundsätze, Begriffe und der Geschmack der Menschen sind so verschieden, dass man schwerlich ein Buch finden wird, was Allen gefällt oder Allen missfällt. Ich weiss, dass das jetzige Zeitalter nicht das schwächste an Wissen ist, und dass es deshalb nicht leicht zu befriedigen ist.

Schwere und falsch angewendete Worte ohne Sinn haben so sehr das Recht erlangt, für tiefe Gelehrsamkeit und erhabenes Denken zu gelten, dass man jetzt weder den Redner noch die Zuhörer davon überzeugen kann, wie damit nur die Unwissenheit und die Hemmnisse des wahren Wissens verdeckt werden.

Wenn ich in dieses Heiligthum von Eitelkeit und Unwissenheit einbreche, so leiste ich vielleicht dem menschlichen Verstande damit einen Dienst, obgleich allerdings

*) John Locke, *An Essay concerning Human Understanding.* 15th Ed. Vol. 1. The Epistle to the Reader. d. d. 24. Mai 1689. Vgl. deutsche Ausgabe von Kirchmann. S. 18.

Digitized by Google

Wenige glauben, dass sie durch Worte täuschen oder getäuscht werden können, oder dass die Sprache ihrer Secte an Fehlern leide, die untersucht und verbessert werden müssen.

Wenn ich nicht das Glück habe, zu gefallen, so braucht doch auch Niemand sich durch mich für verletzt zu halten.«

Dieses höchste Glück des reinen Erkennens, welches Locke hier in beredten Worten schildert, ist Ihnen in reichstem Maasse zu Theil geworden. Gleichzeitig aber sollten Sie und Ihr grosser Zeitgenosse hierbei der Welt eine glänzende Bestätigung der Wahrheit liefern, dass die Erkenntniss, um ihrer selbst willen und nicht um praktischer oder industrieller Zwecke halber gefördert, ganz von selbst auch dem Leben Früchte bringt, indem sie neue und ungeahnte Quellen des nationalen Reichthums und industriellen Erwerbes erschliesst; Ihnen und Ihrem Freunde Gauss verdankt die Welt, wie unbestritten anerkannt wird, die erste wirklich praktisch-gelungene Ausführung des elektrischen Telegraphen, und die transatlantische Telegraphie kehrt vielleicht in nicht allzu ferner Zeit zu denjenigen einfachen Methoden zurück, welche Gauss auf dem Principe der Magneto-Induction zuerst begründet und in Gemeinschaft mit Ihnen praktisch ausgeführt hat. Wer wollte heute den tiefgreifenden Einfluss dieser Erfindung verkennen, welche, ungesucht und gleichsam gelegentlich bei rein wissenschaftlichen Bestrebungen gefunden, unser ganzes Culturleben beherrscht und umgestaltet hat!

Ist es nun aber schon ein reich beglückendes Gefühl, am unbewölkten Abend eines langen Lebens, die in weihevollen Stunden empfangenen Gedanken zu einer lebensvollen Wirklichkeit von kaum geahnter Macht und Fülle verkörpert zu sehen, so muss es ein noch höheres Gefühl der Befriedigung gewähren, im Schatten desselben Baumes der Erkenntniss denkend verweilt zu haben, von welchem vor zweihundert Jahren der grosse Newton die erste Frucht in Gestalt eines Unsterblichkeit verleihenden Apfels hatte zur Erde hatte fallen sehen.

In der That bildet nach meiner Überzeugung die Krone aller Ihrer wissenschaftlichen Schöpfungen die Entdeckung und consequente Anwendung jenes Fundamentalgesetzes der elektrodynamischen Wechselwirkung zweier

Digitized by Google

Elektricitätstheilchen, welches Sie vor dreissig Jahren durch Interpretation des von Ihnen durch vollkommnere Experimente bewiesenen empirischen Grundgesetzes von Ampère abgeleitet haben. Man hat Ihr Gesetz, soweit es sich auf bewegte Elektricitätstheilchen bezieht, mit Unrecht als eine Hypothese bezeichnet. Denn wenn man einmal die auf andern Gebieten der Naturforschung angenommene atomistische Constitution der Materie auch auf die elektrischen Flüssigkeiten überträgt, so ist Ihr Gesetz ebensowenig eine Hypothese, wie dasjenige Newton's. »*Hypotheses non fingo!*« können Sie mit vollkommen demselben Rechte wie Newton ausrufen. Ganz ebenso wie dieser die empirischen Gesetze Kepler's mit Hülfe der Galilei'schen Principien interpretirte und das Resultat dieser Interpretation durch das Gravitationsgesetz ausdrückte, ebenso waren Sie im Stande, durch Anwendung derselben Galilei'schen Principien auf die empirischen Gesetze Ampère's Ihr Grundgesetz der Elektrodynamik als Resultat dieser Interpretation auszusprechen.

So lange Ihr Gesetz nur auf die Bewegungen elektrischer Theilchen angewandt wurde, war es fraglich, in wieweit man berechtigt sei, dasselbe auch verallgemeinert auf ponderabele Massen anzuwenden. Sie selbst hatten zwar bereits in Ihrer ersten Abhandlung über diesen Gegenstand darauf hingewiesen, dass die aus einer solchen Generalisation Ihres Gesetzes hervorgehenden Abweichungen zwischen beobachteten und berechneten Erscheinungen nicht in den Bereich unserer Wahrnehmung fallen würden. Vor zwölf Jahren erschien über diesen Gegenstand eine ausführliche Abhandlung*) ohne numerische Berechnung wirklicher Himmelserscheinungen. Erst vor fünf Jahren war ich im Stande, die folgenden numerischen Angaben mitzutheilen, welche ich der Güte meines Freundes und Collegen Scheibner verdanke:

> »Unter Beibehaltung des numerischen Werthes der Weber'schen Constanten c könnte ein Unterschied höchstens in der Bewegung des Merkur beobachtet werden, indem hier eine saeculare Aenderung des Perihels von 6.73 Bogensecunden hervorgebracht wurde. Bei der Venus betrüge dieser Einfluss nur noch 1.43 Secunden.«**)

*) *De motu perturbationibusque planetarum secundum legem electrodynamicam Weberianam solem ambientium Scripsit C. Seegers. Gottingae* 1864.

**) Über die Natur der Cometen. Beiträge zur Geschichte und Theorie der Erkenntniss. Leipzig 1872. S. 334.

Diese Angaben haben nach Verlauf kaum eines halben Jahres nach dem Erscheinen meines Buches eine vollkommen unabhängige Bestätigung in Frankreich erhalten, indem Herr Tisserand am 30. September 1872 der französischen Akademie eine Abhandlung*) mittheilte, in welcher er gleichfalls an Stelle des Newton'schen Gesetzes Ihr elektrodynamisches Gesetz auf die planetarischen Bewegungen anwendet. Hierbei findet Herr Tisserand für die saeculare Aenderung des Perihels beim Merkur den Werth 6.28, bei der Venus den Werth 1.32 Secunden, also zwei Werthe, welche fast genau mit den oben von mir mitgetheilten übereinstimmen.

Ich darf daher heute mit noch grösserer Zuversicht als vor fünf Jahren die folgende Behauptung wörtlich wiederholen:

»Die Bewegungen der Himmelskörper lassen sich durch das von Weber für die Elektricitäten gefundene Gesetz innerhalb der Grenzen unserer Beobachtungen ebenso gut wie durch das Newton'sche Gesetz darstellen.

Da nun aber, wie gezeigt, das Newton'sche Gesetz als ein specieller Fall im Weber'schen Gesetze enthalten ist und die Einwände betreffs der Zulässigkeit dieses Gesetzes vom Standpunkte des Princips von der Erhaltung der Energie beseitigt sind, so müsste nach den Regeln einer rationellen Induction das Weber'sche Gesetz an Stelle des Newton'schen Gesetzes für die Wechselwirkung ruhender und bewegter materieller Theilchen angenommen werden.«**

In meiner letzten Abhandlung***) habe ich versucht, dieser Behauptung dadurch noch eine neue Stütze zu verleihen, dass ich zeigte, wie die Newton'sche Gravitation als eine Resultante aus den statisch-elektrischen Eigenschaften der letzten Elemente der Materie abgeleitet werden kann. Betrachtet man nämlich als diese letzten, physikalisch nicht mehr theilbaren, Elemente der Körper die beiden trägen Massentheilchen ε und ε', mit welchen in Ihrer atomistischen Theorie der elektrischen Erscheinungen die Eigenschaften der positiven und

*) Tisserand, »*Sur le mouvement des planètes autour du Soleil d'après la loi électrodynamique de Weber. Comptes rendus* 1872. *Sept.* 30.

**) Natur der Cometen u. s. w. S. 334.

***) Über die physikalischen Beziehungen zwischen hydrodynamischen und elektrodynamischen Erscheinungen und die Widerlegung des elementaren Potentialgesetzes von Helmholtz durch elektrodynamische Versuche mit geschlossenen Strömen. Berichte der Königl. Sächs. Gesellschaft d. W. Sitzung am 12. Febr. 1876.

Digitized by Google

negativen Elektricitätstheilchen verbunden sind, so lässt sich zeigen, dass die Annahme eines etwas grösseren Werthes des attractiven Potentials zweier ungleichartigen Elektricitätstheilchen, im Vergleich zu dem repulsiven Potentiale zweier gleichartigen Theilchen, ausreichend ist, um allen materiellen Körpern diejenige Eigenschaft zu ertheilen, welche ihnen von Newton zur Erklärung der Himmelsbewegungen beigelegt worden ist. Der numerische Unterschied dieser positiven Potentialdifferenz beläuft sich auf eine Grösse, welche kleiner als $\frac{1}{6 \times 10^{40}}$ des Werthes einer der beiden repulsiven Potentiale ist, so dass an eine directe elektroskopische Beobachtung dieser Differenz nicht gedacht werden kann.

Sie wissen es, hochverehrter Freund, eine wie grosse Freude es mir bereitete, als ich nach längeren Bemühungen die Andeutung analoger Ideen von der specifischen Identität der elektrischen und gravitirenden Fernewirkung der Materie in einer Abhandlung Mosotti's*) wiederfand, in welcher derselbe durch die Annahme einer ähnlichen Potential-Differenz zu dem folgenden Ausspruche gelangt:

> »*Il y a une classe de phénomènes, assez singuliers au premier abord, dans lesquelles néanmoins il parait que la nature, en séparant les forces qu'elle emploie, a voulu se montrer dans tout sa simplicité. Tels sont les phénomènes qu'on classe sous la dénomination d'électricité statique.*
>
> *L'attraction universelle elle même peut découler comme une déduction des principes qui règlent les forces électriques.*«

Das Band, welches nach diesen Betrachtungen die gravitirenden und elektrischen Fernewirkungen in der Natur zu verknüpfen scheint, ist im Bereiche der statischen Phänomene ein analoges, wie dasjenige Band, welches Sie vor dreissig Jahren zwischen den magnetischen und elektrischen Fernewirkungen im Gebiete der dynamischen Erscheinungen entdeckt haben. Diese Analogie erläuterte ich in meiner oben erwähnten Abhandlung, S. 202 a. a. O., mit folgenden Worten:

---

*) Mosotti, *Sur les forces qui régissent la constitution intérieure des corps.* Turin 1836. — Ich fand diese Abhandlung im September vorigen Jahres in der Bibliothek Lord Lindsay's in Dun Echt bei Aberdeen, dessen Güte ich ihre längere Benutzung verdanke.

Digitized by Google

»Um Missverständnisse zu vermeiden, erlaube ich mir hier ausdrücklich zu bemerken, dass ich durch diesen Beweis nicht etwa beanspruche, eine mechanische Erklärung der Newton'schen Gravitationskraft geliefert zu haben, sondern ich behaupte nur, dass diese den materiellen Körpern eigenthümliche gravitirende Fernewirkung auf eine statische Resultante zweier elektrischen Fernewirkungen zurückgeführt werden kann, in ähnlicher Weise, wie Wilhelm Weber die magnetische Fernewirkung der Körper auf eine dynamische Resultante derselben beiden elektrischen Fernewirkungen zurückgeführt hat. Zwischen diesen beiden Resultanten findet der bemerkenswerthe Unterschied statt, dass bei der statischen Resultanten (der Gravitation) die polaren Eigenschaften der elektrischen Componenten verschwunden sind, während bei der dynamischen Resultanten (dem Magnetismus) diese polaren Eigenschaften in modificirter Gestalt wieder zum Vorschein kommen. Beide Resultanten repräsentiren jedoch den Grundcharakter aller chemischen Verbindungen, bei welchen die Eigenschaften der verbundenen Bestandtheile verschwinden oder so modificirt wieder zu Tage treten, dass wir in der Verbindung einen neuen Körper, d. h. ein mit neuen Eigenschaften begabtes Aggregat materieller Theilchen zu besitzen glauben. Es liegt daher in dieser Eigenschaft, welche bisher als unterscheidender Charakter aller chemischen Wechselwirkungen der Körper betrachtet wurde, hinfort kein Grund mehr, die chemische Wechselwirkung als eine specifisch von der elektrischen Wechselwirkung der letzten Elemente der Materie verschiedene Wirkung aufzufassen.«

Wenn die von Ihnen wiederholt in Ihren Schriften ausgesprochene Anschauung von der Gleichartigkeit der chemischen und elektrischen Kräfte durch diese quantitative Differenz der statisch-elektrischen Potentiale eine neue Stütze für die mechanische Erklärung der chemischen Erscheinungen gewinnt, so müssen sich auch die sogenannten Molecularkräfte der Cohäsion, Adhäsion und Reibung auf elektrische Wechselwirkungen der beharrlichen Molecularströme zurückführen lassen, welche nach Ampère's und Ihren Ansichten in allen Körpern vorhanden sind und daselbst nach denselben Gesetzen ununterbrochen fortbestehen, nach welchen die Himmelskörper in ununterbrochener Bewegung in ihren Bahnen kreisen. Ich habe mich gleichfalls in meiner letzten Arbeit bemüht, die Fruchtbarkeit dieser Auffassung an einigen Beispielen zu erläutern. Dass ich hiermit nichts Anderes gethan habe, als die mir von Ihnen zu wiederholten Malen mündlich ausgesprochenen Ideen auf concrete Fälle anzuwenden, brauche ich Ihnen gegenüber nicht noch besonders hervorzuheben. Aber unter den Lebenden erkenne ich Sie allein als den

Digitized by Google

competenten Richter meiner Bestrebungen an, und Sie werden begreifen, wie mir kein schönerer Lohn für diese Arbeit zu Theil werden konnte, als der Beifall, dessen sich dieselbe bei Ihnen zu erfreuen hatte. —

Das Gesetz, welches Sie für die Wechselwirkung zweier elektrischen Theilchen vor dreissig Jahren gefunden hatten, ist vom Standpunkte des allgemeinen Princips der Erhaltung der Kraft in unseren Tagen bekämpft worden. Herr Helmholtz hatte im Jahre 1847 in seiner Schrift »Über die Erhaltung der Kraft« die irrthümliche Behauptung aufgestellt, dass ein Kraftgesetz mit diesem Principe nur dann im Einklange sich befinden könne, wenn die Grösse der Kraft »nur von der Entfernung der auf einander wirkenden Punkte abhängt«. Diese Behauptung ist jedoch vor vier Jahren von Herrn Helmholtz selber als eine irrthümliche berichtigt worden, indem derselbe in den Monatsberichten der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin vom April 1872 (S. 250) wörtlich erklärt:

»Dagegen diesen noch complicirteren Fall, welchen das Weber'sche Gesetz aufstellt, wo die Kräfte von den Coordinaten und von den ersten und zweiten Differentialquotienten derselben nach der Zeit abhängen, hatte ich damals (1847) nicht berücksichtigt, und dieser Fall ist mit einer etwas erweiterten Form des Gesetzes von der Erhaltung der Energie allerdings vereinbar.«

Ein englischer Physiker, Herr Tait, hat sich indessen durch jene irrthümliche Behauptung des Herrn Helmholtz verleiten lassen, von diesem Gesichtspunkte aus öffentlich Ihr elektrodynamisches Grundgesetz als ein solches zu bezeichnen, welches dem Principe von der Erhaltung der Kraft widerspreche und zwar einzig und allein nur deswegen, weil nach diesem Gesetze die Kräfte zwischen den bewegten Theilchen nicht »nur von der Entfernung der auf einander wirkenden Punkte abhängen«*).

---

*) P. G. Tait, *Sketch of Thermodynamics*. Edinburgh 1868. S. 57. — Herr Tait citirt nämlich a. a. O. die Helmholtz'sche Schrift mit folgenden Worten:

»*In an admirable tract by Helmholtz* †) (*who must be classed as one of the most successful of the early promoters of the science of energy on legitimate principles*), *the whole subject is based upon Newton's principle, with one or other of the following postulates, from either of which the other is shown to follow.* (Siehe die Fortsetzung auf folgender Seite.)

†) Über die Erhaltung der Kraft. — Berlin 1847. *Translated in Taylor's Scientific Memoirs* 1853

Digitized by Google

Die ganze Controverse um die Zulässigkeit Ihres Gesetzes hätte ohne das blinde Vertrauen jener beiden englischen Physiker auf die Worte von Helmholtz weder den Umfang noch die Tiefe der Erörterungen über die fundamentalen Principien unserer Naturerkenntniss angenommen. Denn Sie selber waren es ja, der bereits vor dreissig Jahren ausdrücklich darauf hingewiesen hatte, dass Ihr Gesetz ein Potential besitze. Alle Mathematiker und Physiker haben aber bisher die Existenz eines solchen Potentials als Beweis dafür betrachtet, dass ein Kraftgesetz dem Principe von der Erhaltung der Energie genüge. In Übereinstimmung hiermit erklärt denn auch Herr Maxwell im Jahre 1873 unumwunden:

»Weber's Gesetz ist also im Einklange mit dem Principe von der Erhaltung der Energie, insofern ein Potential existirt, und das ist Alles, was für die Anwendung dieses Princips von Helmholtz und Thomson gefordert wird.«*)

a) *Matter consists of ultimate particles which exert upon each other forces whose directions are those of the lines joining each pair of particles, and whose magnitudes depend solely on the distances between the particles.*

(b) *The Perpetual Motion is impossible.*«

Wie man sieht, betrachtet hier Herr Tait auch die »*beharrliche Bewegung*« der Körper und ihrer Elemente als einen Widerspruch gegen das Princip von der Erhaltung der Kraft, obschon eine solche »*perpetual Motion*« jenem Principe nicht nur nicht widerspricht, sondern vielmehr nach dem bekannten Beharrungsgesetze Galilei's eine *Prämisse* für die Ableitung jenes Princips ist.

Dieser Irrthum des Herrn Tait, der für ihn natürlich auch die Annahme Ampère'scher Molecularströme unmöglich macht, entspringt einfach daher, dass Herr Helmholtz in seiner Schrift auch das »*perpetuum mobile*«, »welches nicht nur sich selbst in Bewegung erhielte, sondern auch noch im Stande wäre, *nach aussen Kraft abzugeben*«, als einen Widerspruch mit dem Principe von der Erhaltung der Energie hingestellt hat. Indem Herr Tait diese ausdrückliche Begriffsbestimmung eines *perpetuum mobile* in der Helmholtz'schen Schrift gänzlich übersieht und daher die ihm unbekannte lateinische Bezeichnung durch »*perpetual motion*« übersetzt, gelangt er zu demjenigen Argumente, welches er *einzig* und *allein* gegen das Weber'sche Gesetz mit Bezug auf die obigen Sätze der Helmholtz'schen Schrift anzuführen weiss. Die Worte, in denen diese Schlussreihe des Herrn Tait enthalten ist, lauten (p. 57) wie folgt:

»*The best known complete hypothesis (that of Weber) on which the mutual actions of electric currents have yet been explained, requires the admission of mutual forces between moving quantities of electricity, which are not consistent with* (a), *and from which therefore the perpetual motion might be obtained.*«

Auf Grund dieser Irrthümer, deren Quelle, wie gezeigt, in der von Helmholtz im Jahre 1847 publicirten Schrift »Über die Erhaltung der Kraft« liegt, hielten sich nun Herr Tait und Sir William Thomson in ihrem gemeinschaftlich herausgegebenen und von den Herren Helmholtz und Werthheim deutsch herausgegebenen »Lehrbuch der theoretischen Physik« für berechtigt, das Weber'sche Gesetz als ein dem »Principe von der Erhaltung der Energie« widersprechendes Gesetz zu bezeichnen, welches in die Kategorie »zwar gefährlicher, aber interessanter und oft sehr eleganter Speculationen« gehöre.

*) Maxwell, *Treatise on Electricity and Magnetism*. Vol. II, p. 432. London 1873.

»*Weber's law is also consistent with the principle of the conservation of energy in so far that a potential exists, and this is all that is required for the application of the principle by Helmholtz and Thomson.*«

Ihnen aber, hochverehrter Freund, ist nun die glänzende Genugthuung zu Theil geworden, in Ihren letzten Arbeiten den Nachweis geliefert zu haben, dass Ihr Gesetz nicht nur nicht im Widerspruche mit jenem Principe von der Erhaltung der Kraft stehe, sondern dass, umgekehrt, Ihr Gesetz eine logische Consequenz dieses Princips ist, wenn einmal das statische Gesetz, wie es Newton für die ponderabele, Coulomb und Poisson für die elektrische Wechselwirkung der Körper ausgesprochen hatten, als eine aus der Erfahrung abgeleitete Beziehung zweier räumlich getrennten Körper gegeben ist. Denn das unterscheidende Merkmal zwischen Ihrem und dem Newton'schen Gesetze besteht darin, dass das Potential des Newton'schen Gesetzes unabhängig von der relativen lebendigen Kraft, das Potential Ihres Gesetzes aber abhängig von der lebendigen Kraft ist, also auch von der Geschwindigkeit, und zwar in folgender Weise. Bezeichnen m und m' die beiden durch eine *actio in distans* in Wechselwirkung stehenden trägen Massen, r ihre Entfernung, und v ihre relative Geschwindigkeit in der Richtung ihrer Verbindungslinie, so wird die Wechselwirkung zwischen diesen beiden Massen durch folgende Potentiale ausgedrückt:

nach Newton: $\frac{m \cdot m'}{r}$

nach Weber: $\frac{m \cdot m'}{r}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$.

Wenn man über die Dimensionen der beiden Massen m und m' keine besondere Annahme macht, sondern dieselben, wie in der mathematischen Theorie allgemein üblich ist, als Punkte, d. h. als Kraftcentra betrachtet, die sich *principiell* bis zu jedem beliebigen Abstande (r) einander nähern können, so dass also z. B. principiell auch $r = o$ werden kann, so ist klar, dass das Newton'sche Potential zu Widersprüchen mit der Erfahrung führen muss. Dasselbe würde nämlich ausdrücken, dass in einer begrenzten Menge von atomistisch constituirter Materie, z. B. in einem Cubikmillimeter Wasser, eine unbegrenzte, d. h. jeden beliebigen endlichen Werth überschreitende Summe von potentieller Energie vorhanden sein könne. Denn formell liegt in dem mathematischen

Ausdrucke des Newton'schen Potentails keine Beschränkung für die Annäherung zweier in *Punkten* concentrirten trägen Massen, so dass es für die Grösse der durch die Wechselwirkung zweier solcher Massenpunkte geleisteten Arbeit (indem sie sich z. B. anziehen) ganz gleichgültig wäre, ob wir uns in jenen Punkten die trägen Massen zweier Weltkörper oder diejenigen zweier Milligramme concentrirt dächten. Trotzdem das Newton'sche Potential bei beiden Paaren von Massenpunkten in einem bestimmten Abstande, z. B. von 1 Meter, einen ungeheuren Unterschied der Arbeitsgrösse repräsentirt, welche bei einer *gleichen* Abstandsveränderung von ihnen geleistet wird, so würde doch dieser Unterschied in Bezug auf die *Summe* der überhaupt bei ihrer Annäherung erzeugbaren Arbeitsgrösse, die in Form von lebendiger Kraft auftritt, gänzlich verschwinden; denn auf ihrem Wege von einem *endlichen* Abstande r bis zu einem Abstande $r = o$ würde die lebendige Kraft jener Weltkörpermassen ebenso gut wie die jener beiden Milligramme nothwendig unendlich gross werden, d. h. ein unendlich grosses Arbeitsaequivalent repräsentiren müssen. Wie man sieht, würden solche Folgerungen mit unseren physikalischen Erfahrungen in directen Widerspruch treten, welche uns zu der Annahme zwingen, dass in den atomistisch gruppirten Elementen eines Körpers von endlicher Masse und endlichem Raume auch nur ein endliches Quantum von leistungsfähiger Energie vorhanden sein könne, welches durch Wechselwirkung dieser Elemente bei ihrer Annäherung in lebendige Kraft verwandelt werden muss. Es würde also diese Eigenschaft des Newton'schen Potentials jede Anwendung des Princips von der Erhaltung der Kraft auf reale, d. h. physische Verhältnisse illusorisch machen.

Denn jenes Princip verlangt, dass die Summe der verbrauchten, d. h. in lebendige Kraft verwandelten, Spannkräfte, *plus* der noch vorhandenen Summe von potentieller Energie, welche sich bei fernerer Annäherung der Körper noch in lebendige Kraft verwandeln *kann*, stets eine constante Grösse sei. Diese constante Grösse würde aber, wie gezeigt, nach dem Newton'schen Potentiale eine unendlich grosse sein, d. h. eine solche, die sich durch keinen noch so grossen endlichen Verlust irgend wie veränderte. Da uns nun im

vorliegenden Falle diese Grösse ein gewisses Arbeitsquantum repräsentirt, d. h. eben jene Summe von Kraft, welche nach dem von Helmholtz ausgesprochenen Principe von der Erhaltung der Kraft constant sein soll, so würde, bei Voraussetzung des Newton'schen Potentials für die Wechselwirkung atomistisch constituirter Elemente, ein jeder beliebige Körper, ein Milligramm ebenso gut wie unsere ganze Erde, ein Reservoir eines unendlich grossen, d. h. niemals zu erschöpfenden Kraftvorrathes sein.

Helmholtz spricht das erwähnte Princip mit folgenden Worten aus:

»Es ist also stets die Summe der vorhandenen lebendigen und Spannkräfte constant. In dieser allgemeinsten Form können wir unser Gesetz als das Princip von der Erhaltung der Kraft bezeichnen.«*)

Wie man sieht, würde der analytische Ausdruck des Newton'schen Potentials mit diesem Principe in directen Widerspruch treten, denn bei den Veränderungen und der Constanz physischer und realer Grössen haben wir es stets nur mit endlichen Quantitäten zu thun, und nur für diese hat das oben von Helmholtz in seiner »allgemeinsten Form« ausgesprochene Princip einen Sinn, im entgegengesetzten Falle drückt es aber einen — Widersinn aus.

Da Newton sein Gesetz nur aus der Wechselwirkung von Körpern in direct messbarem Abstande empirisch abgeleitet hat, und daher ganz folgerichtig nur auf Körper in direct messbaren Abständen angewandt hat, so konnte der oben nachgewiesene physikalische Widerspruch seines Gesetzes nicht zu Tage treten und verlor auch in der That für die Bewegungen der Himmelskörper praktisch jede Bedeutung.

Anders verhält es sich jedoch, wenn man das Newton'sche Gesetz auf die Bewegungen solcher Massen anwenden will, welche man nicht direct wahrnimmt, und deren Entfernungen auch nicht direct messbar sind. Dann ist es offenbar nothwendig, dass jene oben erörterte physikalische Bedingung — nämlich dass die durch Wechselwirkung zweier Massenelemente

*) Helmholtz, Über die Erhaltung der Kraft. Eine physikalische Abhandlung, vorgetragen in der Sitzung der physikalischen Gesellschaft zu Berlin am 23. Juli 1847. Berlin Reimer, 1847. p. 17.

Digitized by Google

in Form von lebendiger Kraft erzeugte Arbeitsgrösse nur eine endliche und von der Quantität der wirkenden Massen abhängige sein soll — auch analytisch in den Ausdruck jenes Potentials von Newton mit aufgenommen werde. Man überzeugt sich nun leicht, dass diese Forderung bei dem Potentiale Ihres Gesetzes in einfachster Weise erfüllt ist. Denn sobald die relative Geschwindigkeit v, welche sich die beiden Massen m und m' durch ihre Wechselwirkung ertheilen, den Werth c erreicht hat, welchen Sie aus elektrodynamischen Versuchen zu 59320 geographischen Meilen bestimmt haben, wird der Werth

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = o;$$

d. h. von nun an sind die beiden Massen nicht mehr im Stande, sich durch gegenseitige Einwirkung aufeinander eine grössere Beschleunigung zu ertheilen, so dass hierdurch die von ihnen überhaupt erzeugbare Arbeitsgrösse eine endliche und nicht überschreitbare wird. Ihr Gesetz drückt daher nur analytisch diejenige Bedingung aus, welche jedes Kraftgesetz erfüllen muss, wenn es physikalisch nicht in Widerspruch mit dem von Helmholtz formulirten Ausdrucke des Princips von der Erhaltung der Kraft treten soll.

Wenn man diese einfachen Betrachtungen erwägt, so macht es in der That einen merkwürdigen Eindruck, dass Ihr Gesetz gerade von diesem allgemeinen Principe aus hat Anfechtungen erleiden müssen, und gerade wieder von denjenigen Männern, welchen wir sehr fruchtbare Anwendungen jenes Princips in der Physik zu verdanken haben.

Wer aber wollte in der eigenthümlichen Verkettung scheinbar geringfügiger und zufälliger Umstände, wie sie den Kampf um die Wahrheit Ihres Gesetzes entflammt und begleitet haben, nicht eine höhere Zweckmässigkeit für den Fortschritt in der Erkenntniss der Natur erblicken? Es scheint einmal ein tief im Wesen aller Dinge begründetes Gesetz zu sein, dass jeder neue Gedanke hienieden, sei es auf dem Gebiete socialer und nationaler Schöpfungen im Leben der einzelnen Völker, oder sei es auf dem Felde der fortschreitenden Erkenntniss der Menschheit, nur unter den Convulsionen zweier kämpfenden

Digitized by Google

Parteien als lebensfähige Wahrheit das Licht der Welt erblickt. Hat man es doch sogar als eins der charakteristischen Merkmale neuer Ideen betrachtet, dass die bei ihrem Auftreten gegen dieselben geschleuderten Geschosse plötzlich ihre Richtung umkehren und sich in Waffen des Angegriffenen gegen den Angreifer verwandeln. Dieser geheimnissvolle Process hat sich auch an Ihnen vollzogen und so diejenige Ahnung zur lebensvollen Wirklichkeit gestaltet, welcher ich vor fünf Jahren in folgenden Worten Ausdruck verlieh:

»Es wird in der Geschichte der fortschreitenden Erkenntniss der Natur stets eine eigenthümliche, aber bei Wendepunkten in der Entwickelung der Menschheit schon mehrfach beobachtete, Ironie darin gefunden werden, dass gerade zu derselben Zeit, wo sich dem menschlichen Geiste das Weber'sche Gesetz als ein Universalgesetz der Natur zu entschleiern beginnt, welches ebensowohl die Bewegungen der Gestirne als auch diejenigen der Elemente der Materie beherrscht, dass, sage ich, zu derselben Zeit Männer auftreten müssen, um die Gültigkeit jenes Gesetzes vom Standpunkte allgemeiner Principien zu bekämpfen. Es fällt ihnen jedoch hierbei die weniger dankbare Rolle zu, die Aufmerksamkeit des menschlichen Verstandes auf einen Punkt hinzulenken, wo sich ihm bei ernsterem Nachdenken ein Räthsel enthüllen und gleichzeitig der Angriff als ein unbegründeter erweisen muss. So arbeiten wir alle an demselben Werke, und die Natur fördert durch den Kampf widerstrebender Meinungen in wunderbarer Harmonie die Zwecke des fortschreitenden Erkenntnissprocesses auf Erden.«*)

Der Inhalt und die Aufgabe des zweiten Buches des vorliegenden Werkes wird im Wesentlichen darin bestehen, die in meiner letzten Arbeit begonnenen Untersuchungen weiter auszuführen und namentlich auf die Ableitung der Fundamentalgesetze der Chemie anzuwenden**). Hierdurch verwandelt sich das zweite Buch zu einem Grundriss einer elektrodynamischen Atomistik, in welchem die allgemeinsten Gesetze materieller Veränderungen abgeleitet werden sollen aus der Hypothese, dass die letzten, physikalisch nicht mehr theilbaren, Elemente aller Körper die beiden Elektricitätstheilchen $+e$ und $-e$ mit ihren trägen Massen ϵ und ϵ' sind. Ich hoffe hierdurch

*) Natur der Cometen u. s. w. Vorrede. S. LII.

**) Die von Ihnen entwickelten Gesetze der Schwingungen eines elektrischen Atomenpaares (vgl. S. 199 ff.) werden wahrscheinlich zur analytischen Bestimmung der Zahl und Lage der Spectral-Linien der chemischen Elemente und ihres Zusammenhanges mit den Atomgewichten der letzteren führen

Digitized by Google

den inneren Zusammenhang aller Naturerscheinungen, welcher in den verflossenen dreissig Jahren im Principe von der Erhaltung einer unveränderlichen Quantität der Energie zum Ausdrucke gelangt ist, zu einer Identität des materiellen Trägers der Energie verallgemeinern zu können. Auch zu dieser Generalisation haben Sie die Pforten geöffnet und die Wege geebnet, indem Sie in Ihren neueren Arbeiten auf die Nothwendigkeit hinwiesen, als den Träger der lebendigen Kraft, welche wir Wärme nennen, jene beiden Elektricitätstheilchen zu betrachten.

Mit Mosotti wird man dann frohlockend ausrufen können:

»*Voilà dans ces molécules une image des atomes crochus d'Épicure, engendrés par l'amour et la haine de deux matières différentes d'Empédocle!*«*)

Ich selber aber hoffe dann dieses zweite Buch mit noch grösserem Rechte wie meine letzte Abhandlung**), dankerfüllt gegen die Vorsehung, mit den folgenden Worten beschliessen zu können, in welchen ich bereits vor fünf Jahren auf die Bedeutung Ihres Gesetzes für den ferneren Fortschritt unserer Naturerkenntniss hingewiesen habe:

»In Betreff der ausserordentlichen Fruchtbarkeit dieses Gesetzes auch im Gebiete der Molecularkräfte und chemischen Vorgänge verweise ich sowohl auf die früheren als namentlich auch auf die mehrfach erwähnten neueren Abhandlungen Weber's. In der That, man kann sich beim genauen Studium derselben kaum des Gedankens entschlagen, dass die beiden Elektricitäten die fundamentalen Elemente der Materie seien, aus denen sich alle anderen chemischen Elemente unter dem Einflusse gegenseitiger Wechselwirkung mit der Zeit in ähnlicher Weise durch Anpassung an gegebene mechanische Bedingungen gebildet haben, wie die verschiedenen Species der Pflanzen und Thiere durch Anpassung an complicirtere Existenzbedingungen vermittelst der natürlichen Züchtung.«***)

Der fundamentale Unterschied, welcher zwischen der von Ihnen mit bewunderungswürdiger Consequenz in den verflossenen dreissig Jahren entwickelten

---

*) Mosotti, *Sur les forces qui régissent la constitution intérieure des corps.* Turin 1836. p. 32.

**) Über die physikalischen Beziehungen zwischen hydrodynamischen und elektrodynamischen Erscheinungen und die Widerlegung des elementaren Potentialgesetzes von Helmholtz durch elektrodynamische Versuche mit geschlossenen Strömen. Berichte d. Königl. Sächs. Gesellschaft d. W. zu Leipzig. Sitzung am 12. Febr. 1876. S. 226.

***) Natur der Cometen u. s w. S. 340.

Digitized by Google

Theorie der elektrischen Erscheinungen und allen anderen Erklärungsversuchen besteht, ist darin begründet, dass Sie die atomistische Hypothese, d. h. die discontinuirliche Raumerfüllung der Materie zum Ausgangspunkte Ihrer Deductionen gemacht haben. Ich verzichte hier darauf, die zwingenden Gründe dieser Hypothese bei der gegenwärtigen Beschaffenheit unserer Anschauungsformen zu erörtern. Es ist dies zu wiederholten Malen von verschiedenen Seiten geschehen, am eingehendsten von Fechner in seiner Schrift: »Über die physikalische und philosophische Atomenlehre (2. Aufl.) 1864«. Ich gestatte mir nur darauf hinzuweisen, dass Ampère selber, — dessen empirisch gefundenes Fundamentalgesetz allen weiteren Theorien zum Ausgangspunkte dient, — diese atomistische Anschauung vertreten hat und ganz unzweideutig den Weg im Voraus andeutete, welcher genau nach Newton's Principien, allein von diesem empirischen Gesetze aus, zu dem von Ihnen entwickelten Gesetze der Elektrodynamik führen musste, in vollkommen gleicher Weise wie Newton, von den empirischen Gesetzen Kepler's ausgehend, zu seinem Gesetze der Gravitation geführt worden ist. Denn Ampère beginnt die Einleitung zu seinen elektrodynamischen Untersuchungen*) mit folgenden Worten:

»Die Epoche, welche die Arbeiten Newton's in der Geschichte der Wissenschaften bezeichnen, ist nicht allein diejenige der wichtigsten Entdeckungen, welche der Mensch über die Ursachen der grossen Natur-Erscheinungen gemacht hat; es ist auch die Epoche, wo sich dem menschlichen Geiste ein neuer Weg in denjenigen Wissenschaften erschlossen hat, deren Object das Studium jener Erscheinungen ist.

Bis dahin hatte man fast ausschliesslich die Ursachen in dem Antrieb eines unbekannten Fluidums gesucht, welches die materiellen Körper nach der Bewegungsrichtung ihrer eigenen Theilchen fortführte; und überall, wo man eine rotirende Bewegung sah, setzte man eine Wirbelbewegung jenes unbekannten Fluidums voraus.

Newton lehrte uns, dass diese Art von Bewegung, wie alle diejenigen, welche uns die Natur darbietet, durch den Calcül zurückgeführt werden müssen auf Kräfte, welche jederzeit zwischen zwei materiellen Theilchen in der Richtung ihrer geraden Verbindungslinie wirken, dergestalt, dass die von einem derselben auf das andere

*) *Introduction de la Théorie des phénomènes électrodynamiques, uniquement déduite de l'expérience par André-Marie Ampère.* Paris 1826. (Vgl. das Original in den Ergänzungen, S. 293 ff.

ausgeübte Wirkung gleich und entgegengesetzt derjenigen ist, welche dieses letztere zu derselben Zeit auf das erstere ausübt, und folglich, wenn man diese beiden Theilchen unveränderlich miteinander verbunden voraussetzt, keine Bewegung aus ihrer Wechselwirkung resultiren kann. Dies ist jenes Gesetz, welches heute durch alle Beobachtungen und durch alle Rechnungen bestätigt ist, und welches Newton in dem letzten der drei Axiome aussprach, die er an die Spitze seiner *Philosophiae naturalis principia mathematica* setzte. Aber es genügte ihm nicht, sich zu dieser hohen Conception emporgeschwungen zu haben, er wollte auch das Gesetz finden, nach welchem jene Kräfte sich mit der relativen Lage der Theilchen, zwischen denen sie wirksam sind, verändern, oder, was auf dasselbe hinausläuft, die Grösse derselben durch eine Formel ausdrücken.

Newton war weit davon entfernt, zu glauben, dass ein solches Gesetz gefunden werden könnte, indem man von mehr oder weniger plausiblen abstracten Betrachtungen ausging. Er statuirte, dass dasselbe aus beobachteten Thatsachen abgeleitet werden müsse, oder vielmehr aus jenen empirischen Gesetzen, welche, wie die Kepler'schen, nichts anderes als verallgemeinerte Resultate einer grossen Zahl von einzelnen Beobachtungen sind.

Zuerst die Thatsachen beobachten, alsdann ihre Bedingungen so viel als möglich verändern und diese erste Arbeit mit genauen Messungen begleiten, um aus ihnen allgemeine, allein nur auf der Erfahrung beruhende Gesetze zu erschliessen, und endlich aus den so gewonnenen Gesetzen, — unabhängig von jeder Hypothese über die Natur der Kräfte, welche die Erscheinungen hervorrufen, — den mathematischen Ausdruck dieser Kräfte deduciren, d. h. die Formel, welche sie darstellt, das ist der Weg, welchen Newton eingeschlagen hat.«

Es ist genau derselbe Weg, den auch Sie in Ihren Arbeiten verfolgt haben und der Sie zu jenem schönen Endresultate geführt hat, welches die Nachwelt in der Entdeckung des fundamentalen Gesetzes einer jeden Wechselwirkung räumlich und zeitlich begrenzter Erscheinungen in gleicher Weise bewundern wird wie die Entdeckung Newton's. Wie sehr Ampère die Erklärung der elektrodynamischen Phänomene durch »Wirbel«, »Wirbelfäden«*), »*vortex motions*«**), »*vortex atoms*«***), »rotirende Kräfte«†) und dgl. m. auf Grund jener Galilei-Newton'schen Principien bekämpfte, mögen noch

*) Helmholtz, Borchardt's Journal, Bd. 78.

**) Maxwell, *Treatise on Electricity and Magnetism.* Vol. II. p. 416. 1873. — *On Vortex Atoms. Proceedings of the Royal Society of Edinburgh* 1866—1867. p. 94—105.

***) William Thomson, *Papers on Electrostatics and Magnetism.* 1872.

†) Helmholtz, Poggendorff's Annalen, Bd. 153, S. 549. 1874.

folgende Worte beweisen, in denen er die Entdeckung Oerstedt's erwähnt:

»Jener ausgezeichnete Gelehrte, welcher zuerst beobachtete, wie die Pole eines Magnetes durch die Wirkung eines Leiters senkrecht zu der Richtung des Leiters fortbewegt wurden, schloss daraus, dass die elektrische Materie um den letzteren rotire und hierdurch die Pole im Sinne ihrer Bewegung fortschiebe, genau in derselben Weise, wie Cartesius das Fluidum seiner Wirbel im Sinne der planetarischen Umlaufsbewegungen rotiren liess. Ich aber habe, geleitet von den Principien der Newton'schen Philosophie, das von Herrn Oerstedt beobachtete Phänomen, — wie man es bei allen andern Erscheinungen derselben Gattung gethan hat, welche uns die Natur darbietet, — zurückgeführt auf Kräfte, welche stets in der Richtung der Geraden wirken, welche die beiden Theilchen verbindet, zwischen denen sie wirken.«*

Sie haben diesen von Ampère eingeschlagenen Weg nur weiter bis zum Ende verfolgt, indem Sie die beweglichen Leiterelemente der Ampère'schen Formel auf die Bahnelemente beweglicher Punkte zurückführten, d. h. auf die einfachsten Elemente unserer räumlichen Anschauung.

Dass Ampère selber bereits die volle Wichtigkeit dieses weiteren Schrittes erkannt hat, welchen Sie auf dem Wege zur Erkenntniss der Wahrheit gethan haben, und daher auch die Nothwendigkeit einer weiteren Erklärung seines empirischen Gesetzes einsah, beweisen folgende Worte:

»Welches auch die physische Ursache sein möge, auf welche man die durch diese (elektrodynamische) Wirkung hervorgebrachten Erscheinungen zurückführen will, — die Formel, welche ich erlangt habe, wird immer der Ausdruck der Thatsachen bleiben. Wenn man dahin gelangt sein wird, jene Wirkungen aus einer derjenigen Betrachtungen abzuleiten, durch welche man so viele andere Erscheinungen erklärt hat, z. B. durch Anziehungen im umgekehrten Quadrate der Entfernungen u. s. w. . . . so wird man einen Schritt weiter auf diesem Gebiete der Physik gethan haben; aber diese Untersuchung, mit der ich mich gar nicht beschäftigt habe, obgleich ich die volle Wichtigkeit derselben anerkenne, wird nichts an den Resultaten meiner Arbeit ändern, weil es zur Übereinstimmung mit den Thatsachen stets erforderlich sein wird, dass die angenommene Hypothese mit meiner Formel übereinstimmt, welche jene Thatsachen so vollständig darstellt.«

---

* Vgl. den Originaltext, S. 294.

In der That, wenn man diese Worte Ampère's und den von Ihnen mit einer solchen Stetigkeit zurückgelegten Weg betrachtet und gleichzeitig die Fruchtbarkeit der so klaren und einfachen Principien Galilei's und Newton's erwägt, welche in der Astronomie und in allen physikalischen Theilen der Naturwissenschaft einen nie geahnten Sieg errungen haben, so macht es auf unsern Verstand einen beunruhigenden Eindruck, wenn das vom Himmel vertriebene Fluidum des Cartesius sich zwischen die Atome und Molecule der Körper geflüchtet hat, um hier in unseren Tagen von Neuem sein sinnverwirrendes Wesen zu treiben. Indessen auch hier ist der Tag der Befreiung angebrochen, und wir brauchen nach dem ruhmvollen Siege der Newton'schen Principien in der Astronomie an ihrem endlichen Siege auch in der Physik und Chemie nicht zu verzweifeln.

Diejenigen aber, welche mit dem bewunderungswürdigen Instrumente ihrer mathematischen Analyse die Natur der Körper durch Fluida und deren Wirbel zu ergründen hoffen, mögen die folgenden Worte von Roger Cotes beherzigen, welche derselbe in seiner berühmten Vorrede zu Newton's unsterblichen Principien an die Vertreter solcher Wirbeltheorien gerichtet hat:

»Diese mögen an ihrer Ansicht Freude finden, jedoch müssen sie auch billig handeln, und anderen die Freiheit nicht versagen, welche sie für sich selbst in Anspruch nehmen. Es wird daher erlaubt sein, Newton's System, welches uns wahrer erscheint, beizubehalten und zu umfassen, wie auch den durch Erscheinungen dargethanen Ursachen lieber zu folgen, als gänzlich erdichteten und noch nicht erwiesenen. Zur wahren Forschung gehört die Natur der Dinge aus wirklich existirenden Ursachen abzuleiten.« *)

*) Deutsche Übersetzung von Wolfer's. Berlin 1872. p. 12.
Im Original lautet die obige Stelle wie folgt:
»*His sua licebit opinione frui; ex aequo autem agant aportet: non ergo denegabunt aliis eandem libertatem quam sibi concedi postulant. Newtonianam itaque philosophiam, quae nobis verior habetur, retinere et amplecti licebit, et causas sequi per phaenomena comprobatas, potius quam fictas et nondum comprobatas. Ad veram philosophiam pertinet, rerum naturas ex causis vere existentibus derivare.*« (p. XXIV.)

Noch viel nachdrücklicher aber entwickelt Cotes die Anschauungen Newton's in folgenden Stellen jener Vorrede*):

»Wenn daher gezeigt ist, dass in der Natur eine wirkliche Anziehung aller Dinge stattfinde; wenn ferner auch gezeigt ist, nach welcher Weise man alle Bewegungen am Himmel durch sie erklären könne, so würde der Einwurf, dass dieselben Bewegungen durch Wirbel erklärt werden müssten, wenn wir auch die Möglichkeit der letztern zugegeben hätten, eitel und wahrhaft lächerlich sein. Wir geben aber diese Möglichkeit nicht zu. Die Erscheinungen können nämlich auf keine Weise durch Wirbel erklärt werden. (p. 13.)

Die Schwere wird daher keine verborgene Ursache der Erscheinungen am Himmel sein, indem aus den Erscheinungen selbst dargethan wird, dass sie wirklich existire. Diejenigen nahmen vielmehr zu verborgenen Ursachen ihre Zuflucht, welche, ich weiss nicht, was für Wirbel einer gänzlich ersonnenen und den Sinnen ganz unbekannten Materie annehmen, durch welche jene Bewegungen hervorgebracht werden sollen. (p. 11.)

Sie behaupteten demnach, die allgemeine Materie sei homogen, und alle den begrenzten Körpern eigenthümliche verschiedene Formation entspringe aus gewissen, höchst einfachen, und leicht zu erkennenden Beziehungen der sie zusammensetzenden Theilchen. In der That stellen sie so zwar ein Fortschreiten vom Einfachen zum Zusammengesetzten dar, wenn sie jene ursprünglichen Beziehungen der Theilchen so annehmen, wie die Natur sie zeigt.

Allein . . . da sie selbst gewisse verborgene Flüssigkeiten erdenken, welche die Poren der Körper frei durchwandern, eine sehr bedeutende Freiheit besitzen und durch verborgene Bewegungen angetrieben werden: so versinken sie in Träumereien, indem sie die wahre Einrichtung der Dinge vernachlässigen, welche man vergebens

---

*) »*Igitur si ostensum fuerit, universorum corporum attractionem habere verum locum in rerum natura; quinetiam ostensum fuerit, qua ratione motus omnes caelestes abinde solutionem recipiant; vana fuerit et merito deridenda objectio, si quis dixerit eosdem motus per vortices explicari debere, etiamsi id fieri posse vel maxime concesserimus. Non autem concedimus: nequeunt enim ullo pacto phaenomena per vortices explicari.* (p. XXIV.)

Gravitas ergo non erit occulta causa motuum coelestium; siquidem ex phaenomenis ostensum est, hanc virtutem revera existere. Hi potius ad occultas confugiunt causas, qui nescio quos vortices, materiae cujusdam prorsus fictitiae et sensibus omnino ignotae, motibus iisdem regendis praeficiunt. (p. XXIII.)

Statuerunt itaque materiam universam homogeneam esse, omnem vero formarum varietatem, quae in corporibus cernitur, ex particularum componentium simplicissimis quibusdam et intellectu facillimis affectionibus oriri. Et recte quidem progresso instituit a simplicioribus ad magis composita, si particularum primariis illis affectionibus non alios tribuunt modos, quam quos ipsa tribuit natura.

Verum ubi licentiam sibi assumunt, ponendi quascunque libet ignotas partium figuras et magnitudines, incertoque situs et motus; quin et fingendi fluida quaedam occulta, quae corporum poros liberrime permeent, omnipotente praedita subtilitate, motibusque occultis agitata: jam ad somnia delabuntur,

Digitized by Google

durch falsche Vermuthungen abzuleiten suchen wird, da man sie kaum selbst durch die sichersten Beobachtungen erforschen kann. Diejenigen, welche ihre Speculationen auf Hypothesen begründen, werden, wenn sie hierauf aufs Strengste nach mechanischen Gesetzen fortschreiten, eine Fabel, vielleicht eine elegante und schöne, jedoch nur eine Fabel aufbauen. (p. 4.)

Manche halten die Schwere für unnatürlich und nennen sie ein beständiges Wunder. Sie wollen sie daher verwerfen, da in der Physik aussernatürliche Ursachen nicht stattfinden. Bei der Widerlegung dieses durchaus thörichten Einwurfes, welcher die ganze Naturforschung umstösst, zu verweilen, ist wohl kaum der Mühe werth. Entweder leugnen sie, dass die Schwere allen Körpern innewohne, — was jedoch nicht behauptet werden kann, — oder sie halten sie deshalb für aussernatürlich, weil sie aus andern Beziehungen der Körper und daher nicht aus mechanischen Ursachen entspringt. Sicher finden ursprüngliche Beziehungen der Körper statt, welche von andern nicht abhängen, weil sie eben ursprüngliche sind. Man mag daher zusehen, ob nicht alle diese Beziehungen aussernatürliche und deshalb zu verwerfen seien, und zusehen, wie künftig die Naturlehre beschaffen sein würde. (p. 12.)

Wird man aber deshalb die Schwere eine verborgene Ursache nennen, und sie unter diesem Namen aus der Naturlehre verbannen, weil ihre Ursache verborgen und noch nicht gefunden ist? Diejenigen, welche dies behaupten, mögen sehen, dass sie keine absurde Behauptung aufstellen, wodurch sie endlich die ganze Grundlage der Physik umreissen würden. (p. 11.)

Obgleich man durch beständige Verknüpfung der Ursachen vom Zusammengesetzten zum Einfachen fortzuschreiten pflegt, kann man doch nicht weiter kommen, sobald man zur einfachsten Ursache gelangt ist. Von der letztern kann keine

---

neglecta rerum constitutione vera: quae sane frustra petenda est ex fallacibus conjecturis, cum vix etiam per certissimas observationes investigare possit. Qui speculationum suarum fundamentum desumunt ab hypothesibus; etiamsi deinde secundum leges mechanicas accuratissime procedant; fabulam quidem elegantem forte et venustam, fabulam tamen concinnare dicendi sunt. (p. XVI.)

Sunt qui gravitatem praeter naturam esse dicunt, et miraculum perpetuum vocant. Itaque rejiciendam esse volunt, cum in physica praeternaturales causae locum non habeant. Huic ineptae prorsus objectioni diluendae, quae et ipsa philosophiam subruit universam, vix operae pretium est immorari. Vel enim gravitatem corporibus omnibus inditam esse negabunt, quod tamen dici non potest: vel eo nomine praeter naturam esse affirmabunt, quod ex aliis corporum affectionibus atque ideo ex causis mechanicis originem non habeat. Dantur certe primariae corporum affectiones, quae quoniam sunt primariae, non pendent ab aliis. Viderint igitur annon res hae omnes sint pariter praeter naturam, eoque pariter rejiciendae: viderint vero qualis sit deinde futura philosophia. (p. XXIV.)

Ideone autem gravitas occulta causa dicetur, eoque nomine rejicietur ex philosophia, quod causa ipsius gravitatis occulta est et nondum inventa? Qui sic statuunt, videant nequid statuant absurdi, unde totius tandem philosophiae fundamentum convellantur. (p. XXIII.)

Etenim causae continuo nexu procedere solent a compositis ad simpliciora: ubi ad causam simplicissimam perveneris, jam non licebit ulterius progredi. Causae igitur simplicissimae nulla dari potest me-

Digitized by Google

mechanische Erklärung gegeben werden; würde diese gegeben, so wäre die Ursache noch nicht die einfachste. Wird man deshalb diese einfachsten Ursachen verborgene nennen und dieselben verbannen wollen? Zugleich würden dann auch die unmittelbar von ihnen abhängenden und ebenso die weiter abhängenden Ursachen verbannt werden, bis die Naturlehre von allen Ursachen frei und gereinigt wäre.« (p. 12.)

Diese Anschauungen Cotes, denen ich aus innigster Überzeugung beipflichte, weil ich unabhängig zu einem identischen Resultate in meinen Betrachtungen gelangt bin, sind für den ferneren Fortschritt in der Erkenntniss der Natur und die Erweiterung unserer sinnlichen Anschauungsformen von unberechenbarer Tragweite.

Im Übrigen enthält die ganze Vorrede von Cotes zu Newton's Principien im Wesentlichen nichts Anderes, als eine scharfsinnige Vertheidigung der Atomistik und unvermittelten Fernewirkung der Materie. Dass diese Vorrede aus Cambridge vom 12. Mai 1713 datirt ist, also aus einer Zeit, in welcher Newton bereits im 71. Lebensjahre stand, beweist wohl zur Genüge, dass die hierin von Cotes ausgesprochenen Gedanken mit Newton's Anschauungen in vollster Übereinstimmung gewesen sind.

Die Annahme, Newton sei trotzdem ein Gegner der *materiell* unvermittelten Fernewirkung gewesen, involvirt für mich ein so grosses psychologisches Räthsel, dass es mir unbegreiflich ist, wie man auf Grund eines gänzlich missverstandenen Briefes von Newton an Bentley eine solche Anschauung öffentlich zu vertreten den Muth besitzen kann.

Herr Maxwell behauptet nämlich in einem am 4. Februar 1873 in der Royal Institution gehaltenen Vortrage Folgendes:

»Die Lehre von der directen (unvermittelten) Wirkung in die Ferne kann nicht für ihren Urheber den Entdecker der allgemeinen Gravitation in Anspruch genommen werden. Sie wurde zuerst von Roger Cotes behauptet, in seiner Vorrede zu den »Principien«, welche er bei Lebzeiten Newton's herausgab.

chanica explicatio: si daretur enim, causa nondum esset simplicissima. Has tu proinde causas simplicissimas apellabis occultas, et exulare jubebis? Simul vero exulabunt et ab his proxime pendentes et quae ab illis porro pendent, usque dum a causis omnibus vacua fuerit et probe purgata philosophia.« (p. XXIII.)

Digitized by Google

Und als die naturwissenschaftlichen Principien Newton's in Europa Wurzel fassten, waren es vielmehr die Anschauungen von Cotes als diejenigen von Newton, welche die am meisten herrschenden wurden . . .«*).

Sir William Thomson spricht im Jahre 1872 förmlich einen Bannfluch aus, durch welchen er die von Newton und Cotes vertretene Lehre einer directen unvermittelten Fernewirkung der Materie in die Acht erklärt, indem er bemerkt:

»Das achtzehnte Jahrhundert bildet eine wissenschaftliche Schule für sich, in welcher an Stelle des nicht unnatürlichen Dogmas der früheren Scholastiker: »Ein Körper kann dort nicht wirken, wo er nicht ist«, das abenteuerlichste aller Paradoxa gesetzt wurde: »Berührung existirt nicht«.

Dieser sonderbare Gedanke schlug tiefe Wurzeln, und diesen entsprosste ein unfruchtbarer Baum, welcher den Boden aussaugte und das ganze Gebiet der Molecularphysik überschattete, auf welche so viel unnütze Arbeit der grossen Mathematiker im Anfang unseres neunzehnten Jahrhunderts verschwendet worden ist«**).

E. du Bois-Reymond***) spricht denselben Gedanken um dieselbe Zeit aus und sucht ihm unter der Maske einer »demüthigen Unwissenheit« einen möglichst sicheren und schnellen Eingang zu verschaffen, indem er bemerkt:

»Durch den leeren Raum in die Ferne wirkende Kräfte sind an sich unbegreiflich, ja widersinnig, und erst seit Newton's Zeit durch Missverstehen seiner Lehre und gegen seine ausdrückliche Warnung, den Naturforschern eine geläufige Vorstellung geworden.« ». . . und je demüthiger er 'der Naturforscher' in seine Unwissenheit sich schickt, . . .«

---

*) *Proceedings of the Royal Institution.* 1873. *Febr.* 4. *Prof. J. Clerk Maxwell: On action in distans:*

»The doctrine of direct action at a distance cannot claim for its author, the discoverer of universal gravitation. It was first asserted by Roger Cotes, in his preface to the »Principia« which he edited during Newton's life.

And when the Newtonian philosophy gained ground in Europe, it was the opinion of Cotes rather than that of Newton, that became most prevalent . . .«

**) *Papers on Electrostatics and Magnetism by Sir William Thomson.* London 1872.

»The eighteenth century made a school of science for itself, in which, for the not unnatural dogma of the earlier schoolmen »matter cannot act where it is not«, was substituted the most fantastic of paradoxes, contact does not exist.

This strange idea took deep root, and from it grew up a barren tree, exhausting the soil and overshadowing the whole field of molecular investigation, on which so much unavailing labour was spent by the great mathematicians of the early part of our nineteenth century.«

***) Über die Grenzen des Naturerkennens. Ein Vortrag in der zweiten öffentlichen Sitzung der 45. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte zu Leipzig am 14. August 1872 gehalten von Emil du Bois-Reymond. Leipzig (Veit & Comp.). 2. Aufl. p. 10 und p. 29.

Es ist klar, dass alle diese übereinstimmend ausgesprochenen Ansichten auf eine gemeinsame Quelle hindeuten, und es entsteht naturgemäss die Frage, wo diese Quelle zu suchen sei?

Herr Maxwell giebt auf diese Frage in seinem oben erwähnten Vortrage die Antwort, »bei Faraday und den Scholastikern«, denn er bemerkt a. a. O.:

»Aber so weit war Newton von der Behauptung entfernt, dass Körper wirklich auf einander aus der Entfernung, unabhängig von irgend einem Körper zwischen ihnen, wirken können, dass er in einem Briefe an E. Bentley, welchen Faraday zu diesem Zwecke herbeigezogen hat, sagt*):

»»Es ist unbegreiflich, wie unbeseelter, roher Stoff, ohne irgend eine sonstige Vermittelung, welche nicht materiell ist, auf einen anderen Gegenstand ohne wechselseitige Berührung wirken könne, was der Fall sein müsste, wenn die Gravitation, im Sinne Epicur's, zum Wesen der Materie gehörte und ihr inhärent wäre«« . . . .

Es wird von den Vertretern einer vermittelten Fernewirkung die Frage aufgeworfen, ob es nicht in solchen Fällen, wo wir das vermittelnde Medium nicht wahrnehmen können, philosophischer sei, die Existenz eines solchen, uns gegenwärtig nicht wahrnehmbaren Mediums vorauszusetzen, als die Behauptung aufzustellen, dass ein Körper an einem Orte wirken könne, wo er nicht existirt.«

Um nun zunächst die *Petitio principii* aufzudecken, welche in dem alten Satze der Scholastiker, »*Corpus ibi agere non potest ubi non est*«, versteckt liegt, bedarf es nur der einfachen Überlegung, dass jener Satz nur dann eine begrifflich und logisch bindende Kraft besitzen kann, wenn man zuvor die Frage beantwortet hat »*ubi est corpus*« d. h. wo existirt ein Körper? Ich wüsste nun nicht, welche andere Antwort auf diese Frage gegeben werden könnte als: »da wo er wirkt« d. h. ein Körper existirt dort, wo unser Ver-

*) Maxwell a. a. O. »*But so far was Newton from asserting that bodies really do act on one another at a distance independently of any thing between them, that in a letter to Bentley, which has been quoted by Faraday in this place, he says:*

»*It is inconceivable that inanimate brute matter should, without the mediation of something else, which is not material, operate upon and affect other matter without mutual contact, as it must do if gravitation, in the sense of Epicurus, be essential and inherent in it . . .*«

»*It is asked, by the advocates of mediate action, whether, in those cases in which we cannot perceive the intermediate agency, it is not more philosophical to admit the existence of a medium, which we cannot at present perceive, than to assert, that a body can act at a place where it is not.*« (a. a. O.)

Digitized by Google

stand die von ihm erzeugten und an uns oder andern Körpern wahrgenommenen Wirkungen hinversetzt.

Für die allgemeine Gültigkeit dieser Behauptung ist die besondere Qualität dieser Wirkungen vollkommen gleichgültig, denn sie hängt von der Beschaffenheit des reagirenden Organismus ab.

In diesem Sinne existirt z. B. der Mond an der Erdoberfläche, wenn er die Fluthwelle des Meeres erzeugt oder die Lage des Schwerpunktes der Erde verändert, ganz ebenso wie ein Körper in unserer Hand existirt, wenn derselbe ihre Hautfläche durch Druck- oder Wärmewirkungen afficirt, und wir auf diese Weise zur Vorstellung von der localisirten Existenz eines Körpers gelangen. Von diesem verallgemeinerten Gesichtspunkte, welcher die Localisirung der Körper nicht willkürlich nur von einer besonderen Gattung von Wirkungen sondern von jeder durch die Erfahrung bewiesenen Wirkung der Körper abhängig macht, verschwindet der Unterschied zwischen Berührungs- und Fernewirkungen. Dass ein Körper den Bewegungszustand eines andern aus einer für unseren gegenwärtigen Organismus sichtbaren Entfernung zu verändern vermag, ist nicht minder eine Thatsache der Beobachtung wie der Widerstand und der Druck, welchen ein Körper in einer für uns unsichtbaren Entfernung, die wir »Berührung« nennen, auf uns oder einen andern Körper ausübt. Dass zwischen den räumlichen Bedingungen, unter denen wir diese beiden Classen von Wechselwirkung zwischen Körpern beobachten, eine absolute Verschiedenheit existire, so dass in dem einen Falle der räumliche Abstand der Oberflächen zweier Körper ein endlicher sei, im andern Falle aber absolut Null sein müsse, ist eine durchaus willkürliche Annahme, zu der wir uns nur durch den Schein verführen liessen. Ebensowenig wie wir berechtigt sind, für den endlichen Abstand zweier physisch gegebenen Körper einen absolut genauen Grössenwerth anzunehmen, sondern stets nur einen solchen, welcher in den Fehlergrenzen der angewandten Beobachtungsmethode eingeschlossen ist, ebenso wenig sind wir berechtigt, für den Abstand zweier Körperoberflächen den absolut genauen Werth Null anzunehmen. Und dennoch

würden nur unter dieser Bedingung die räumlichen Verhältnisse zweier Körper bei der Berührung absolut und nicht blos relativ verschieden von denjenigen sein, bei welchen sie aus einer für uns sichtbaren und deshalb direct messbaren Entfernung auf einander wirken*).

Dass Newton bei Abfassung seiner »*Philosophiae naturalis Principia mathematica*« diese Anschauungen vollkommen theilte, geht aus der bereits oben hervorgehobenen Thatsache hervor, dass er die zweite und dritte Ausgabe seines unsterblichen Werkes**) mit jener Vorrede von Roger Cotes bereichert hat, in welcher dieselben Wahrheiten mit einer wahrhaft klassischen Schärfe deducirt sind.

Eine wie hohe Achtung übrigens Newton vor dem reich entfalteten Verstande seines jungen Freundes Cotes besass, mag, abgesehen von dem bereits erwähnten Beweise, daraus erhellen, dass Newton vier Jahre hindurch einen umfassenden Briefwechsel***) mit Cotes unterhalten hat und, als er im Jahre 1716 die Nachricht von dem frühen Tode des 34jährigen Cotes erhielt, schmerzlich bewegt in die klagenden Worte ausgebrochen sein soll:

»*If Cotes had lived, we had known something!*«

Nach welchen psychologischen Gesetzen daher W. Thomson, Cl. Maxwell und E. du Bois-Reymond ihre abweichende Meinung vertheidigen wollen, bei welcher sie die Möglichkeit zugeben müssen, dass ein Autor bei seinen Lebzeiten zwei Auflagen eines bewunderungswürdigen Werkes von unergründlicher Tiefe der Gedanken mit der Vorrede eines Andern in die Welt schicke und letzterem gestatte, in dieser Vorrede Anschauungen und Principien zu entwickeln, welche mit den Überzeugungen des Autors in directem Widerspruche stehen — das werden jene Männer vor dem

*) Vgl. meine soeben erschienene Abhandlung: Über die physikalischen Beziehungen zwischen hydrodynamischen und elektrodynamischen Erscheinungen. Berichte d. Königl. Sächs. Ges. d. W. Sitzung am 12. Februar 1876. Leipzig bei S. Hirzel.

**) Ausgabe von Le Seur und Jacquier, Genevae 1739.

***) *Correspondence of Sir Isaac Newton and Professor Cotes etc. ed. by J. Edleston. M. A. Fellow of Trinity College, Cambridge.* London 1850.

Richterstuhl ihres eigenen Verstandes und einer besser unterrichteten Nachwelt zu verantworten haben.

Nachdem ich im Vorhergehenden die Scholastiker widerlegt und die *Petitio principii* ihres Satzes »*corpus ibi agere non potest ubi non est*« nachgewiesen habe, gehe ich zur Aufdeckung des Missverständnisses über, welches sich dieselben bei ihrer Interpretation des oben von Faraday und Maxwell citirten Newton'schen Briefes haben zu Schulden kommen lassen.

Der geniale Philologe und Kritiker Richard Bentley (geb. 27. Januar 1662 in Oulton bei Wakefield in Yorkshire, Sohn eines Hufschmieds) hatte im Jahre 1692 im Auftrage der Directoren einer von dem berühmten Naturforscher Robert Boyle (geb. 1626 in Irland, Sohn des Grafen Richard von Cork) gemachten Stiftung acht Reden veröffentlicht, in denen er in sehr scharfsinniger und gründlicher Weise versucht hatte, den Atheismus zu widerlegen*). Boyle, um diesen Zweck möglichst vollständig und in Übereinstimmung mit den Anschauungen eines Geistes zu erreichen, dessen gewaltige Grösse die Mit- und Nachwelt bereitwillig als eine Zierde des Menschengeschlechtes betrachtet hatte**), wandte sich schriftlich mit verschiedenen Fragen an Newton, welche dieser in jenen vier Briefen beantwortete.

---

*) *Works of Richard Bentley, D. D. collected and edided by the Rev. Alexander Dyce. London* 1838. Vol. III. *A confutation of Atheism.* p. 1 bis p. 200. Als Appendix zu diesen Reden sind die Originale der vier Briefe Newton's an Bentley abgedruckt: »*Four Letters from Sir Isaac Newton to Doctor Bentley: Containing some arguments in proof of a Deity.*« Die Originale dieser Briefe erschienen zuerst 1756 im Druck, in einer besonderen Broschüre. (Vgl. Anhang.)

Sir David Brewster bemerkt hierüber in seinem »*Life of Sir Isaac Newton*« London 1831. *Family Library.* Vol. XXIV Folgendes:

»*The originals of these four letters to Bentley* »*were given by Dr. Richard Bentley to Cumberland, his nephew, and executor, while a student at Trinity College, and were printed by him in a separate pamphlet in* 1756. *This publication was reviewed by Dr. Samuel Johnson in the Literary Magazine* Vol. I. p. 89. *See Johnson's Works* Vol. II. p. 328.

The original letters are preserved in Trinity College, to which society they were given by Cumberland a short time before his death.« — *Monk's Life of Bentley,* p 33. Note.«

Die *Review Johnson's* habe ich in dem oben citirten *Literary Magazine* nicht gefunden, obschon ein kurzer Abriss von Newton's Leben dort zu finden ist. Die in *Johnson's Works* II. 328 gegebene *Review* ist sehr oberflächlich und enthält nur den Abdruck einzelner Stellen der Newton'schen Briefe, unter denen sich die von Faraday und Maxwell angezogenen Worte nicht befinden. (Vgl. Anhang.)

**) »*Sibi gratulentur mortales tale tantumque extitisse humani generis decus*« ist auf Newton's Grabmal zu lesen.

Digitized by Google

Alexander Dyce, der Herausgeber der unten citirten Werke Bentley's, spricht sich ausführlicher hierüber in folgenden Worten aus:

»Die Boyle-Vorlesungen waren ursprünglich als besondere Publicationen herausgegeben, die ersten sechs im Jahre 1692, die letzten zwei im Jahre 1693 zu London, 4°, und im letzteren Jahre wurde ihnen ein allgemeines Inhaltsverzeichniss vorangeschickt. Die Thorheit und Unvernünftigkeit des Atheismus demonstrirt aus den Vorzügen und der inneren Befriedigung eines religiösen Lebens, aus den Fähigkeiten der menschlichen Seelen, aus der Structur beseelter Körper und aus dem Ursprunge und dem Baue des Weltgebäudes u. s. w. — In der vierten Ausgabe (London 1699) machte der Verfasser verschiedene wichtige Verbesserungen und Abänderungen.

Bevor Bentley die siebente und achte dieser Vorlesungen in die Druckerei sandte, richtete er verschiedene Briefe an Sir Isaac damals noch Herr) Newton, welche sich auf die Anwendungen bezogen, die Bentley damals von den Entdeckungen dieses grossen Denkers gemacht hatte. Die Antworten Newton's, zuerst publicirt von Richard Cumberland »Vier Briefe von Sir Isaac Newton an Doctor Bentley. Enthaltend einige Argumente für den Beweis vom Dasein eines göttlichen Wesens, London. 1756. 8°.« sind gegenwärtig den Vorlesungen als Anhang beigefügt.« *)

Die folgenden Stellen aus der siebenten Rede Bentley's (p. 162 ff. a. a. O.) werden ausreichend sein, um das grosse Missverständniss jener falschen Interpreten der Newton'schen Anschauungen von der Ursache der Gravitation und aller unvermittelten Fernewirkungen in ein helles Licht zu setzen.

Bentley bemerkt nämlich a. a. O. Folgendes:

»Es ist völlig unbegreiflich, wie ein unbeseelter, todter Körper ohne die Vermittelung irgend eines immateriellen Wesens auf einen andern Körper ohne wechselseitige Berührung einwirken und ihn afficiren kann; wie räumlich getrennte Körper durch einen absolut leeren Raum auf einander wirken können, ohne Dazwischenkunft von noch etwas Anderem, wodurch die Wirkung von einem auf den andern Körper übertragen wird. Ich will nicht eine Sache, die an sich so klar und einleuchtend ist, durch eine Menge von Worten verdunkeln und verwirren, die von Allen zugegeben werden muss, die eine competente Fähigkeit des Denkens besitzen, und welche, — ich sage nicht mit den Geheimnissen, sondern mit den ersten Principien der Erkenntnisstheorie vertraut sind. Ganz so verhält es sich nun mit der

*) *Bentley's Works ed. Alex. Dyce.* London 1838. Vol. III. Preface p. V—VI. Der Originaltext aller hier vorkommenden Stellen befindet sich am Schlusse dieses Bandes.

Digitized by Google

gegenseitigen Gravitation oder Attraction nach unserm gegenwärtigen Sprachgebrauch; sie ist eine Thätigkeit, oder Energie, oder ein Einfluss, welchen räumlich getrennte Körper auf einander ausüben durch einen leeren Raum, ohne irgend welche *effluvia*, oder Ausdünstungen, oder ein anderes materielles Medium, durch welches jener Einfluss fortgeleitet oder übertragen wird. Diese Kraft kann daher nicht eine der Materie innewohnende und wesentliche Eigenschaft sein, und wenn dies nicht der Fall ist, so folgt hieraus mit grösster Klarheit — da jene Eigenschaft weder von der Ruhe noch Bewegung, weder von der Gestalt noch Lage der Theilchen abhängig ist, — was alles die Umstände sind, durch welche Körper ihre Verschiedenheit erlangen —, dass jene Kraft niemals auf die Materie übergehen konnte, ohne ihr durch eine immaterielle und göttliche Macht eingepflanzt und eingehaucht zu sein.

Wir haben also bewiesen, dass die Kraft der wechselseitigen Gravitation, ohne Berührung oder Stoss, in keiner Weise der blossen Materie beigelegt werden kann; und wenn dies dennoch der Fall wäre, so werden wir jetzt zeigen, dass sie alsdann völlig unfähig sein würde, aus einem anfänglichen Chaos die Welt zu bilden.

Wie aber nun, wenn sich zeigen lässt, dass wirklich eine solche Schwerkraft existirt, welche nicht der Materie als solcher zugeschrieben werden kann, und welche in der Constitution des gegenwärtigen Weltsystems wirksam ist? Dies würde ein neues und unwiderlegliches Argument für das Dasein eines göttlichen Wesens sein, indem es ein directer und positiver Beweis ist, dass ein immaterieller lebender Geist die todte Materie lenkt und beeinflusst und das Weltgebäude erhält.« *)

Offenbar hatte Bentley an Newton bei Eröffnung des Briefwechsels seine Absicht mitgetheilt, auch auf dem Gebiete der Naturwissenschaft einige Beweise für das Dasein einer göttlichen Allmacht ausfindig zu machen, denn Newton beginnt gleich den ersten seiner Briefe (d. d. Cambridge, Decemb. 10, 1692) mit folgenden Worten:

»Als ich mein Werk über unser Weltsystem schrieb, hatte ich mein Augenmerk auf solche Principien gerichtet, welche bei denkenden Menschen den Glauben an ein göttliches Wesen bewirken mochten; und nichts kann mir eine grössere Freude bereiten, als zu sehen, dass es in dieser Hinsicht von Nutzen gewesen ist. Wenn ich aber der Menschheit auf diese Weise einen Dienst erwiesen habe, so verdanke ich dies nichts Anderem, als dem Fleisse und einem geduldig ausharrenden Nachdenken.« (p. 203.)

Im dritten Briefe Newton's an Bentley (d. d. Cambridge, Febr. 25,

*) Vgl. den Originaltext am Schlusse dieses Bandes.

Digitized by Google

1693) kommt gleich im Anfange, als Antwort auf einen Brief Bentley's, die folgende Stelle vor:

»Im folgenden Theile Ihres Briefes stellen Sie vier andere Behauptungen auf, welche auf die sechs ersten gegründet sind. Die erste dieser vier Behauptungen scheint sehr einleuchtend, vorausgesetzt, dass Sie den Begriff der Attraction in einem so allgemeinen Sinne nehmen, dass man darunter jede Kraft versteht, durch welche räumlich getrennte Körper bestrebt sind, zusammen zu kommen, **ohne mechanischen Impuls.***) (p. 211.)

Bestimmter und unzweideutiger als durch diese Worte kann wohl schwerlich bewiesen werden, dass Newton die Gravitation als eine wirkliche durch den absolut leeren Raum (*Vacuum*) ohne materielle Vermittelung in die Ferne wirkende Kraft ansah. Dass nun aber eine solche thatsächlich vorhandene und durch die Erscheinungen bewiesene Beziehung zweier räumlich getrennten Körper nothwendig durch irgend Etwas vermittelt sein muss, welches Etwas, wenn es nicht materiell ist, eben immateriell sein muss, das ist es, was Newton und Bentley übereinstimmend zu beweisen suchen. Es wird die Richtigkeit meiner Behauptungen noch deutlicher hervortreten, wenn ich hier die betreffenden Sätze aus Bentley's siebenter Rede und Newton's drittem Briefe im Originaltext zusammenstelle.

BENTLEY.
Sermon VII. p. 162 ff. l. c.

»And, *secondly*, 'tis repugnant to common sense and reason. 'Tis utterly inconceivable, that inanimate brute matter, without the mediation of some immaterial being, should operate upon and affect other matter without mutual contact; that distant bodies should act upon each other through a *vacuum*, without the intervention of something else, by and through which the action may be conveyed from one to the other. We will not obscure and perplex with multitude of words what is so clear and evident by

NEWTON.
Letter III. p. 211 ff. l. c.

»In the next part of your letter you lay down other positions, founded upon the six first. The first of these four seems very evident, supposing you take attraction so generally as by it to understand any force by which distant bodies endeavour to come together without mechanical impulse.« . . . .

»The last clause of the second position I like very well. It is inconceivable, that inanimate brute matter should, without the mediation of something else, which is not material, operate upon and affect other mat-

*) . . . »*any force by which distant bodies endeavour to come together without mechanical impulse.*«

Digitized by Google

its own light, and must needs be allowed by all that have competent use of thinking, and are initiated into. I do not say the mysteries, but the plainest principles of philosophy. Now mutual gravitation or attraction, in our present acception of the words, is the same thing with this; 'tis an operation, or virtue, or influence of distant bodies upon each other through an empty interval, without any *effluvia*, or exhalations, or other corporeal medium to convey and transmit it. This power, therefore, cannot be innate and essential to matter: and if it be not essential, it is consequently most manifest, since it doth not depend upon motion or rest, or figure or position of parts, which are all they ways that matter can diversify itself, that it could never supervene to it, unless impressed and infused it by an immaterial and divine power.«

ter without mutual contact, as it must be, if gravitation, in the sense of Epicurus, be essential and inherent in it. And this is one reasen why I desired you would not ascribe innate gravity to me. That gravity should be innate, inherent, and essential to matter, so that one body may act upon another at a distance through a *vacuum*, without the mediation of any thing else, by and through which their action and force may be conveyed from one to another, is to me so great an absurdity, that I believe no man, who has in philosophical matters a competent faculty of thinking, can ever fall into it. Gravity must be caused by an agent acting constantly according to certain lows; but wether this agent be material or immaterial, I have left to the consideration of my readers.«

Dass Newton fast achtzehn Jahre früher, im Alter von 33 Jahren, gelegentlich auch auf eine Hypothese hingedeutet hat, durch welche mit Hülfe eines materiellen Mediums die allgemeine Gravitation erklärt werden könnte, geht aus einer Abhandlung hervor, welche er am 7. December 1675 der Royal Society vorlegte, betitelt »*An hypothesis explaining properties of light*«. In dieser Abhandlung spricht Newton zum ersten Male seine Ansichten über einen allgemein verbreiteten Aether aus und wendet denselben zur Erklärung der Natur des Lichtes und der Ursache der Schwere an.

Vermöge seiner grossen Elasticität und folglich seines Bestrebens, sich nach allen Richtungen hin auszudehnen, übt dieser Aether einen Druck auf sich selbst und daher auch gegen die festen Theile der Körper aus und ist bestrebt, dieselben von den dichteren nach den weniger dichten Stellen mit derjenigen Kraft zu treiben, welche wir Schwere nennen *).

---

* *David Brewster, The life of Sir Isaac Newton.* London 1831, p. 305 ff.:
»*This ethereal medium, according to our author, is exceedingly more rare and more elastic than air.*« .... »*Owing to its great elasticity, and, consequently its efforts to spread in all directions, it presses*

Digitized by Google

Sehr beachtenswerth ist aber die Bemerkung Newton's über die Veranlassung zu diesen Speculationen. Er sagt in einem Briefe an Halley, d. d. 20. Juni 1686:

»Ich wurde hierzu veranlasst, weil ich die Beobachtung gemacht hatte, dass die Köpfe einiger grossen Virtuosen sehr auf Hypothesen versessen waren, weshalb ich eine gab, welche ich geneigt war, als die wahrscheinlichste zu betrachten, wenn ich überhaupt genöthigt gewesen wäre, eine anzunehmen; sie mag nur als eine Vermuthung betrachtet werden, der ich kein weiteres Vertrauen schenke.

Ich besitze so wenig Einbildungskraft für solche Dinge, dass ich glaube, — wenn mich Ihre Aufmunterung nicht dazu veranlasst hätte — ich würde niemals so viel Papier über dieselben beschrieben haben.« *

Was aber würde Sir Isaac Newton sagen, wenn er heute, nach fast zweihundert Jahren, mitten unter seinen Landsleuten erschiene und die »grossen Virtuosen« und das »Papier« erblickte, welches über solche mechanische Hypothesen beschrieben worden ist und noch beschrieben werden wird!

Dass Newton in der Vorrede zu seinen Principien durch Cotes ausdrücklich erklären lässt, er glaube zwar in der allgemeinen Gravitation der Materie die letzte und einfachste mechanische Ursache aller himmlischen Bewegungen entdeckt zu haben, dagegen befinde er sich noch in voller Unwissenheit über die dieser letzten mechanischen Ursache zu Grunde liegende, fernere Ursache, dies kümmert jene falschen Interpreten des Newtonschen Briefes an Bentley nicht. Cotes aber hält es für selbstverständlich,

---

against itself, and, consequently, against the solid particles of bodies, so as to make them continually approach to one another, the body being impelled from the denser parts of the medium towards the rarer with all that power which we call gravity.«

Wie man sieht, ist dies dieselbe Hypothese, durch welche Euler und Edlund die elektrischen Fernewirkungen der Körper vermittelst des Aethers zu erklären versuchen. Vgl. Berichte der Kgl Sächs. Ges. d. W. 1872. Sitzung vom 1. Juli 1872, p 122 ff.

*) *»An hypothesis explaining properties of light, in which he, for the first time, introduces his opinions respecting ether, and employs them to explain the nature of light and the cause of gravity. He was induced« he says »to this, because he had observed the heads of some great virtuosos to run much upon hypotheses, and he therefore gave one which he was inclined to consider as the most probable, if he were obliged to adapt one.« In a letter to Dr. Halley, dated June 20th 1686 Sir Isaac refers to this paper, and observes, that is only to be looked upon as one of his guesses that he did not rely upon.«*

Ib. p. 304. *». . he concludes by saying, that »he has so little fancy to things of this nature, that, had not your encouragement moved me to it, I should never, I think, thus far have set pen to paper about them.«*

Digitized by Google

dass von jener bis jetzt unbekannten Ursache der gravitirenden *actio in distans* überhaupt niemals eine mechanische Erklärung gegeben werden könne; er erklärt dies im Auftrage Newton's in absolut unzweideutiger Weise in folgenden Worten:

»Von der letzteren kann keine mechanische Erklärung gegeben werden; würde diese gegeben, so wäre die Ursache noch nicht die einfachste. Wird man deshalb diese einfachsten Ursachen verborgene nennen und dieselben verbannen wollen? Zugleich würden dann auch die unmittelbar von ihnen abhängenden und ebenso die weiter abhängenden Ursachen verbannt werden, bis die Naturlehre von allen Ursachen frei und gereinigt wäre.«*

Nur bei gänzlicher Ignorirung dieser ausdrücklichen Erklärung Newton's, dass jeder Versuch, die Schwere oder überhaupt eine erfahrungsmässig bewiesene *elementare* Fernewirkung materieller Theilchen, durch mechanische Ursachen, d. h. durch Vermittelung eines materiellen Mediums, zu erklären, einen logischen Widerspruch involvire, ist es erklärlich, dass Herr Helmholtz eine Hypothese Maxwell's für »sehr wichtig« hält, bei welcher

»Herr Cl. Maxwell die Annahme von Fernkräften hat fallen lassen, und annimmt, dass die sämmtlichen magnetischen elektrostatischen und elektrodynamischen Wirkungen durch Fortpflanzung molecularer Bewegungen und Kräfte, in einem den Raum ausfüllenden elastischen Medium in die Ferne übertragen werden.«**

Was aber nun für Vorstellungen und Annahmen über die Constitution dieses »den Raum ausfüllenden elastischen Mediums« erforderlich sein würden, um jenen »sehr wichtigen« wissenschaftlichen Fortschritt möglich zu machen, darüber mögen uns gleichfalls die folgenden Worte von Helmholtz Aufschluss geben, in denen er die erwähnten Annahmen der Maxwell'schen Hypothese, die im Original sogar durch Abbildungen verdeutlicht sind, reproducirt:

»Es würde dazu ein System von Zellen mit elastischen Wänden und kugeligen Hohlräumen angenommen werden müssen, in denen elastische Kugeln rotiren können, die durch die Centrifugalkraft abgeplattet werden. Zwischen ihnen müssten in den

---

*) Newton's Principien. Deutsche Ausgabe von Wolfers, p. 12.

** Monatsberichte d. Kgl. Akad. zu Berlin. Sitzung vom 18. April 1872, p. 248

Digitized by Google

Wänden der Zellen selbst, wie Frictionsrollen, andere Kugeln von unveränderlichem Volumen liegen. Diese würden frei rotiren können, ihr Schwerpunkt aber in isolirenden Medien sich nur durch elastisches Nachgeben der Zellenwand verschieben, in leitenden Medien dagegen bei jeder Verschiebung einen einer Reibung in einer zähen Flüssigkeit ähnlichen Widerstand erleiden müssen. Die Übertragung der Bewegung zwischen diesen Kugeln würde nur durch Adhäsion ihrer Oberflächen aneinander geschehen. Verschiebung der zuletzt genannten Kugeln gibt die elektrische Polarisation des Medium, Fortströmen derselben einen elektrischen Strom; Rotation der elastischen Kugeln entspricht der Magnetisirung des Medium, die Rotationsaxe ist die Richtung der magnetischen Kraft.«

»In der That« fährt Herr Helmholtz fort, »lässt sich aus der Annahme derjenigen Reactionen der Volumenelemente des Aethers gegeneinander, welche Herr Maxwell angenommen hat, eine vollständige, und mathematisch sehr elegante Theorie der sämmtlichen elektrischen, magnetischen, elektrodynamischen und Inductionserscheinungen entwickeln, und dieselbe Theorie giebt auch noch von den Erscheinungen des Lichtes Rechenschaft.«*

Derartige Vorstellungen sind es also, welche das wissenschaftliche Verständniss von Erscheinungen besser vermitteln sollen als die Annahme von fernwirkenden Kräften, die nach dem Weber'schen Gesetze »nicht blos von der Lage der betreffenden Massen, sondern auch von ihrer Bewegung abhängen«, als ob die »Reibung in einer zähen Flüssigkeit« nicht gleichfalls eine Kraft wäre, welche nicht blos von der Lage der betreffenden Massen, sondern auch von ihrer Bewegung abhinge! Um aber solche Annahmen, wie sie der obigen von Maxwell aufgestellten Hypothese zu Grunde liegen, für »sehr wichtig« zu halten, dazu ist es nothwendig, alle seit Newton in der Astronomie, Physik und Chemie gemachten Errungenschaften einfach zu ignoriren und sich in das Zeitalter der *Cartesianischen* Wirbeltheorien zu versetzen.

Ueber solche Hypothesen hat bereits Newton vor 163 Jahren den Stab gebrochen, indem er durch Cotes in der Vorrede zu seinen Principien wörtlich erklärt:

»*Qui speculationum suarum fundamentum desumunt ab hypothesibus, etiamsi deinde secundum leges mechanicas accuratissime procedant, fabulam quidem elegantem forte et venustam, fabulam tamen concinnare dicendi sunt.*« p. XVI.

*) Monatsberichte d. Kgl. Akademie zu Berlin. Sitzung vom 18. April 1872, p. 249, p. 247.

Digitized by Google

Dass solche physischen Hypothesen die Erkenntniss direct nicht fördern, sondern nur verwirren, trotzdem aber in mathematisch hochbegabten Köpfen ausgebrütet werden können, beweisen gerade die Wirbeltheorien des Cartesius, des berühmten Erfinders der analytischen Geometrie. Aber schon die nächste Generation der heranwachsenden Physiker wird über die Erzeugnisse unseres modernen Cartesianismus ebenso urtheilen, wie Whewell über das System der alten Cartesianer, indem er sagt:

»Es wird unnöthig sein, hier von der völligen Grundlosigkeit dieses Systems in Beziehung auf dessen mechanische Haltbarkeit und auf die Übereinstimmung desselben mit den Beobachtungen zu sprechen. Seine allgemeine Aufnahme, und sein zeitliches Ansehen, selbst zuweilen bei sehr verständigen, der Mathematik wohlkundigen Männern, sind die merkwürdigsten Ereignisse, deren es sich rühmen kann.«*

Wenn die vorangegangenen Betrachtungen jeden Zweifel darüber zerstreut haben, dass Newton die allgemeine Gravitation als eine wirkliche, durch kein materielles Band oder materielles Medium vermittelte Fernewirkung der Materie betrachtet, so lässt sich auch zeigen, dass er hinsichtlich der Molecular-Constitution der Körper vollkommen auf dem Boden der Atomistik stand im directen Gegensatz zu der von W. Thomson und Maxwell vertretenen continuirlichen Raumerfüllung der Materie.

Sir David Brewster erläutert a. a. O. durch wörtliche Citate aus den Werken Newton's diese Anschauungen in folgenden Worten, deren Originaltext im Anhange mitgetheilt ist:

»Bei der Erklärung der Structur der festen Körper ist Newton der Meinung:

»»dass die kleinsten Theilchen der Materie durch die grössten Anziehungskräfte zusammengehalten werden und grössere Theilchen von schwächerer Kraft bilden; viele von diesen Theilchen bilden durch Cohäsion noch grössere Theilchen, deren Kraft noch schwächer ist; und so fort in verschiedener Stufenfolge bis diese Progression in den grössten Theilchen, von welchen die chemischen Vorgänge, die Farben der Naturkörper, abhängen, ihr Ende erreicht und welche dann durch

*) Whewell, Geschichte der inductiven Wissenschaften, II., p. 137. (Deutsche Ausgabe von Littrow.)

Digitized by Google

Adhäsion mit einander verbundene Körper von wahrnehmbarer Grösse bilden*).

*) Es geht hieraus deutlich hervor, dass Newton die Existenz *unsichtbarer* Theilchen von *nicht* wahrnehmbarer Grösse annimmt, durch deren Aggregate erst die wahrnehmbaren Theilchen entstehen, eine Annahme, deren Zulässigkeit auch wohl niemals ein denkender Naturforscher bezweifelt hat. Nur den Landsleuten Sir Isaac Newton's blieb es vorbehalten, durch zwei Männer, welche heut als Interpreten seiner Anschauungen auftreten, diese Annahme als eine »Unheil stiftende« zu bekämpfen und sie in die vierte Classe von Hypothesen zu degradiren, welche »in Wirklichkeit doch eher als schädlich denn als nützlich angesehen werden müssen«.

Sir William Thomson und P. G. Tait erklären in ihrem »Handbuch der theoretischen Physik«, (»autorisirte deutsche Übersetzung von Dr. H. Helmholtz und G. Wertheim, Braunschweig 1871«) § 385 wörtlich:

»Ein anderes Beispiel dieser Art ist die Emissionstheorie des Lichtes, welche eine Zeit lang grosses Unheil stiftete, und die sich nur hätte rechtfertigen lassen, wenn ein Lichtkörperchen wirklich wahrgenommen und untersucht worden wäre. Da solche Speculationen zwar gefährlich, aber interessant und, wie z. B. Weber's Theorie, oft sehr elegant sind, so werden wir darauf in den entsprechenden Capiteln zurückkommen.«

Ich hatte diese Forderung der beiden englischen Physiker in meinem Buche *über die Natur der Cometen* u. s. w. p. LIII als Folge eines »groben Denkfehlers« bezeichnet, weil, »wenn in uns erst durch Berührung der Lichtkörperchen mit unseren Nerven die Empfindung des Lichtes erzeugt wird, — gleichgültig ob dies durch Oscillationen des Aethers oder direct durch fortgeschleuderte Körperchen geschieht — es offenbar unmöglich ist, ein solches Lichtkörperchen, bevor es unsere Sehnerven berührt oder afficirt hat, überhaupt durch das Auge wahrzunehmen«.

Hr. Helmholtz versucht in der Vorrede zum 2. Theil der deutschen Ausgabe jenes Handbuches S. X (1874) die englischen Autoren gegen diesen Vorwurf zu vertheidigen, indem er mir erwidert:

»Muss ich einem Manne, der so viel sicherer in den Elementen der Erkenntnisstheorie zu sein glaubt, als seine Gegner, noch erst auseinandersetzen, dass ein Object sehen, im Sinne der Emanationstheorie, heisst, die Lichtkörperchen in das Auge aufnehmen und empfinden, die von jenem Objecte abgeprallt sind?«

Abgesehen davon, dass nach dieser Definition die selbstleuchtenden Körper nach der Emissionstheorie unsichtbar sein müssten, da von diesen keine Lichtkörperchen »abprallen«, sondern ausgesandt werden, so giebt Hr. Helmholtz implicite in seinem Satze die Richtigkeit meiner Behauptung zu. Denn »Lichtkörperchen in das Auge aufnehmen und empfinden« heisst eben nicht »Lichtkörperchen sehen«, eben so wenig wie man eine Hand sieht, welche einem im Finstern einen Schlag in's Auge versetzt. Durch den Reiz des Sehnerven und durch ein Druck- und Schmerzgefühl empfinden wir die Hand, aber wir sehen die Hand nicht.

Es liegt eben ein »grober Denkfehler« in der Forderung, dasjenige Medium selber wahrzunehmen, was man zur Erklärung der Wahrnehmung und Vermittelung entfernter Objecte mit unseren Sinnen hypothetisch vorausgesetzt hat. Denn könnte man wirklich dieses Medium selber wahrnehmen, so müsste man zur Erklärung dieser Wahrnehmung aus denselben Gründen wieder ein zweites Medium zur Vermittelung dieser Wahrnehmung annehmen, und so fort *in infinitum*.

Es ist jedenfalls sehr bemerkenswerth, dass in der Forderung, ein Lichtkörperchen wahrzunehmen und zu untersuchen, derselbe Denkfehler enthalten ist, wie in der Hypothese zur Erklärung des Ursprungs der Organismen auf der Erde durch Übertragung organischer Keime vermittelst der Meteorsteine als Bruchstücke eines andern Weltkörpers (»*moss-grown fragments from the ruins of another world*«. — W. Thomson.). Nur der noch unentwickelte Verstand eines Kindes kann sich bei einer solchen Hypothese beruhigen, ähnlich wie bei Beantwortung der kindlichen Frage, woher das neugeborene Brüderchen oder Schwesterchen gekommen sei. Die Mutter befriedigt den kindlichen Causalitätstrieb durch die

Digitized by Google

»»Wenn der Körper ein fester ist, und innerlich dem Drucke widersteht oder nachgiebt, ohne Gleitung seiner Theile, so ist er hart oder elastisch, indem er zu seiner ursprünglichen Gestalt wieder zurückkehrt, welche aus der gegenseitigen Attraction seiner Theile entspringt. Wenn die Theile aneinander gleiten, so ist der Körper schweissbar oder weich. Wenn dieselben leicht übereinander hingleiten und von einer geeigneten Grösse sind, um durch die Wärme in Bewegung gesetzt werden zu können und die Wärme gross genug ist, sie in dieser Bewegung zu erhalten, so ist der Körper flüssig; und wenn er hierbei die Fähigkeit besitzt, an andern Körpern zu haften, so ist er feucht, und die Tropfen einer jeden Flüssigkeit nehmen eine runde Gestalt an durch die gegenseitige Attraction ihrer Theile, wie die Erdkugel und das Meer eine runde Gestalt durch die gegenseitige Anziehung seiner Theile vermöge der Gravitation annimmt.««

Sir Isaac setzt ferner voraus, dass, da die attractive Kraft der Körper nur bis zu einem kleinen Abstande von ihnen reichen kann, alsdann »»eine repulsive Kraft folgen muss«« *a repulsive virtue ought to succeed*; er folgert eine solche Kraft aus der Reflexion der Lichtstrahlen, indem die Strahlen ohne unmittelbaren Contact des reflectirenden Körpers zurückgestossen werden (*the rays being repelled without the immediate contact of the reflecting body*). — und ebenso muss ein Strahl bei der Emission des Lichtes, sobald er von einem leuchtenden Körper

---

Antwort: »der Storch hat's gebracht« in der richtigen Voraussetzung, das Kind werde nicht weiter fragen, von wem und woher der Storch die Kinder erhalte.

Diese oder ähnliche einfache Reflexionen sind es offenbar gewesen, welche das »*scientific*« und »*unscientific people*« in England mir gegenüber zu der öffentlichen und privaten Erklärung veranlassten, Sir William Thomson habe sich auf der Naturforscher-Versammlung in Edinburgh (1871) nur einen Scherz erlaubt, als er jene beiden Hypothesen aussprach.

In der »*Nature*, July 4. 1872. p. 178« erklärt ein anonymer, humoristischer Recensent meines Buches »Über die Natur der Cometen« ganz bestimmt: »*The celebrated »moss-grown fragments from the ruins of another world« was a joke taken in earnest by many even in this country; so we can hardly blame Prof. Zöllner for falling into the trap;*« und ebenso in Bezug auf die Wahrnehmbarkeit der Lichtkörperchen in § 385 des Handbuchs der theoretischen Physik von Thomson und Tait: »*It is true there is a jokelet in this (now) celebrated section, something about catching a luminous corpuscule and examining it.*«

Leider sind wir Deutsche gegenwärtig nicht mehr in einer so glücklichen Lage, den wissenschaftlichen Ruf einer unserer Celebritäten durch Desavouirung dieser Behauptungen in Schutz nehmen zu können. Denn Hr. Helmholtz hat ernsthaft die Priorität einer der beiden obigen Hypothesen für sich in Anspruch genommen, indem er im December 1873 erklärt:

»Ich hatte dieselbe Ansicht als eine mögliche Erklärungsweise der Übertragung von Organismen durch die Weträume sogar noch etwas früher als Herr W. Thomson in einem im Frühling desselben Jahres zu Heidelberg und Cöln gehaltenen, aber noch nicht veröffentlichten Vortrage erwähnt.« (Vorrede zum 2. Theil des ersten Bandes zur theoretischen Physik von W. Thomson und P. G. Tait p. XI.)

Der angedeutete Vortrag ist nun vor wenigen Wochen unter dem Titel »Über die Entstehung des Planetensystems« erschienen und hierin die obige Vertheidigung in einem Zusatze ausführlich wieder abgedruckt, zum Beweise, dass Hr. Helmholtz die fragliche Hypothese in vollem Ernste genommen hat (— *had taken in earnest* —, und die Annahme eines Scherzes (*joke, jokelet*) definitiv ausgeschlossen ist. Vgl. Populäre wissenschaftliche Vorträge von H. Helmholtz. Drittes Heft. Braunschweig 1876. S. 138.

Digitized by Google

durch die vibrirende Bewegung der Körpertheilchen ausgesandt ist und die Grenze der Attractionskraft erreicht hat, mit einer ausserordentlich grossen Geschwindigkeit durch die Reflexionskraft fortgetrieben werden.«*)

Bestimmter und unzweideutiger als durch diese Worte kann wohl schwerlich der Beweis geführt werden, dass Newton »durch den leeren Raum in die Ferne wirkende Kräfte« zur Erklärung der Naturphänomene wirklich angenommen hat. Es zeugt daher nur von einem gänzlichen Mangel an Kenntniss der Werke Newton's, wenn Herr E. du Bois-Reymond in der Nachahmung der von Sir W. Thomson und Cl. Maxwell zuerst ausgesprochenen Ansichten die Behauptung aufstellt:

»Durch den leeren Raum in die Ferne wirkende Kräfte sind an sich unbegreiflich, ja widersinnig, und erst seit Newton's Zeit durch Missverstehen seiner Lehre und gegen seine ausdrückliche Warnung, den Naturforschern eine geläufige Vorstellung geworden.«

Dass Newton für die in die Ferne wirkenden Kräfte wie die Gravitation, die Elektricität und den Magnetismus noch eine fernere Ursache annimmt, aber keine mechanische, sondern nur eine immaterielle Ursache, ist oben ausführlich erörtert worden. Die folgenden Stellen aus dem dritten Buche seiner Principien (Deutsche Ausgabe von Wolfers S. 511) mögen den Beweis für die Richtigkeit meiner Behauptung vervollständigen:

»Ich habe bisher die Erscheinungen der Himmelskörper und die Bewegungen des Meeres durch die Kraft der Schwere erklärt, aber ich habe nirgends die Ursache der letzteren angegeben. Diese Kraft rührt von irgend einer Ursache her, welche bis zum Mittelpunkte der Sonne und der Planeten dringt, ohne irgend etwas von ihrer Wirksamkeit zu verlieren. Sie wirkt nicht nach Verhältniss der Oberfläche derjenigen Theilchen, worauf sie einwirkt, wie die mechanischen Ursachen, sondern nach Verhältniss der Menge fester Materie, und ihre Wirkung erstreckt sich nach allen Seiten hin bis in ungeheure Entfernungen, indem sie stets im doppelten Verhältniss der letzteren abnimmt.«

»Es würde hier der Ort sein, etwas über die geistige Substanz hinzuzufügen, welche alle festen Körper durchdringt und in ihnen enthalten ist. Durch die Kraft und Thätigkeit dieser geistigen Substanz ziehen sich die Theilchen der Körper wechsel-

*) Vgl. den Originaltext am Schlusse dieses Bandes: »Newton als Vertreter der Atomistik und einer *materiell* unvermittelten Fernewirkung der Materie«.

seitig in den kleinsten Entfernungen an und haften aneinander, wenn sie sich berühren. Durch sie wirken die elektrischen Körper in den grössten Entfernungen, sowohl um die nächsten Körperchen anzuziehen, als auch sie abzustossen. Mittelst dieses geistigen Wesens strömt das Licht aus, wird zurückgeworfen, gebeugt, gebrochen und erwärmt die Körper. Alle Gefühle werden erregt und die Glieder der Thiere nach Belieben bewegt durch die Vibrationen desselben, welche sich von den äusseren Organen der Sinne mittelst der festen Fäden der Nerven bis zum Gehirn und hierauf von diesem zu den Muskeln fortpflanzen. Diese Dinge lassen sich aber nicht mit wenigen Worten erklären, und man hat noch keine hinreichende Anzahl von Versuchen, um genau die Gesetze zu bestimmen und beweisen zu können, nach welchen diese allgemeine geistige Substanz wirkt.« *)

»Die blinde metaphysische Nothwendigkeit, welche stets und überall dieselbe ist, kann keine Veränderung der Dinge hervorbringen; die ganze in Bezug auf Zeit und Raum herrschende Verschiedenheit aller Dinge kann nur von den Vorstellungen und dem Willen eines nothwendig existirenden Wesens herrühren.« **)

Newton war also nicht so glücklich oder unglücklich wie der Marquis de Laplace, der ein Jahrhundert später auf die Frage Napoleon's, weshalb das Wort »Gott« in seiner *Mecanique céleste* nicht vorkomme, die Antwort gab:

»*Sire, je n'avais pas besoin de cette hypothèse.*«

Es spiegelt sich aber dieser intellectuelle Unterschied zwischen Newton und Laplace hinsichtlich ihres metaphysischen Bedürfnisses den Naturerschei-

---

*) Newton, *Philosophiae naturalis Principia mathematica.* Lib. III. *Scholium generale.* Ed. III. Le Seur & Jacquier. Genevae 1742. p. 676.

»*Hactenus phaenomena caelorum et maris nostri per vim gravitatis exposui, sed causam gravitatis nondum assignavi. Oritur utique haec vis a causa aliqua, quae penetrat ad usque centra solis et planetarum, sine virtutis diminutione; quaeque agit non pro quantitate superficierum particularum, in quas agit, (ut solent causae mechanicae), sed pro quantitate materiae solidae; et hujus actio in immensas distantias undique extenditur, decrescendo semper in duplicata ratione distantiarum.*

Adjicere jam liceret nonnulla de spiritu quodam subtilissimo corpora crassa pervadente, et in iisdem latente; cujus vi et actionibus particulae corporum ad minimas distantias se mutuo attrahunt, et contiguae factae cohaerent: et corpora electrica agunt ad distantias majores, tam repellendo quam attrahendo corpuscula vicina; et lux emittitur, reflectitur, refringitur, inflectitur et corpora calefacit; et sensatio omnis excitatur, et membra animalium ad voluntatem moventur, vibrationibus scilicet hujus spiritus per solida nervorum capillamenta ab externis sensuum organis ad cerebrum et a cerebro in musculos propagatis. Sed haec paucis exponi non possunt; neque adest sufficiens copia experimentorum, quibus leges actionum hujus spiritus accurate determinari et monstrari debent.«

**) Ibid. p. 675. »*A caeca necessitate metaphysica, quae utique eadem est semper et ubique, nulla oritur rerum variatio. Tota rerum conditarum pro locis ac temporibus diversitas, ab ideis et voluntate entis necessario existentis solummodo oriri potuit.*«

Digitized by Google

nungen gegenüber in sehr bedeutsamer Weise auch in ihrem moralischen Verhalten den Menschen gegenüber*).

Während Newton im Jahre 1687 die Rechte seiner Universität gegen Eingriffe des Königs James II. mit männlicher Entschlossenheit siegreich vertheidigte, weigerte sich Laplace im Jahre 1825 den Präsidentenstuhl in der französischen Akademie einzunehmen, als die Mitglieder des Institutes eine an Karl X. zu erlassende Bittschrift für Abschaffung der Censur discutirten. Newton war also ein Charakter mit der Devise: »Demuth vor Gott, aber Stolz vor den Menschen«, während Laplace durch seine Handlungen und Worte die entgegengesetzte Gesinnung verrieth.

Solche Charaktere, wie Laplace auf intellectuellem Gebiete, beobachtet man auch im politischen Leben, aber auf beiden Gebieten besitzen sie das übereinstimmende Merkmal eines starken Glaubens an ihre eigene Unfehlbarkeit und einer absoluten Richtigkeit ihrer eigenen Meinung, deren Ungebundenheit sie nach Oben durch die Forderung einer »vollen Freiheit«, nach Unten durch den Anspruch auf »Tyrannei des Gedankens« bethätigen. Solche Männer sind auch in unseren Tagen noch jederzeit bereit, neue Wahrheiten durch »den Staatsanwalt« oder »die Zelle im Irrenhause« unschädlich zu machen, wenn ihnen unsre Gesetze die Macht und die Mittel hierzu nicht verweigerten.

Auch der Marquis de Laplace begnügte sich nicht damit, nur für seinen eigenen Verstand die Nothwendigkeit der Hypothese von der Existenz eines göttlichen Wesens in Abrede zu stellen, sondern hielt sich auch für berechtigt, die Nothwendigkeit einer solchen Hypothese für den Verstand eines Newton zu

*) Interessant ist das Folgende, was Littrow in der deutschen Übersetzung von Whewell's Geschichte der inductiven Wissenschaften, Bd II, p. 269 ff., über den Anfang und das Ende des Lebens von Laplace mittheilt:

»Seine ersten Lorbeeren sammelte er sich in der Theologie, wo er die schwersten Controverspunkte mit dem grössten Scharfsinn zu behandeln wusste.« . . .

»Im Anfange der Krankheit, die sein Leben endete, bemerkte man öfter ein Irrereden über astronomische Gegenstände, als ob er in den Sitzungen der Akademie einen Vortrag halten wollte. Als an seinem Sterbetage die um ihn stehenden Freunde seiner grossen Entdeckungen gedachten, soll er bitter lächelnd geantwortet haben: »*Ce que nous connaissons, est peu de chose, mais ce que nous ignorons est immense.*« Wenige Stunden darauf verschied er.«

Digitized by Google

bestreiten, und daher ganz folgerichtig die religiösen Anschauungen Newton's als Ausfluss einer Verstandesschwäche oder eines Gemüthsleidens (»*insanity*«, »*alienation of mind*«) zu erklären.

Da auch in unseren Tagen solche Erklärungsversuche von Naturforschern gegenüber einer vom Gewöhnlichen abweichenden Denkungsart einiger ihrer Zeitgenossen mehrfach angestellt worden sind, so habe ich es nicht für unzweckmässig gehalten, Sir David Brewster's nachdrückliche, auf umfassende Documente gestützte, Vertheidigung Newton's gegen derartige Insinuationen von Laplace im Originaltext am Schlusse dieses Bandes mitzutheilen.

Je mehr ich Gelegenheit habe, die Menschen aus eigener Erfahrung kennen zu lernen, desto mehr wächst mein Erstaunen über die Widersprüche, welche die Natur in ihren Charakteren zu einer scheinbaren Einheit verschmolzen hat. Ist es z. B. verständlich, wie ein Mann nur fünf Monate vor seiner Rede »über die Grenzen des Naturerkennens«, in welcher er mit der Demuth eines Naturforschers den Hochmuth eines Orthodoxen widerspruchsfrei zu vereinigen sucht*), die folgenden Worte niederschreiben konnte?

> »Wir sind das Spiel unserer Gehirnmolekeln. Ich habe in meinem Leben einige gute Einfälle gehabt, und mich manchmal dabei beobachtet. Sie kamen völlig unwillkürlich, ohne dass ich einmal an die Dinge dachte. Sichtlich fielen die Molekeln mit einemmal in die gesuchte Lage.«

*) Emil du Bois-Reymond, Über die Grenzen des Naturerkennens. Ein Vortrag in der zweiten öffentlichen Sitzung der 45. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte zu Leipzig am 14. August 1872.

»Je unbedingter aber der Naturforscher die ihm gesteckten Grenzen anerkennt, und je demüthiger er in seine Unwissenheit sich schickt, um so tiefer fühlt er das Recht, mit voller Freiheit, unbeirrt durch Mythen, Dogmen und alterstolze Philosopheme, auf dem Wege der Induction seine eigene Meinung über die Beziehungen zwischen Geist und Materie sich zu bilden. (p. 29.)

In Bezug auf das Räthsel der Körperwelt ist der Naturforscher längst gewöhnt, mit männlicher Entsagung sein »*Ignoramus*« auszusprechen. Im Rückblick auf die durchlaufene siegreiche Bahn, trägt ihn dabei das stille Bewusstsein, dass, wo er jetzt nicht weiss, er wenigstens unter Umständen wissen könnte, und dereinst vielleicht wissen wird. In Bezug auf das Räthsel aber, was Materie und Kraft seien, und wie sie zu denken vermögen, muss er ein- für allemal zu dem viel schwerer abzugebenden Wahrspruch sich entschliessen: »*Ignorabimus!*« (p. 34).

Mit vollkommen demselben Rechte kann man auch behaupten, es sei für den menschlichen Verstand für immer unmöglich, zu begreifen, wie man aus einem Holzklotz ein eisernes Schwert anfertigen könne. Eine solche Forderung an unseren Verstand wäre aber der Frage eines Kindes vergleichbar, welches stets nur mit hölzernen Schwertern gespielt und bisher deren Anfertigung nur aus Baumstämmen wahrgenommen hat, und daher beim ersten Anblick eines eisernen Schwertes nicht begreifen kann, wie man ein solch'

Dass das letzte Wort jener so künstlich gefügten Rede, nämlich das von vielen Gläubigen mit Beifall begrüsste »*Ignorabimus*« nothwendig auch ein »*Infallibilis sum*« involviren muss, — wenn es überhaupt eine Bedeutung haben soll, — das haben der Redner und mit ihm jene frommen Seelen vollkommen übersehen. Denn das Futurum von »*Ignorare*«, insofern es den Ausdruck der Bescheidenheit und der erkannten Beschränktheit des menschlichen Verstandes enthalten soll, birgt einen Widerspruch in sich, indem ja dieser Verstand selber, seiner behaupteten Beschränktheit wegen, gar nicht über zukünftige Zustände auf beliebige Zeit hinaus urtheilen könnte, folglich auch nicht über seine eigenen Zustände, die als »Spiel der Gehirnmolekeln« nur »der von Laplace gedachte Geist durch geeignete Discussion seiner Weltformel«*) für alle zukünftigen Zeiten zu erkennen im Stande wäre.

Um den Unterschied zwischen dem affectirten Ausdruck der Bescheidenheit eines modernen Naturforschers mit dem Futurum von *Ignorare*, und der tief und wahr empfundenen Bescheidenheit eines wahrhaft grossen Geistes mit dem Präsens von *Ignorare*, auf's Deutlichste hervortreten zu lassen, mögen hier die Worte Newton's folgen, welche er kurze Zeit vor seinem Tode ausgesprochen hat:

---

gefährliches, *eisernes* Ding aus *Holz* herstellen könne. Dass die Unlösbarkeit dieses Problems nicht in einer »Grenze unseres Naturerkennens«, sondern in der Unvollkommenheit des kindlichen Verstandes liegt, indem das Kind nicht den logischen Widerspruch in der an unsern Verstand gestellten Forderung bemerkt, sich ein Object mit zwei einander ausschliessenden Attributen zu denken, — das wird jenem Kinde erst später klar, wenn sein Verstand reicher entwickelt ist und es Geschmack an Kant's Kritik der reinen Vernunft findet, worin derselbe ausdrücklich erklärt:

> »Wir werden also der Verbindlichkeit einer wenigstens kritischen Auflösung der vorgelegten Vernunftfragen dadurch nicht ausweichen können, dass wir über die engen Schranken unserer Vernunft Klagen erheben und mit dem Scheine einer demuthsvollen Selbsterkenntniss bekennen, es sei über unsere Vernunft ...« (Kritik d. reinen Vernunft. S. 366 ed. Hartenstein.)

*) E. du Bois-Reymond sagt (S. 4 u. 5 a. a. O.) »... so könnte der von Laplace gedachte Geist durch geeignete Discussion seiner Weltformel uns sagen, wer die Eiserne Maske war oder wie der »Präsident« zu Grunde ging. Wie der Astronom den Tag vorhersagt, an dem nach Jahren ein Comet aus den Tiefen des Weltraumes am Himmelsgewölbe wieder auftaucht, so läse jener Geist in seinen Gleichungen den Tag, da das griechische Kreuz von der Sophienmoschee blitzen oder da England seine letzte Steinkohle verbrennen wird. Setzte er in der Weltformel $t = -\infty$, so enthüllte sich ihm der räthselhafte Urzustand der Dinge«. ... »Liesse er t im positiven Sinn unbegrenzt wachsen, so erführe er, ob Carnot's Satz erst nach unendlicher oder schon nach endlicher Zeit das Weltall mit eisigem Stillstande bedroht.«

»Es braucht nicht gesagt zu werden, dass der menschliche Geist von dieser vollkommenen Naturerkenntniss stets weit entfernt bleiben wird«. (p. 5.)

»Ich weiss nicht, [*ignoro*] als was ich der Welt dereinst erscheinen werde; aber ich selbst komme mir nur wie ein am Meeresstrande spielender Knabe vor, welcher zu seiner eignen Unterhaltung hier und da einen glatteren Kieselstein oder eine schönere Muschel als gewöhnlich findet, während der grosse Ocean der Wahrheit ganz unentdeckt vor meinen Blicken liegt.« *)

»Was für eine Lehre für die Eitelkeit und Anmaassung unserer Gelehrten« — ruft Sir David Brewster bei diesen Worten aus — »besonders für diejenigen, welche obenein niemals einen glatteren Kieselstein oder eine schönere Muschel gefunden haben! Was für eine Vorbereitung für die entlegensten Forschungen und die letzten Aussichten des scheidenden Geistes — für jene inspirirten Erkenntnisse, welche allein im Stande sind, ein Licht auf den dunklen Ocean der unentdeckten Wahrheit zu werfen!«

Und dennoch halten sich Männer, welche selber niemals solche Steine und Muscheln wie Newton gefunden haben, im unerschütterlichen Bewusstsein der Überlegenheit ihres eigenen Verstandes für berechtigt, die von Newton in seinen Briefen an Bentley discutirten Fragen über die Existenz Gottes als Zeichen einer beginnenden Umnachtung seines Geistes zu betrachten.

Samuel Johnson, ein unstäter englischer Publicist und Polyhistor (1709—1784), bemerkt z. B. bezüglich des Hauptthemas dieser Briefe:

»Die Hauptfrage dieser Briefe giebt zu der Beobachtung Veranlassung, wie selbst im Geiste Newton's die Umnachtung nach und nach um sich greift.« **)

Dieses souveräne und mit der Maske menschlicher Theilnahme verhüllte Absprechen über Dinge, mit denen man sich nicht beschäftigt hat oder zu deren Verständniss die Geisteskräfte jener allezeit schlagfertigen Kritiker nicht ausreichend sind, ist gleichfalls in unseren Tagen in voller Blüthe. Indessen giebt uns Newton auch hier ein Vorbild, wie solche Menschen zu behandeln sind. Jedesmal, wenn Halley (1656—1724) sich unterstand, irgend

---

*) *»I do not know what I may appear to the world; but to myself I seem to have been only like a boy playing on the sea-shore, and diverting myself in now and then finding a smoother pebble or a prettier shell then ordinary, whilst the great ocean of truth lay all undiscovered before me.«*

Brewster fährt hierauf fort: *»What a lesson to the vanity and presumption of philosophers, — to those especially who have never even found the smoother pebble or the prettier shell! What a preparation for the latest inquiries, and the last views of the decaying spirit, — for those inspired doctrines which all one can throw a light over the dark ocean of undiscovered truth!«* — D. Brewster's *Life of Newton* p. 338 ff.

**) *The Works of Samuel Johnson.* London 1796. Vol. II, p. 328 ff. *Review of »Four letters from Sir Isaac Newton to Dr. Bentley, containing some arguments in proof of a Deity.«*

»The principal question of these Letters gives occasion to observe however the mind of Newton gains ground gradually upon darkness.«

Digitized by Google

etwas Verletzendes gegen die religiösen Überzeugungen Newton's zu äussern, wies er ihn mit der stereotypen Bemerkung ab: »Ich habe mich mit diesen Dingen eingehend beschäftigt — Sie haben das nicht gethan.« *).

Wenn es aber eine durch die Erfahrung vieler Jahrtausende bewiesene und daher nicht mehr zu bezweifelnde Thatsache ist, dass die erdrückende Majorität unseres Geschlechtes allein im Besitze des sogenannten »gesunden Menschenverstandes« zu sein glaubt, und Cartesius Recht hat, wenn er behauptet, der Verstand sei das am gerechtesten unter den Menschen vertheilte Gut**), da jeder den auf ihn gefallenen Antheil für vollkommen ausreichend hält, so dass sogar schon der bescheidenste Zweifel hieran als Verletzung empfunden wird, so müssen nothwendig jene seltenen Exemplare von Menschen, deren Verstand mit seinem Lichte Jahrtausende zu erhellen vermag, ihren Zeitgenossen als »Ungesunde« (*insani*) und als »Fremdlinge« (*alieni*) erscheinen.

Diese Fremdlinge selber aber muss zuweilen ein ähnliches Gefühl beschleichen, wie den abenteuerlichen Simplicissimus***), als er, in der Meinung, sich unter seines Gleichen und unter Christen zu befinden, dem Schmerze seiner Enttäuschung vor 200 Jahren in folgenden Worten Ausdruck verliehen hat:

»Als ich nun vermeinte, ich hätte Ursach zu zweifeln, ob ich unter Christen wäre oder nicht, gienge ich zu dem Pfarrer und erzählte alles, was ich gehöret und gesehen, auch was ich vor Gedanken hatte, nämlich daß ich die Leut nur vor Spötter Christi und seines Worts und vor keine Christen hielte, mit Bitt, er wolte mir doch aus dem Traum helfen, damit ich wisse, worvor ich meine Nebenmenschen halten solte. Der Pfarrer antwortet: »Freilich sind sie Christen, und wolt ich Dir nicht rathen, daß du sie anderst nennen solteſt.«

»»Mein Gott!«« sagte ich, »»wie kans sein? Dann wann ich einem oder dem andern seinen Fehler, den er wider Gott begehet, verweise, so werde ich verspottet und ausgelacht.««

*) *When Dr. Halley ventured to say any thing disrespectful to religion, he invariably checked him, and said, »I have studied these things, — you have not.«*

(*Professor Rigaud of Oxford heard this anecdote from Dr. Maskelyne.*) Cf. *Brewster*, p. 339.

**) René Descartes' philosophische Werke. (Deutsch v. Kirchmann.) I. Abth. S. 20.

***) Der abenteuerliche Simplicissimus von H. J. C. v. Grimmelshausen. Erster Theil. Cap. 26. Herausgegeben von Julius Tittmann. Leipzig 1874.

Digitized by Google

»»Dessen verwundere dich nicht,«« antwortet der Pfarrer; »»ich glaube, wenn unsere erste fromme Christen, die zu Christi Zeiten gelebt, ja die Apostel selbst anjetzo auferstehen und in die Welt kommen solten, daß sie mit dir eine gleiche Frag thun und endlich auch so wol als du von jedermänniglich vor Narren gehalten würden; das was du bißher siehest und höreſt, ist eine gemeine Sach und nur Kinderspiel gegen demjenigen, das sonsten so heimlich als offentlich und mit Gewalt wider Gott und den Menschen vorgehet und in der Welt verübet; aber laß dich das nicht ärgern! Du wirst wenig Christen finden, wie Herr Samuel sel. einer gewesen ist.«« *) —

Die bereits oben erwähnte Ironie schwingt auch hier ihre Geissel. Wenn nämlich solch ein pilgernder Fremdling der Welt den Rücken gekehrt hat, um, dem Lichte zugewandt, seine Wanderung in die Ewigkeit anzutreten, dann beglückwünschen sich jene sterblichen Menschen selber, dass sie die Ehre hatten, vorübergehend eine »solche Zierde ihres Geschlechts« zu beherbergen. Sie setzen ihm Denkmäler, auf denen mit goldenen Lettern der Nachwelt verkündet wird:

Sibi gratulentur mortales tale tantumque extitisse humani generis decus.

Dem Andenken des Mannes, dessen Grabstein in den Ruhmes-Hallen der Westminster-Abtei zu London die obigen Worte schmücken, soll das *dritte* Buch meines Werkes gewidmet sein. Denn sein unsterblicher Geist umschweift die Welt, und das Recht, den Inhalt seiner Werke zu verkünden, gehört keiner einzelnen Nation. Ich glaube den Ariadne-Faden entdeckt zu haben, der unsichtbar, aber dennoch in ununterbrochener Continuität, durch zwei Jahrhunderte hindurch bis in den Bereich der gegenwärtigen Strömungen und Gedanken des Weltgeistes führt. Denn dass wirklich eine solche

*) Anmerkung des Herausgebers: »Herr Samuel? — wer gemeint ist, kann ich nicht errathen.« — Die genauere Bekanntschaft mit dem *Simplicissimus* verdanke ich dem weiblichen Zartgefühle meines Collegen Virchow in Berlin, welcher am 16. März 1876 als deutscher Fortschrittsmann erklärte, er habe den *Simplicissimus* aus Rücksicht für die Mitglieder seiner Familie an eine möglichst versteckte Stelle seiner Bibliothek gestellt (»secretirt«), vermuthlich unter die Schriften über Geburtshülfe und Geschlechtstheile mit Abbildungen. Gemeinsam mit den Ultramontanen stimmte er daher gegen die vom Minister Falk befürwortete Einführung eines Auszuges für Schulen jenes schönen Denkmals deutscher Denkfreiheit. Den Gesetzen der historischen Ironie gemäss musste aber Hr. Virchow durch diese Abstimmung gerade eine Verbreitung des *Simplicissimus* bewirken, wie sie besser durch kein anderes Mittel hätte erreicht werden können. Möge auch mir dereinst ein Virchow beschieden sein! Heute aber, am 17. August 1876, lege ich im Vorbeigehen diese Immortelle auf das 200jährige Grab eines braven und geistvollen Deutschen. Denn im Kirchenbuche zu Renchen in Baden steht geschrieben: »*Anno* 1776, 17. *Augusto obiit in Domino Honestus et magno ingenio et eruditione Joannes Christophorus von Grimmelshausen, praetor hujus loci.*« (Vgl. d. Beilage.)

Digitized by Google

Continuität besteht und dass der Faden, den Newton angesponnen, nicht abgerissen ist, sondern von frischen Winden bewegt lustig in den Lüften flattert und nur seiner Fortspinnung harrt, das mögen vorläufig die folgenden Betrachtungen beweisen, deren weitere Ausführung im *vierten* und letzten Buche des vorliegenden Werkes vollendet werden soll.

Dass Newton, Cotes, Bentley und andere Zeitgenossen Newton's die allgemeine Gravitation als wirkliche, durch den absolut leeren Raum, ohne materielles Medium hindurch wirkende Kraft aufgefasst haben, welche der Materie als solcher nicht inhärent und wesentlich ist, glaube ich oben zur Genüge bewiesen zu haben. Ebenso ist gezeigt worden, dass Newton als Ursache dieser Gravitation, so wie jeder wirklichen *actio in distans*, ein immaterielles Etwas unter dem Bilde eines universellen geistigen Wesens (*spiritus*) annimmt, welches die fundamentalen Eigenschaften unserer eigenen Persönlichkeit besitzt, nämlich Vorstellungen und Willen.

»*Tota rerum conditarum pro locis ac temporibus diversitas, ab ideis et voluntate entis necessario existentis solummodo oriri potuit*« (*Principia* Lib. III. p. 675)

sagt Newton am Schlusse des dritten Buches seiner Principien. Folglich nimmt Newton als Ursache der Schwere und der molecularen Fernewirkungen eine »psychische Kraft« an, von deren Stärke und Veränderungen die Schwerkraft und alle molecularen Kräfte abhängen. Die Intensität dieser Kräfte und ihrer Resultanten ist also nicht unveränderlich, sondern principiell wandelbar und noch von andern als den *sichtbaren* räumlichen Beziehungen materieller Körper abhängig, wie dies bisher durch gänzliches Missverstehen der Newton'schen Principien von Seiten der modernen Naturforschung übersehen worden ist. Dass ich mich bei dieser Behauptung in Übereinstimmung mit einem der grössten Mathematiker der Gegenwart befinde, mögen einige Worte Riemann's *) beweisen, in welchen derselbe sich über die Methode zur Erforschung der Ursachen, aus welchen die Bewegungen materieller Körper erklärt werden müssen, folgendermaassen ausspricht:

*) Bernhard Riemann's gesammelte mathematische Werke und wissenschaftlicher Nachlass. Herausgegeben unter Mitwirkung von R. Dedekind von H. Weber. Leipzig 1876 (Teubner), p. 498 und p. 489.

»Das erste Geschäft ist ein mathematisches, das zweite ein metaphysisches. In Bezug auf letzteres bemerke ich im Voraus, dass als Ziel desselben nicht die Erklärung aus Ursachen, welche die Entfernung zweier Stoffpunkte zu verändern streben, zu betrachten sein wird. Diese Erklärungsmethode durch Anziehungs- und Abstossungskräfte verdankt ihre allgemeine Anwendung in der Physik nicht einer unmittelbaren Evidenz (besonderer Vernunftgemässheit), noch, von Elektricität und Schwere abgesehen, ihrer besonderen Leichtigkeit, sondern vielmehr dem Umstande, dass das Newtonsche Anziehungsgesetz gegen die Meinung des Entdeckers so lange für ein nicht weiter zu erklärendes gegolten hat. *Newton says*: »*That gravity should be innate, inherent, and essential to matter, so that one body may act upon another at a distance through a vacuum, without the mediation of anything else, by and through which their action and force may be conveyed from one to another, is to me so great an absurdity that I believe no man who has in philosophical matters a competent faculty of thinking can ever fall into it.*« *See third letter to Bentley.*«

»Durch diesen Process wird unsere Auffassung der Natur allmählich immer vollständiger und richtiger, geht aber zugleich immer mehr hinter die Oberfläche der Erscheinungen zurück.

Die Geschichte der erklärenden Naturwissenschaften, soweit wir sie rückwärts verfolgen können, zeigt, dass dieses in der That der Weg ist, auf welchem unsere Naturerkenntniss fortschreitet. Die Begriffssysteme, welche ihnen jetzt zu Grunde liegen, sind durch allmähliche Umwandlung älterer Begriffssysteme entstanden, und die Gründe, welche zu neuen Erklärungsweisen trieben, lassen sich stets auf Widersprüche oder Unwahrscheinlichkeiten, die sich in den älteren Erklärungsweisen herausstellten, zurückführen.«

Es geht aus diesen Worten Riemann's zugleich auf's Deutlichste hervor, dass er, im Gegensatze zu den Herren W. Thomson, Cl. Maxwell und E. du Bois-Reymond, jene Worte in Newton's Brief an Bentley nicht missverstanden hat, indem er jenes Band, vermöge dessen zwei Stofftheilchen im absolut leeren Raum durch eine wirkliche *actio in distans* auf einander wirken können, in Übereinstimmung mit Newton, für ein »metaphysisches« d. h. »hinter der Oberfläche der Erscheinungen« liegendes Band hält, und nicht für ein physisches, welches durch mechanische Druck-, Stoss- oder Spannkräfte (»*stress*«) die Körper zu ihren Bewegungen antreibt. Denn ein solches materielles Medium würde immer wieder einer neuen Hypothese bedürfen, welche uns die Ursache jener Spannungen (*stress*) oder Stösse begreiflich machte; man würde aber hierzu, bei Ausschluss metaphy-

Digitized by Google

sischer Ursachen, auch immer wieder ein neues materielles Medium bedürfen, und so fort *in infinitum per saecula saeculorum*. Es verhält sich also hiermit genau so, wie mit den Forderungen »ein Lichtkörperchen zu sehen«, oder den »Ursprung der ersten Organismen auf der Erde« durch auf sie fallende »Meteorsteine« zu erklären, so dass hier wieder, nur etwas versteckter, unser genügend bekannter und so viel Anstoss erregender »grober Denkfehler« hervorblickt. Dass Newton nicht von allen seinen neueren Landsleuten missverstanden worden ist, dies mögen die folgenden Worte eines der grössten Astronomen Englands beweisen.

Sir John Herschel spricht sich nämlich in seinem »*Treatise on Astronomie*«, welcher 1833 erschienen ist, in § 371 über die metaphysische Ursache der Gravitation folgendermaassen aus:

> »Alle uns bekannten Körper kommen, wenn in die Luft gehoben und dann ruhig losgelassen, zur Erdoberfläche in einer gegen diese senkrechten Linie herab. Sie werden folglich hierzu getrieben durch eine Kraft, oder Kraftanstrengung, die das unmittelbare oder mittelbare Ergebniss eines Bewusstseins oder eines Willens ist, der irgendwo existirt, wenngleich wir nicht vermögen seinen Ort auszuspüren: diese Kraft nennen wir Schwere.«*)

Dass Sir John Herschel den hier in einem Alter von 41 Jahren geäusserten Anschauungen von dem psychischen d. h. nicht mechanischen Ursprung der allgemeinen Gravitation sein ganzes Leben hindurch treu geblieben ist, und gleichzeitig die bereits von Cotes im Auftrage Newton's ausgesprochene logische Unmöglichkeit einer mechanischen Erklärung der gravitirenden Fernewirkung durch Vermittelung eines materiellen Mediums durch Druck und Stoss klar erkannt hat, dafür mögen die folgenden, 25 Jahre später in den »*Outlines of Astronomy*« (5. Ed. p. 291. London 1858) veröffentlichten Worte den Beweis liefern:

> »Es ist unser eigenes unmittelbares Bewusstsein von Anstrengung, wenn wir eine Kraft anwenden, um einen Körper in Bewegung zu setzen oder einer Kraft

*) »*All bodies with which we are acquainted, when raised into the air and quietly abandoned, descend to the earth's surface in lines perpendicular to it. They are therefore urged thereto by a force or effort, which it is but reasonable to regard as the direct or indirect result of a consciousness and a will existing somewhere, though beyond our power to trace, which force we term gravity.*«

Widerstand zu leisten und sie zu neutralisiren, was uns jene innerliche Überzeugung von Kraft und Ursache verschafft, in so weit sie sich auf die materielle Welt erstreckt, und uns zu der Annahme zwingt, dass, wenn wir irgendwo materielle Körper aus einem Ruhezustand in Bewegung übergehen sehen, oder von ihren gradlinigen Bewegungen abgelenkt oder ihre schon vorhandenen Geschwindigkeiten verändert sehen, dass dies infolge einer solchen irgendwie ausgeübten Anstrengung geschehe, obschon dieselbe nicht von unserem Bewusstsein begleitet ist.

Dass solch' eine Anstrengung erfolgreich durch einen dazwischen liegenden Raum ausgeübt werden kann, ist ohne Zweifel schwierig zu begreifen. Aber diese Schwierigkeit wird in keiner Weise durch die Dazwischenkunft irgend einer Art von materieller Vermittelung beseitigt. Die Wirkung der Seele auf die Materie gestattet keine Erklärung in Worten oder Verdeutlichung durch Parallelen. Wir kennen dieselbe als eine Thatsache, aber sind gänzlich unfähig, sie als einen Process zu analysiren.«*)

Hierauf folgen alsdann auch in dieser fünften Ausgabe die oben citirten und 25 Jahre früher ausgesprochenen Worte.

Es ist klar, dass alle diese Argumente von Newton, Cotes und Sir John Herschel sich auf Fernewirkungen überhaupt beziehen und daher allgemein auch auf solche Bestrebungen Anwendung finden, welche darauf gerichtet sind, Bewegungsgesetze der Wechselwirkung zweier Atome oder Molecule durch Vermittelung eines materiellen Mediums zu erklären, wie dies z. B. Clausius bei Aufstellung seines neuen Grundgesetzes der Elektrodynamik zu beabsichtigen scheint. **)

---

*) »*It is our own immediate consciousness of effort, when we exert force to put matter in motion, or to oppose and neutralize force, which gives us this internal conviction of power and causation so far it refers to the material world, and compels us to believe that whenever we see material objects put in motion from a state of rest, or deflected from their rectilinear paths and changed in their velocities if already in motion, it is in consequence of such an* ***effort*** *somehow exerted, though not accompanied with* ***our*** *consciousness.*

That such an effort should be exerted with success through an interposed space, is no doubt difficult to conceive. But the difficulty is no way alleviated by the interposition of any kind of material communication. The action of mind on matter admits of no explanation in words or elucidation by parallels We know it as a fact, but are utterly incapable of analysing it as a process.«

**) Clausius, Ueber ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik. Pogg. Ann. Bd. 156. p. 657. Es heisst hier wörtlich:

»Wenn man von der Vorstellung ausgeht, dass die elektrodynamische Einwirkung zweier bewegter Elektricitätstheilchen aufeinander durch einen zwischen ihnen befindlichen Stoff vermittelt werde, so braucht man von ihr nicht anzunehmen, dass sie nur von der relativen Bewegung der Theilchen

Digitized by Google

Eine neuere Hypothese Maxwell's, welche den oben erwähnten Folgerungen und seinem Werke zu Grunde liegt, besteht in der Annahme eines *continuirlichen* Fluidums von höchst eigenthümlichen Eigenschaften. Der ausgesprochene Zweck desselben besteht darin, den Faraday'schen Kraftlinien (»*lines of force*«), deren sich Faraday in Ermangelung analytisch-mathematischer Fähigkeiten zur Veranschaulichung complicirter Vorgänge im Gebiete der Elektricität und des Magnetismus bediente, eine physikalische und reale, und nicht blos symbolische Bedeutung zu geben.

Jenes Maxwell'sche Medium muss daher in einen Zustand von Spannung gerathen können »*a state of stress, consisting of a tension like that of a rope in the direction of the lines of force, combined with a pressure in all directions at right angles to them*«.*)

> »*And these lines must not be regarded as mere mathematical abstractions. They are the directions in which the medium is exerting a tension like that of a rope, or rather like that of our own muscles.*
>
> *These are some of the already discovered properties of that which has often been called vacuum, or nothing at all. They enable us to resolve several kinds of action at a distance in actions between contiguous parts of a continuous substance.*« (p. 54.)

Wenn uns aber die Hypothese eines solchen »*wonderful medium*«**) beim Verständniss der Wechselwirkung zweier Körper mehr als die Annahme einer unvermittelten Fernewirkung der Körper befriedigen soll, so muss doch offenbar irgend ein Umstand nachgewiesen werden, wodurch bei diesem Medium die vorausgesetzte Zahl von unbekannten Eigenschaften geringer wird, als bei

---

abhänge, sondern kann auch den absoluten Bewegungen der beiden einzelnen Theilchen einen Einfluss auf sie zuschreiben.«

Dass übrigens dieses »neue« Grundgesetz der Elektrodynamik für relative Bewegungen, die uns erfahrungsmässig allein bekannt sind, mit dem Weber'schen Grundgesetz identisch ist, habe ich in meiner Abhandlung »Über die physikalischen Beziehungen zwischen hydrodynamischen und elektrodynamischen Erscheinungen und die Widerlegung des Helmholtz'schen Potentialgesetzes durch elektrodynamische Versuche mit geschlossenen Strömen« (Berichte d. Königl. Sächs. Ges. d. W. 12. Febr. 1876) nachgewiesen.

*) *Proceed. Roy. Instit.* Vol. VII. Part. I. No. 58. p. 52. (1873.)

**) »*The vast interplanetary and interstellar regions will no longer be regarded as vast places in the universe, which the Creator has not seen fit, to fill with symbols of the manifold order of His Kingdom. We shall find them to be already full of this wonderfull medium.*« (Ibid. p. 53.)

der directen *actio in distans;* vor Allem muss man sich fragen, ob denn jene merkwürdigen »*stress*« begreiflicher als Fernewirkungen sind und ob wir uns eine »construirbare Vorstellung« von dieser wesentlichen Eigenschaft jenes unsichtbaren und untastbaren Mediums machen können, welches die Stelle der astronomisch so fruchtbar sich erweisenden *actio in distans* vertreten soll? Auf alle diese Fragen giebt uns Herr Maxwell die folgende Antwort:

> »*we may regard Faraday's conception of a state of stress as a method of explaining action at a distance by means of the continuous transmission of force, even though we do not know how the state of stress is produced.*« (p. 52.)

Da also, wie man sieht, die Ursache dieser »*stress*« des Faraday-Maxwell'schen Mediums dem Urheber dieser Hypothese gerade ebenso unverständlich ist, wie die Ursache einer unvermittelten »*actio in distans*«, so wird es uns, — um mit Roger Cotes zu reden — »erlaubt sein, Newton's System, welches uns wahrer erscheint, beizubehalten und zu umfassen, wie auch den durch Erscheinungen dargethanen Ursachen lieber zu folgen, als gänzlich erdichteten und noch nicht erwiesenen. Zur wahren Forschung gehört, die Natur der Dinge aus wirklich existirenden Ursachen abzuleiten und die Gesetze aufzusuchen, nach denen der hohe Weltschöpfer die schönste Ordnung herstellen wollte, nicht aber die, nach denen er es konnte, wenn es ihm beliebt hätte«.*)

Dass nun aber die den *letzten* mechanischen Ursachen zu Grunde liegenden *ferneren* Ursachen selbstverständlich nur *nicht mechanische*, d. h. *psychische* Ursachen sein können, haben nach Newton und John Herschel (vgl. oben S. LV) auch Andere eingesehen.**)

Schopenhauer***) sagt z. B. wörtlich:

> »Bisher subsumirte man den Begriff Wille unter den Begriff Kraft: dagegen mache ich es gerade umgekehrt, und will jede Kraft in der Natur als Wille gedacht wissen.

---

*) Newton's Principien, Vorrede von Cotes. Deutsche Ausgabe von Wolfers. p. 12. Der Originaltext dieser Stelle ist bereits oben mitgetheilt worden.

**) Vgl. die ausführlichen Belege in: »Über die Natur der Cometen u. s. w.« p. 359.

***) Die Welt als Wille und Vorstellung. (Dresden 1818.) Bd. I. p. 132.

Digitized by Google

Führen wir daher den Begriff der Kraft auf den des Willens zurück, so haben wir in der That ein Unbekanntes auf ein unendlich Bekannteres, ja auf das einzige uns wirklich unmittelbar und ganz und gar Bekannte zurückgeführt und unsere Erkenntniss um ein sehr Grosses erweitert.«

In vollkommen identischer Weise spricht denselben Gedanken der hoch verdiente englische Naturforscher Alfred Russel Wallace*) ganz unabhängig von Schopenhauer, aber 52 Jahre später als dieser, mit folgenden Worten aus:

»Alle Kraft ist wahrscheinlich Willenskraft. — Wenn wir davon überzeugt sind, dass Alles, was in der materiellen Welt existirt, Kraft oder Kräfte sind, so werden wir zunächst dahin geführt, zu untersuchen, was ist Kraft? Wir sind bekannt mit zwei radical verschiedenen oder anscheinend verschiedenen Arten von Kraft — die erste besteht aus den primären Kräften der Natur, wie Gravität, Cohäsion, Repulsion, Wärme, Elektricität etc.; die zweite ist unsere eigene Willenskraft.«

Der zweihundertjährige Gedanke Newton's tritt also in der Gegenwart in die Wirklichkeit und durchdringt alle Gebiete der Naturforschung. Wenn Newton an Bentley vor 138 Jahren geschrieben hat:

»Es ist unbegreiflich, wie unbeseelter (*inanimate*), roher (*brute*) Stoff, ohne irgend eine sonstige immaterielle Vermittelung, auf einen andern Körper ohne gegenseitige Berührung wirken kann.«

so hat er in diesen denkwürdigen Worten der Nachwelt ein Vermächtniss in Gestalt eines Räthsels hinterlassen, wodurch er, der thebanischen Sphynx vergleichbar, den Verstand eines jeden Naturforschers tödtet, welcher jenes Räthsel nicht zu lösen vermag. Dass es aber eine solche Lösung giebt, durch die der menschliche Verstand von einem Ungeheuer befreit wird und wieder aufathmen kann, wie die Thebaner, nachdem Oedipus im Worte »Mensch« das identische Subject entdeckt hatte, in welchem jene drei räthselhaften Attribute ohne Widerspruch vereinigt sind, das lässt sich an den obigen Worten Newton's selber zeigen. Es ist dazu nur erforderlich, die in ihnen

*) A. R. Wallace, *Contribution to theory of natural Selection*. London 1870. Deutsche Ausgabe von Meyer, p. 420. Vgl. Natur der Cometen u. s. w. a. a. O.

Digitized by Google

enthaltene doppelte Negation in eine Bejahung zu verwandeln, d. h. die Antithese jenes Satzes zu bilden, welche dann lautet:

> »Es ist begreiflich, wie beseelter, lebendiger Stoff, ohne irgend eine sonstige Vermittelung auf einen andern Körper ohne gegenseitige Berührung wirken kann.«

Versucht man nämlich, den Inhalt der beiden ursprünglichen Attribute »*inanimate*« und »*brute*«, welche man der Materie beizulegen sich gewöhnt hat, im Gegensatze zu den Attributen »*animate*« und »*not brute*« bestimmter zu definiren, so gelangt man selbstverständlich gerade zu denjenigen Eigenschaften, vermöge deren die Theile der Materie nur durch Druck und Stoss bei der Berührung auf einander wirken können.

Es ist daher kein Wunder, wenn unser Verstand aus solchen Eigenschaften, welche wir auf Grund einer unvollständigen Induction den Elementen der Materie beigelegt haben, nicht im Stande ist, andere Eigenschaften z. B. die *actio in distans*, für die Aggregate jener Elemente, d. h. für die Körper abzuleiten. Der logische Widerspruch, der für unser bewusstes Denken in der Annahme einer solchen unvermittelten *actio in distans* zu liegen scheint, ist von uns selbst verschuldet, und rührt einfach daher, dass wir denselben Dingen, d. h. den Elementen der Materie, stillschweigend, und daher ohne reifliche Überlegung, Attribute absprechen, welche wir später den Aggregaten jener Elemente wieder beizulegen genöthigt sind.

Hierdurch allein wird es begreiflich, weshalb wir uns Körper, deren Elemente aus solchem »*inanimate, brute matter*« bestehen, ebensowenig mit einer *actio in distans* begabt denken oder vorstellen können, wie einen kugelförmigen Würfel oder ein hölzernes Eisen. Wir müssen daher Newton vollkommen beipflichten, wenn er in seinem obigen Briefe an Bentley die Annahme einer unvermittelten Fernewirkung eines solchen »*inanimate, brute matter*« für absurd erklärt, und nicht glaubt, dass jemals ein Mensch auf solchen Gedanken verfallen kann, dem überhaupt eine competente Fähigkeit des wissenschaftlichen Denkens beizumessen ist.

Digitized by Google

Dass das verhängnissvolle Missverständniss des Newton'schen Briefes an Bentley kein nothwendiges ist und folglich Newton auch nicht dafür verantwortlich gemacht werden darf, dass einige seiner späteren Epigonen die beiden Attribute »*inanimate*« und »*brute*« übersehen haben, das glaube ich durch die oben angeführten Worte Sir John Herschel's hinreichend bewiesen zu haben.

Hiermit ist natürlich die Existenz eines im ganzen Weltraume verbreiteten materiellen Mediums, welches der Träger der Undulationen des Lichtes und der strahlenden Wärme ist, vollkommen verträglich. Aber über die Constitution dieser universellen Substanz bezüglich ihrer Continuität oder Discontinuität wird durch jene Erscheinungen allein auch nicht das Geringste ausgesagt.

Ich erlaube mir diese Behauptung durch die folgenden Worte Sir William Thomson's zu bekräftigen, welche derselbe, allerdings vor 20 Jahren, über ein solches Medium ausgesprochen hat*), die jedoch Maxwell selber in seinem oben erwähnten Werke**) in folgender Weise citirt:

> »*Whether this matter is or is not electricity, whether it is a continuous fluid interpermeating the spaces between molecular nuclei, or is itself molecularly grouped; or whether all matter is continuous, and molecular heterogeneousness consists in finite vortical or other relative motions of contiguous parts of a body; it is impossible to decide, and perhaps in vain to speculate, in the present state of science.*«

Während also Sir W. Thomson in diesen Worten den Standpunkt einer vollkommen berechtigten wissenschaftlichen Scepsis vertritt, gerirt sich derselbe Autor zwanzig Jahre später als Vertreter eines wissenschaftlichen Glaubens. Denn in seinem neuesten Werke***) bemerkt er an derselben Stelle, an welcher er aus elektrostatischen Beobachtungen eine Grenzbestimmung für »die Grösse der Atome« abgeleitet, wörtlich:

> »*This of course, will give a definite limit for the sizes of atoms, or rather, as I do not believe in atoms, for the dimensions of molecular structures.*«

---

*) *Proceed. of the Royal Society.* June 1856.

**) *Treatise on Electricity and Magnetism.* Vol. II, p. 416. (1873.)

***) *Papers on Electrostatics and Magnetism by Sir William Thomson.* London 1872, p. 318.

Vollkommen entsprechend dem bei allen wahrhaft Gläubigen beobachteten Charakterzuge der Intoleranz gegen anders Denkende, wird hierauf über die ganze physikalische Schule des 18. Jahrhunderts, welche nach Newton's Lehre nur Fernewirkungen kannte und mit Hülfe der physikalischen Atomistik ganz consequent auch die Wirkungen bei der sogenannten Berührung oder dem Contacte zweier Körper auf Fernewirkungen zurückführte, in folgenden Worten der Stab gebrochen:

> »*The eighteenth century made a school of science for itself, in which, for the not unnatural dogma of the earlier schoolmen, »matter cannot act where it is not« was substituted the most fantastic of paradoxes, »contact does not exist«.*«

Ich glaube oben gezeigt zu haben, dass das Dogma, welches Sir William Thomson hier als »*not unnatural*« vom Standpunkte seines Glaubens verdammt, ein »*illogical dogma*« vom Standpunkte unseres Denkens ist, weil jenem Satze, dass ein Körper da nicht wirken kann, wo er nicht ist, zuerst die Frage vorangehen und beantwortet werden muss »wo ist ein Körper?« Auf diese Frage giebt es aber keine andere Antwort als: »da wo er wirkt« d. h. da wo wir Wirkungen desselben auf uns oder einen andern Körper wahrnehmen.

Die von jenem »*circulus vitiosus*« befreite und geläuterte Erkenntniss der Menschheit verlangt gegenwärtig die Hypothese einer empfindenden Materie. Denn die exacte Wissenschaft, und nicht die sogenannte Philosophie, hat jetzt das Newton'sche Räthsel gelöst und gleichzeitig, wie Oedipus seinen Vater, den Epikuraeischen Materialismus getödtet; denn dieser operirte einzig und allein mit jenem »*inanimate, brute matter*«; aber er übte sich hierbei in nützlichen Operationen, — ähnlich wie der Geburtshelfer am Phantom oder das Kind an seinen Puppen, — die er dereinst im Reiche der Wahrheit an lebendigen Körpern in der Erfüllung höherer Pflichten anzuwenden bestimmt war.

Von diesem Gesichtspunkte geleitet, habe ich vor fünf Jahren die Behauptung ausgesprochen:*)

*) Natur der Cometen u. s. w. S. 321.

»dass das Phänomen der Empfindung eine viel fundamentalere Thatsache der Beobachtung als die Beweglichkeit der Materie ist, welche wir ihr als die allgemeinste Eigenschaft und Bedingung zur Begreiflichkeit der sinnlichen Veränderungen beizulegen gezwungen sind.

Vergegenwärtigt man sich nun aber die empirischen Thatsachen, zu deren deductiver Ableitung die bisherigen Eigenschaften der Materie beigelegt wurden, so enthalten dieselben nur zeitliche und räumliche Beziehungen, welche durch Kräfte in ein gesetzmässiges Causalverhältniss gebracht sind. Es ist daher selbstverständlich, dass aus diesen Eigenschaften auch deductiv keine anderen Thatsachen abgeleitet werden können, als solche, welche sich nur auf räumliche und zeitliche Verhältnisse beziehen.

Die empirische Thatsache der Empfindung kann folglich nicht aus jenen (mechanischen) Eigenschaften der Materie abgeleitet werden, denn die Vorstellung irgend einer Empfindungsqualität als solcher enthält begrifflich weder causale, noch räumliche, noch zeitliche Elemente.«

Wenn aber die Empfindung in einem beseelten Körper die Ursache einer materiellen Veränderung werden soll, so muss dieselbe auf einen Willen wirken, der durch eine der beiden Qualitäten einer Empfindung, nämlich entweder durch Lust oder Unlust, motivirt werden kann. Lægen wir daher den letzten Atomen der Materie Empfindungen bei, so müssen wir alle materiellen Veränderungen der uns sinnlich wahrnehmbaren Welt, also auch die Bewegungen der Himmelskörper, als motivirte, d. h. auf einen universellen Willen bezügliche auffassen.

Dieser »universelle Wille« ist identisch mit der von Newton angenommenen »geistigen Substanz« (*Spiritus*), deren Attribute er durch folgende Worte in seinen Principien (III. Buch) definirt:

»Durch die Kraft und Thätigkeit dieser geistigen Substanz ziehen sich die Theilchen der Körper wechselseitig in den kleinsten Entfernungen an, und haften an einander, wenn sie sich berühren. Durch sie wirken die elektrischen Körper in den grössten Entfernungen, sowohl um die nächsten Körperchen anzuziehen, als auch sie abzustossen.

Die ganze, in Bezug auf Zeit und Raum herrschende Verschiedenheit aller Dinge kann nur von dem *Willen* und der *Weisheit* eines nothwendig existirenden Wesens herrühren«*).

*) Deutsche Ausgabe von Wolfers, p. 511 und 512. Der Originaltext dieser Worte ist bereits oben mitgetheilt worden.

Die erste Frage nun, welche bei der Interpretation materieller Veränderungen durch einen psychischen Process entschieden werden muss, besteht offenbar darin, ob mit jenen beiden Qualitäten der Empfindung, die wir im bewussten Leben als Lust und Unlust bezeichnen, und die unsrer Hypothese gemäss den Bewegungszustand, d. h. die Richtung und Geschwindigkeit eines materiellen Punktes beeinflussen sollen, zwei verschiedene mechanische Vorgänge begrifflich verknüpft werden können.

Diese Frage habe ich in meinem Buche über die Natur der Cometen p. 325 in folgendem Satze bejahend beantwortet, indem ich wörtlich bemerkte:

»Bei der relativen Bewegung zweier materiellen Punkte können bezüglich der dabei geleisteten Arbeit ebenfalls nur zwei Fälle in Betracht kommen, entweder die Punkte bewegen sich im Sinne der zwischen ihnen wirksamen Kraft, und dann wird Spannkraft oder Potentialenergie in lebendige Kraft oder Bewegungsenergie verwandelt, — oder sie bewegen sich durch Einfluss einer äusseren Ursache im entgegengesetzten Sinne der Kraft: und dann wird Bewegungsenergie in Potentialenergie verwandelt.

Es ist klar, dass alle materiellen Veränderungen in der Natur, insofern hierbei eine Arbeitsleistung der bewegten Massenelemente in dem angedeuteten Sinne stattfindet, entweder dem ersten oder zweiten Falle untergeordnet werden können.«

Existirte nur ein Massenelement im Raume, so würde überhaupt der hier angedeutete Umwandlungsprocess begrifflich unmöglich sein, da jenem einzelnen Elemente nur die Eigenschaft der Trägheit zukäme, vermöge welcher es bestrebt ist, unveränderlich in dem ihm eigenthümlichen Zustande zu verharren. Erst durch die Existenz von zwei Massenelementen sind die Bedingungen für eine Wechselwirkung dieser beiden Elemente gegeben, und folglich auch die Möglichkeit eines Umwandelungsprocesses der beiden erwähnten Formen von Energie. Es ist aber leicht ersichtlich, dass bei der Annahme *nur* zweier elementarer Massen im unendlichen Raume, welche aus einem primitiven Zustande relativer Ruhe in den der Bewegung unter dem Einflusse ihrer Wechselwirkung übergehen, im Allgemeinen nur die eine Gattung jenes Verwandlungsprocesses von Energie stattfinden kann, indem sich jene Elemente bei attractiver Wechselwirkung nähern, bei repulsiver Wirkung stetig entfernen müssen. In beiden Fällen wird stets nur potentielle Energie in kinetische Energie verwandelt,

Digitized by Google

so lange sich die beiden Elemente bei ihrer Bewegung in einem endlichen Abstande befinden.

Um auch die entgegengesetzte Verwandlung zu erzeugen, sind mindestens drei Massenelemente erforderlich, wobei es gleichgültig ist, ob die dritte Masse permanent die Wechselwirkung der beiden andern beeinflusst, oder ob dieser Einfluss nur vorübergehend stattgefunden hat.

So ist z. B. zur Erzeugung einer Planetenbahn ausser der attractiven Wirkung der Sonne noch die Annahme einer Ursache erforderlich, welche dem Planeten vorübergehend und ursprünglich eine Bewegung ertheilt hat, deren Richtung gegen die Verbindungslinie zwischen Sonne und Planet geneigt ist. Dagegen entspringen die sogenannten Störungen eines Planeten aus Kräften, welche von dritten Körpern permanent ausgeübt werden. Diesen Erwägungen entsprechend bemerkte ich in meinem Buche über die Natur der Cometen p. 325:

»Zwei Massenelemente, deren Bewegung nur unter dem Einflusse ihrer gegenseitigen Kräfte stattfindet, werden jedoch stets nur die erste Art der Arbeitsleistung vollziehen können, d. h. sie werden sich bei attractiven Kräften nähern, bei repulsiven entfernen.

Die Umkehr dieser Bewegungen und dadurch auch die Umkehr des Arbeitsprocesses kann nur durch die Einwirkung eines dritten Körpers bewirkt werden.«

Nimmt man nun auf Grund dieser Betrachtungen und wegen gewisser Analogien beim bewussten Empfindungsprocesse die Verwandlung von Spannkraft in lebendige Kraft als mit einer Lustempfindung, die Verwandlung von lebendiger Kraft in Spannkraft mit einer Unlustempfindung verknüpft an, so ergiebt sich hieraus eine Bedingung für die Tendenz von Bewegungen eines Systemes materieller Punkte, welcher dasselbe genügen muss, »wenn die Erregung jener Empfindungen von praktischer Bedeutung, d. h. von Einfluss auf ihre relativen Bewegungen sein soll«.

Da nach dem oben Bemerkten die mit Unlust verbundene Verwandlung von lebendiger Kraft in Spannkraft nur durch Einwirkung eines dritten Körpers auf das System zweier Körper stattfinden kann, auf welche hierdurch gleichsam ein Zwang ausgeübt wird, sich auch dem Gesetze der Wechselwirkung jenes dritten Körpers zu accomodiren und daher von ihrer freien

Digitized by Google

Bahn abzuweichen, so muss dies in solcher Weise geschehen, dass sich die drei Körper in Bahnen bewegen, welche in möglich grösster Übereinstimmung mit ihrer freien Bewegung sind, d. h. unter möglich kleinstem Zwange stattfinden.

Ist das hier vom Standpunkte der psychischen Hypothese ausgesprochene Gesetz für die Bewegungen materieller Körpersysteme ein allgemeines und in der Natur begründetes, so muss sich dasselbe auch unabhängig von dieser Hypothese als ein allgemeines mechanisches Princip aussprechen lassen, aus welchem alle mechanischen Bewegungsgleichungen mit Nothwendigkeit resultiren.

Dies ist nun in der That der Fall, indem Gauss vor 47 Jahren in seiner Abhandlung: »Über ein neues allgemeines Grundgesetz der Mechanik*) jenes Princip mit folgenden Worten ausspricht:

> »Die Bewegung eines Systems materieller, auf was immer für eine Art unter sich verknüpfter Punkte, deren Bewegungen zugleich an was immer für äussere Beschränkungen gebunden sind, geschieht in jedem Augenblick in möglich grösster Übereinstimmung mit der freien Bewegung, oder unter möglich kleinstem Zwange, indem man als Maass des Zwanges, den das ganze System in jedem Zeittheilchen erleidet, die Summe der Producte aus dem Quadrate der Ablenkung jedes Punktes von seiner freien Bewegung in seine Masse betrachtet.«

Dass auch Gauss bereits eine deutliche Ahnung von der Analogie seines Princips mit psychischen Regulativen empfindender und handelnder Wesen besessen hat, dürfte vielleicht aus dem folgenden Schlusssatze seiner Abhandlung hervorgehen:

> »Es ist sehr merkwürdig, dass die freien Bewegungen, wenn sie mit den nothwendigen Bedingungen nicht bestehen können, von der Natur gerade auf dieselbe Art modificirt werden, wie der rechnende Mathematiker, nach der Methode der kleinsten Quadrate Erfahrungen ausgleicht, die sich auf unter einander durch nothwendige Abhängigkeit verknüpfte Grössen beziehen. Diese Analogie liesse sich noch weiter verfolgen, was jedoch gegenwärtig nicht zu meiner Absicht gehört.«

In meinem Buche über die Natur der Cometen habe ich p. 326 die obigen Betrachtungen in folgenden Worten zusammengefasst:

*) Crelle's Journal. Bd. IV (1829). Gauss' Werke V. p. 26 ff.

Digitized by Google

»Wie man sieht, würden durch die gemachte Annahme alle Ortsveränderungen der Materie, gleichgültig ob sie an unorganischen oder organischen Naturkörpern vor sich gehen, dem folgenden Gesetze unterworfen sein, welches im Wesentlichen bereits oben ausgesprochen wurde:

»Alle Arbeitsleistungen der Naturwesen werden durch die Empfindungen der Lust und Unlust bestimmt, und zwar so, dass die Bewegungen innerhalb eines abgeschlossenen Gebietes von Erscheinungen sich so verhalten, als ob sie den unbewussten Zweck verfolgen, die Summe der Unlustempfindungen auf ein Minimum zu reduciren.«

Wie man sieht ist dieses Princip seiner psychischen Bedeutung nach ein optimistisches, indem es die stetige Annäherung aller materiellen Veränderungen der Welt an einen solchen Zustand ausspricht, in welchem, den gegebenen Verhältnissen entsprechend, für das Universum ein Minimum von Unlust d. h. ein Maximum von Lust stattfindet*).

Unser Verstand besitzt nun aber das Bedürfniss, jede erkannte Ursache zu localisiren. Wenn daher als die Ursache materieller Veränderungen die Existenz eines wollenden und vorstellenden Subjectes erkannt ist, so entsteht jetzt die weitere Frage, wo dieses Subject, dem wir genöthigt sind, jene Attribute beizulegen, existirt. Sir John Herschel hatte in der

---

*) Herr Helmholtz hielt sich im Jahre 1874 den obigen Betrachtungen in meinem Buche über die Natur der Cometen gegenüber zu der folgenden Kritik berechtigt:

»Dem von ihm in Aussicht genommenen letzten Ziele nach läuft es auf Schopenhauer'sche Metaphysik hinaus. Die Gestirne sollen sich einander lieben und hassen, Lust und Unlust empfinden und sich so zu bewegen streben, wie es diesen Empfindungen entspricht. Ja in verschwommener Nachahmung des Gesetzes der kleinsten Wirkung wird (p. 326. 327) der Schopenhauer'sche *Pessimismus*(!), welcher diese Welt zwar für die beste unter den möglichen Welten, aber für schlechter als gar keine erklärt, zu einem angeblich allgemeingültigen Principe von der kleinsten Summe der Unlust formulirt und dieses als oberstes Gesetz der Welt, der lebenden, wie der leblosen proclamirt.

Dass nun ein Mann, dessen Geist auf solchen Wegen wandelt, in der Methode des Thomson-Tait'schen Buches das gerade Gegentheil des richtigen Weges, oder dessen, was er selbst dafür hält, erblickt, ist natürlich; dass er den Grund des Widerspruches in allen möglichen persönlichen Schwächen der Gegner, nicht aber da sucht, wo er wirklich steckt, entspricht ganz der intoleranten Weise, in der Anhänger von metaphysischen Glaubensartikeln ihre Gegner zu behandeln pflegen, um sich und der Welt die Schwäche ihres eigenen Standpunktes zu verhüllen. Herr Zöllner ist überzeugt, »dass es der Mehrzahl unter den heutigen Vertretern der exacten Wissenschaften an einer klar bewussten Kenntniss der ersten Principien der Erkenntnisstheorie gebreche« (p. VIII). Dies sucht er durch Nachweisung angeblicher grober Denkfehler bei mehreren von ihnen zu erhärten.« (Vgl. Vorrede z. 2. Theil des Handbuches der theoretischen Physik von W. Thomson und T. G. Tait 1874).

Dass diese meine Überzeugung heute noch eine viel festere als vor fünf Jahren ist, wo ich Hrn. Helmholtz »buchstäblich« bewies, dass er selber ein »Mann ist, dessen Geist auf solchen Wegen wandelt« wie Schopenhauer, bedarf keiner Bemerkung. Vgl. Nat. d. Cometen. Apriorität des Causalgesetzes.

Digitized by Google

oben angezogenen Stelle bemerkt, es gehe über unser Vermögen, diesen Process der Localisirung jenem wollenden und vorstellenden Subjecte gegenüber zu vollziehen. (. . . . a **consciousness** and a **will** existing **somewhere** though beyond our power to trace, . . .).

Es fragt sich daher, ob wir nicht im Stande sind, uns dieses Vermögen der räumlichen Anschauung auch jenem Subjecte gegenüber anzueignen, und es hierdurch für unsere Anschauung durch einen analogen Process in ein Object zu verwandeln, durch welchen wir die empfundenen Veränderungen unseres Körpers in materielle Objecte verwandeln.

Dieser Verwandlungsprocess geschieht nun, wie zuerst Schopenhauer und später gänzlich unabhängig von ihm Helmholtz in vollkommen übereinstimmender Weise gezeigt haben *) dadurch, dass unserem Verstande *a priori*, d. h. unabhängig von aller Erfahrung, eine intellectuelle Fähigkeit innewohnt, vermöge deren er im Stande ist, subjective Empfindungsunterschiede (nach- oder nebeneinander) auf Ursachen zu beziehen, von denen sich ein Theil in Objecte für unser Anschauungsvermögen verwandelt. Diese intellectuelle Fähigkeit, die ebenfalls als Attribut eines irgendwo existirenden Subjectes gedacht werden muss, dessen Ort wir nicht anzugeben im Stande sind, wird daher nur dann Veranlassung haben in Thätigkeit zu gerathen, wenn ihr in irgendwelcher Weise solche Empfindungsunterschiede zur Behandlung dargeboten werden. Dies geschieht ausschliesslich empirisch vermittelst eines organisirten Leibes, d. h. eines complicirten Aggregates materieller aber durch immaterielle Vermittelung einer *actio in distans* verbundener Punkte. Der Ursprung der räumlichen Anschauung, vermöge deren wir jene Localisirung von Ursachen zu vollziehen im Stande sind, kann daher nur in diesem Processe gesucht und durch ihn erklärt werden. Da aber dieser Ursprung, wie gezeigt, theils aprioristischer theils empirischer Natur ist, und das Gebiet des Empirischen in der Endlichkeit (zeitlich und räumlich) nicht erschöpft und umfasst werden kann, so folgt, dass die Anschau-

*) Vgl. Natur der Cometen u. s. w. S. 345 ff.

Digitized by Google

ungsform des Raumes eine entwicklungsfähige und niemals zum Abschluss gelangende Function beseelter Organismen sein muss. Das Gesetz dieser fortschreitenden Entwickelung unserer Raumanschauung kann aber nur dadurch gefunden werden, dass wir mit Hülfe der beiden oben angegebenen Factoren den bisherigen Entwickelungsprocess unserer gegenwärtigen Raumanschauung zu verstehen suchen.

Letztere stellt sich unserem Verstande auf dem gegenwärtigen Standpunkte seiner Entwickelung als eine dreifach ausgedehnte Mannichfaltigkeit dar, vermittelst deren wir im Stande sind, subjective Empfindungsunterschiede widerspruchsfrei zu erklären, d. h. auf Ursachen zu beziehen. Da aber der oben erwähnte aprioristisch-empirische Process begrifflich nichts anderes als eine Wechselwirkung ausdrückt, welche zwischen uns und den Objecten oder diesen untereinander existirt, so wird die allgemeinste Eigenschaft des Raumes identisch sein mit der allgemeinsten Eigenschaft der Wechselwirkung. Diese Eigenschaft besteht aber darin, dass es eine Beziehung von Ursachen (Objecte) zu uns und andern Ursachen giebt, durch deren Aenderung allein, ohne Aenderung der Objecte, genau dieselben Veränderungen in der Intensität der Wechselwirkung erzeugt werden können, wie dies bei Unveränderlichkeit jener Beziehung durch Veränderung der Objecte geschehen kann. Diese Beziehung, deren Vorhandensein wesentlich nur empirisch erkannt worden ist, nennen wir im Gebiete unserer Gesichtswahrnehmungen: »Raum«. Vermöge dieser Beziehung sind wir im Stande, von veränderlichen Erscheinungen auf unveränderliche Objecte zu schliessen, indem wir jenen Wechsel der Erscheinung nicht durch einen correspondirenden Wechsel des Objectes, sondern nur durch eine wechselnde Beziehung (Lage und Entfernung) des unveränderlichen Objectes zu unserem Körper erklären.

So kann z. B. der Eindruck eines seine Helligkeit verändernden Punktes bei constanter Entfernung genau in gleicher Weise wie bei constanter Helligkeit des Punktes durch Veränderung seiner Entfernung erzeugt werden. Der Abstand zweier Punkte kann sich objectiv ändern, aber es kann ganz derselbe

Digitized by Google

Effect für unsere Wahrnehmung bei unverändertem Abstande der Punkte, lediglich der durch Veränderung ihrer Beziehungen (z. B. durch Drehung und die dadurch bewirkte perspectivische Verkürzung) erzeugt werden.

Am einfachsten lässt sich diese Fundamental-Thatsache, aus welcher die Raumanschauung entspringt, durch das Verhältniss einer ebenen Schattenprojection zu dem projicirten Objecte erläutern. Hier haben wir veränderliche Erscheinungen in einem räumlichen Gebiete von zwei Dimensionen, und unveränderliche Objecte in einem Gebiete von drei Dimensionen. Nur vermöge der erwähnten fundamentalen Thatsache, sind wir im Stande, jene veränderlichen Schatten auf unveränderliche Objecte zu beziehen, und jene veränderlichen Erscheinungen durch Veränderung der Beziehungen unveränderlicher Dinge zu erklären.

Die Geometrie entwickelt die Gesetze, welche sich aus dieser allgemeinen Thatsache der Erfahrung begrifflich ableiten lassen. Sie setzt hierbei stillschweigend voraus, dass die begrifflich deducirten und definirbaren Beziehungen sich auch anschaulich decken oder mit andern Worten, dass zwischen begrifflich identisch definirten räumlichen Gebilden auch anschaulich oder empirisch kein Unterschied existire.

So werden z. B. zwei ebene Dreiecke begrifflich als congruent definirt, wenn drei Stücke mit einander übereinstimmen. Das anschauliche Kriterium dieser Congruenz besteht in der Deckung zweier solcher Dreiecke, indem wir uns vorstellen können, dass jedes dieser beiden Dreiecke, in die gleiche Lage zu unserem Auge gebracht, auch den identischen Eindruck, d. h. dieselbe Wirkung auf uns hervorbringen wird. Dieser Vorstellungsprocess, durch welchen wir eine solche Lagenveränderung jener beiden congruenten Dreiecke vorzunehmen im Stande sind, ist jedoch ein wesentlich verschiedener, je nachdem diese beiden Dreiecke in der Ebene unsymmetrisch (▷ ▷) oder symmetrisch (◁ ▷) angenommen werden. Im ersteren Falle sind wir gezwungen, nur eine Verschiebbarkeit der Dreiecke in der Ebene, im zweiten Falle dagegen auch ein Umwenden, d. h. die Möglichkeit eines Heraustretens der Dreiecke aus der Ebene, anzunehmen, um jene Deckungs-

operation anschaulich zu vollziehen. Um also die geometrischen Gesetze in einem Raume von zwei Dimensionen begrifflich in Übereinstimmung mit unsrer Anschauung zu bringen, d. h. die Widersprüche zwischen begrifflich identischen aber anschaulich oder empirisch verschiedenen Gebilden zu beseitigen, ist es nothwendig, dass sich in unserem Verstande bereits eine räumliche Anschauungsform entwickelt hat, welche um eine Mannichfaltigkeit reicher ist, d. h. eine Dimension mehr besitzt, als diejenigen Gebilde, deren Gesetze die Geometrie widerspruchsfrei in Begriffen auszudrücken bestrebt ist.

Die materielle Welt stellt sich bei unsrer gegenwärtigen Raumanschauung als ein Nebeneinander von Objecten in drei Dimensionen dar. Die Erklärbarkeit *aller* Erscheinungen durch Veränderung räumlicher Beziehungen kann aber nur unter der Voraussetzung möglich sein, dass wir im Stande sind uns räumliche Gebilde, welche die Geometrie begrifflich als identische definirt, auch anschaulich als identische vorzustellen. Sollte dies nicht der Fall sein, so würde sich hieraus die Möglichkeit materieller Vorgänge ergeben, zu deren Erklärung unsere gegenwärtige räumliche Anschauungsform absolut unzureichend ist und welche uns daher als Wunder, d. h. als Widersprüche mit der uns bisher zur Verfügung stehenden Raumanschauung erscheinen müssten. Es fragt sich also, ob in der Geometrie des Raumes etwa derartige Widersprüche existiren, wie sie in der Geometrie der Ebene wirklich bestehen würden, wenn wir nicht die Vorstellung eines Raumes von einer nächst höheren Dimension besässen. Diese Frage muss nun merkwürdigerweise bejaht werden, indem offenbar bei der Symmetrie räumlicher Figuren (Verhältniss eines Objectes zu seinem Spiegelbilde oder einer rechten zu einer linken Hand) ganz derselbe Widerspruch stattfindet, wie in dem oben erläuterten Falle. Hier sind wir aber nicht im Stande, jenen Widerspruch durch einen der Umwendung ebener Figuren analogen Process zu beseitigen. Es würde dies der Fall sein, wenn wir die Vorstellung eines Raumes von vier Dimensionen besässen. Die Erscheinungen, welche bei einem solchen Umwandlungsprocess symmetrischer räumlicher Figuren stattfinden, müssten analog denjenigen sein, welche wir beim Umwenden eines Dreieckes oder einer andern ebenen Figur

Digitized by Google

auf der Netzhaut wahrnehmen. Ebenso wie sich die Projection einer solchen Figur, als welche man das Netzhautbild betrachten kann, gesetzmässig verzerrt, seine Fläche verkleinert, um im Momente, wo seine Ebene senkrecht zur Gesichtsebene steht, zu verschwinden, würden ähnliche Erscheinungen dann auch an den Körpern möglich sein, ohne dass hierin irgendwelche Widersprüche mit irgendwelchen fundamentalen Principien unserer Erkenntniss zu erblicken wären. Im Gegentheil, nur durch solche scheinbaren Widersprüche erweitert sich das Gebiet unserer Raumanschauung, wie es sich bisher auf diesem Wege allein nur entwickelt hat. Ich habe in meiner letzten Arbeit*) darauf hingedeutet, wie allgemein sich jene oben erwähnte fundamentale Thatsache der Wechselwirkung in unsern physikalischen Gesetzen ausspricht, indem ich an das allgemeine Gesetz der elektrodynamischen Induction die folgenden Betrachtungen knüpfte (S. 149 ff.):

»Ich habe das oben erwähnte allgemeine Gesetz der elektrischen Induction nicht nur als ein einfaches, sondern auch als ein merkwürdiges bezeichnet, und zwar deswegen, weil sich in ihm in reinster Form das Grundgesetz für die Interpretation unserer Sinnesempfindungen gegenüber den Eindrücken der Aussenwelt wiederspiegelt. Auch hier kann ein und derselbe Eindruck auf uns durch zwei gänzlich von einander getrennte Veränderungen des einwirkenden Objectes erzeugt werden, nämlich entweder, erstens, durch Veränderung seiner räumlichen Beziehungen (Entfernung und Lage), bei unveränderlichen Eigenschaften des Dinges, oder, zweitens, durch Veränderung dieser Eigenschaften, z. B. der Form und Grösse, bei unverändertem Abstande von unserem Körper. Die Existenz dieser zwiefachen Art von Ursachen — zu deren Annahme uns die Erfahrung und das Verstandesbedürfniss einer widerspruchsfreien Erklärung der Sinneseindrücke gezwungen hat, — findet ihren Ausdruck in der Beschaffenheit unserer gegenwärtigen Raumanschauung. In der That drückt dieselbe im Wesentlichen nur jenes oben erwähnte Gesetz aus, dass jede Erklärung von empfundenen Unterschieden durch die Annahme von zwei wesentlich von einander verschiedenen Ursachen möglich sei, nämlich erstens durch Unterschiede an dem Objecte selber bei unveränderter räumlicher Beziehung, und zweitens durch Unterschiede des Abstandes von uns bei unveränderter Beschaffenheit des Objectes, gleichgültig, ob diese Unterschiede an einem Objecte nacheinander eintreten (Veränderungen) oder gleichzeitig bei Unterschieden

*) Über die physikalischen Beziehungen zwischen hydrodynamischen und elektrodynamischen Erscheinungen u. s. w. Berichte d. Königl. Sächs. Gesellschaft d. W. Sitzung vom 12. Februar 1876.

Digitized by Google

mehrerer Objecte oder einzelner Theile desselben Objectes neben einander. Der wesentliche Inhalt unserer ganzen Raumanschauung enthält nichts anderes als den Ausdruck der in obiger Weise gefundenen Thatsache, dass die Wirkungen der Körper auf uns und auf einander sich ändern können, ohne dass hierbei die Eigenschaften der Körper sich selber zu ändern brauchen.

Hierauf beruhen z. B. alle Beweise für die Congruenz ebener Figuren durch Deckung. Denn ohne die Möglichkeit einer solchen Deckung würden zwei congruente aber symmetrische Dreiecke niemals in solche Lagen gebracht werden können, dass alle gleichen Stücke derselben gleichzeitig auf einander fallen. Um dies zu bewirken, ist der Process des Umklappens erforderlich, welcher nur in einem Raume ausgeführt werden kann, welcher eine Dimension mehr als die ebenen Dreiecke besitzt. Folglich werden durch die dritte Dimension des Raumes Widersprüche oder Antinomien unseres Verstandes beseitigt, welche derselbe ohne diese dritte Dimension zwischen begrifflich identischen und anschaulich verschiedenen Figuren in der Wirklichkeit antreffen würde. Auf diese Weise würde also ein klarer Verstand, welcher vermöge der Unvollkommenheit des mit ihm verbundenen Organismus nur eine Raumanschauung von zwei Dimensionen besässe, »durch Thatsachen, die sich aus ihr nicht erklären lassen, getrieben« diese beschränkte Raumanschauung »allmählich umarbeiten«* und auf diese Weise zu unserer gegenwärtigen Raumanschauung von drei Dimensionen gelangen. Denn ohne die Anschauung der dritten Dimension würde der Verstand in jeder perspectivischen Verkleinerung, Verschiebung und Verdeckung von Objecten unerklärte Wunder zu erblicken genöthigt sein, indem alle diese Veränderungen der Grösse der gereizten Netzhautfläche nur auf adäquate Veränderungen der Objecte selber bezogen werden könnten, denen man alsdann die Fähigkeit eines plötzlichen Verschwindens und Wiedererscheinens beilegen müsste, ohne sich Rechenschaft von dem Orte geben zu können, in welchem sie sich während ihrer Abwesenheit befanden und von welchem sie wieder kommen.

Alle diese Widersprüche lassen sich nur durch die Annahme der dritten Dimension des Raumes beseitigen, und zwar ganz in derselben Weise, wie nur durch Annahme der dritten Dimension die astronomischen Erscheinungen auf der scheinbaren Fläche des Himmelsgewölbes widerspruchsfrei erklärt werden können. Die Entwickelung der Astronomie zeigt uns das allmähliche Entstehen der dritten Dimension am Himmel im bewussten Erkenntnissprocesse, während wir uns dieses empirisch-psychologischen Ursprunges in den Orientirungsprocessen des täglichen Lebens nicht mehr bewusst sind.

Dass es nun aber auch bei unserer gegenwärtigen Raumanschauung von drei Dimensionen noch Antinomien giebt, und zwar nicht nur physikalische, sondern in

*) Riemann, Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen. Abhandl. d. Königl. Ges. d. W. zu Göttingen. Bd. XIII.

Digitized by Google

erster Linie auch geometrische von ganz derselben Gattung wie die oben bei der Congruenz ebener Figuren erwähnte, dies hat zuerst Kant*) vor 108 Jahren in seiner Abhandlung »von dem ersten Grunde des Unterschiedes der Gegenden im Raume« (1768) nachgewiesen. In der That lässt sich der Unterschied, welcher zwischen congruenten und symmetrischen räumlichen Gestalten, wie sie z. B. zwischen einem Objecte und seinem Spiegelbilde existiren, nicht anders begrifflich ausdrücken, als dass man die vollkommen identische relative Lage der einzelnen Theile solcher Gestalten auf einen Ort bezieht, der ausserhalb des Objectes liegt, und daher mit der relativen Lage und Grösse der Begrenzungsstücke, durch welche wir die geometrischen Eigenschaften eines räumlichen Gebildes erschöpfend definiren, in gar keiner Beziehung steht. Hieraus zieht Kant a. a. O. den Schluss:

»dass der absolute Raum unabhängig von dem Dasein aller Materie und selbst als der erste Grund der Möglichkeit ihrer Zusammensetzung eine eigene Realität habe«**)

. . . . »weil nur durch ihn das Verhältniss körperlicher Dinge möglich ist, und dass, weil der absolute Raum kein Gegenstand einer äusseren Empfindung, sondern ein Grundbegriff ist, der alle dieselbe zuerst möglich macht, wir dasjenige, was in der Gestalt eines Körpers lediglich die Beziehung auf den reinen Raum angeht, nur durch die Gegenhaltung mit andern Körpern wahrnehmen können«***).

Könnte nun diese geometrische Antinomie an Gebilden von drei Dimensionen in ähnlicher Weise wie die in einem früheren Stadium unserer Verstandesentwickelung vorhandene Antinomie an Gebilden von zwei Dimensionen, dadurch aufgelöst werden, dass man die Zahl der Dimensionen des Raumes um eine erhöht, so würde in einem Raume von vier Dimensionen jene Antinomie verschwinden. Mit dieser hier begrifflich angedeuteten Möglichkeit von der theoretischen Entwickelung einer vierten Dimension des Raumes darf jedoch nicht die anschauliche und praktische Entwickelung derselben verwechselt werden. Letztere würde sich vielmehr nur unter dem Einfluss einer derartig veränderten Organisation unseres Körpers entwickeln können, dass wir jederzeit willkürlich im Stande sind, solche Operationen mit Körpern vorzunehmen, welche in ähnlicher Weise die Symmetrie congruenter räumlicher Gebilde aufheben, wie das Umwenden die Symmetrie congruenter ebener Gebilde aufhebt, also in beiden Fällen ohne Veränderung der relativen Lage einzelner Theile dieser Gebilde.

Diese Andeutungen über den Zusammenhang unserer räumlichen Anschauungsformen mit den durch die Erfahrung gegebenen Erscheinungen, mögen genügen, um meine Behauptung zu rechtfertigen, dass der Ursprung und die Erweiterung

*) Kant's Werke, Bd. V, p. 293 ff. Ausgabe von Rosenkranz.

**) p. 294 a. a. O.

***) p. 301 a. a. O.

Digitized by Google

unserer Anschauungsformen und der eng damit verknüpfte Fortschritt der Naturerkenntniss durch Thatsachen bedingt ist, welche uns die Erfahrung liefert, und durch Antinomien, zu welchen der Verstand durch Anwendung des Satzes vom zureichenden Grunde auf jene empirischen Thatsachen geführt wird. Jede Beseitigung einer auf wirklicher Erfahrung beruhenden Antinomie führt nothwendig zu einer Erweiterung der bisherigen Grenzen unserer Anschauungsformen und hierdurch gleichzeitig zu einer Erweiterung der Grenzen unserer Naturerkenntniss. Hieraus ergiebt sich, dass die physikalischen Gesetze für die Wechselwirkung von discreten Massen in engem Zusammenhange mit unseren räumlichen Anschauungsformen stehen, was bereits Kant vor 129 Jahren mit folgenden Worten angedeutet hat:

»»Es ist wahrscheinlich, dass die dreifache Abmessung des Raumes von dem Gesetze herrühre, nach welchem die Kräfte der Substanzen ineinander wirken.««

»»Die dreifache Abmessung scheint daher zu rühren, weil die Substanzen in der existirenden Welt so ineinander wirken, dass die Stärke der Wirkung sich wie das Quadrat der Weiten umgekehrt verhält««*).

Diesen Zusammenhang der Eigenschaften des Raumes mit dem Gesetze der Wechselwirkung zweier Körper durch das allgemeine Gesetz der elektrischen Induction zu erläutern, war der wesentliche Zweck der vorangehenden Erörterungen.«

Zwei Monate, nachdem diese Worte gedruckt waren, kamen mir die ganz vor Kurzem erschienenen und bereits oben angeführten gesammelten mathematischen Werke von B. Riemann zu Gesicht, in denen sich auf S. 489 unter der Überschrift »Erkenntnisstheoretisches« zu meiner lebhaften Freude die folgenden Betrachtungen befinden, die ich zur Erläuterung und Bestätigung meiner obigen Deductionen hier wörtlich mittheile:

»Versuch einer Lehre von den Grundbegriffen der Mathematik und Physik als Grundlage für die Naturerklärung.«

»Naturwissenschaft ist der Versuch, die Natur durch genaue Begriffe aufzufassen.

Nach den Begriffen, durch welche wir die Natur auffassen, werden nicht blos in jedem Augenblick die Wahrnehmungen ergänzt, sondern auch künftige Wahrnehmungen als nothwendig, oder, insofern das Begriffssystem dazu nicht vollständig genug ist, als wahrscheinlich vorher bestimmt; es bestimmt sich nach ihnen, was »möglich« ist (also auch was »nothwendig« oder wessen Gegentheil unmöglich ist), und es kann der Grad der Möglichkeit (der »Wahrscheinlichkeit«) jedes einzelnen nach ihnen möglichen Ereignisses, wenn sie genau genug sind, mathematisch bestimmt werden.

*) Kant's Werke, Bd. V, p. 26. Ausgabe von Rosenkranz.

Digitized by Google

Tritt dasjenige ein, was nach diesen Begriffen nothwendig oder wahrscheinlich ist, so werden sie dadurch bestätigt, und auf dieser Bestätigung durch die Erfahrung beruht das Zutrauen, welches wir ihnen schenken. Geschieht aber etwas, was nach ihnen nicht erwartet wird, also nach ihnen unmöglich oder unwahrscheinlich ist, so entsteht die Aufgabe, sie so zu ergänzen oder, wenn nöthig, umzuarbeiten, dass nach dem vervollständigten oder verbesserten Begriffssystem das Wahrgenommene aufhört, unmöglich oder unwahrscheinlich zu sein. Die Ergänzung oder Verbesserung des Begriffssystems bildet die »Erklärung« der unerwarteten Wahrnehmung. Durch diesen Process wird unsere Auffassung der Natur allmählich immer vollständiger und richtiger, geht aber zugleich immer mehr hinter die Oberfläche der Erscheinungen zurück.

Die Geschichte der erklärenden Naturwissenschaften, so weit wir sie rückwärts verfolgen können, zeigt, dass dieses in der That der Weg ist, auf welchem unsere Naturerkenntniss fortschreitet. Die Begriffssysteme, welche ihnen jetzt zu Grunde liegen, sind durch allmähliche Umwandlung älterer Begriffssysteme entstanden, und die Gründe, welche zu neuen Erklärungsweisen trieben, lassen sich stets auf Widersprüche oder Unwahrscheinlichkeiten, die sich in den älteren Erklärungsweisen herausstellten, zurückführen.

Die Bildung neuer Begriffe, so weit sie der Beobachtung zugänglich ist, geschieht also durch jenen Process.«

Diese Worte Riemann's enthalten also, wie man sieht, eine vollkommen identische Deduction des Ursprunges unserer Anschauungsformen und der Principien zu ihrer Erweiterung, wie ich sie oben zu entwickeln versuchte. Wenn man so häufig behaupten hört, man könne sich eine vierte Dimension des Raumes nicht vorstellen, so behaupte ich die gleiche Unmöglichkeit von der dritten Dimension. Was wir nämlich als Vorstellung oder Anschauung der dritten Dimension bezeichnen, ist nichts anderes, als die Vorstellung oder Anschauung von veränderlichen Wirkungen der Objecte auf uns, die wir durch Annahme jener dritten Dimension widerspruchslos in Zusammenhang bringen, d. h. erklären oder begreifen können. Es kann sich also nur um die Frage handeln, ob wir uns solche veränderlichen Wirkungen der sinnlich wahrgenommenen Dinge auf uns und auf einander vorstellen können, welche widerspruchsfrei nur durch die Annahme einer vierten Dimension des Raumes erklärt werden könnten. So lange derartige Wirkungen (Erscheinungen) empirisch nicht beobachtet worden sind, können wir uns dieselben durch

Analogie sogar sehr leicht vorstellen. Dieselben würden in ähnlichen Verzerrungen, Grössenveränderungen und partiellen Verschwindungen u. s. w. von körperlichen Gebilden bestehen, wie wir sie factisch auf unserer Netzhaut an Gebilden von zwei Dimensionen beobachten können. Ebenso wie unser Verstand diese letzteren Veränderungen widerspruchsfrei durch die Veränderung räumlicher Beziehungen von Objecten in drei Dimensionen erklärt, die wir als Körper anschauen, ebenso müssten die oben gedachten Veränderungen durch Veränderung der räumlichen Beziehungen von Objecten in vier Dimensionen zu unserem Körper erklärt werden.

Zur weiteren Erläuterung meiner Anschauungen von der Zulässigkeit und Nothwendigkeit der Annahme einer vierten Dimension des Raumes zur Erklärung der Welt glaube ich nichts Besseres thun zu können, als hier wörtlich diejenigen Betrachtungen mitzutheilen, welche ich mir im Laufe der letzten Jahre hierüber schriftlich aufgezeichnet habe, und in welchen man die langsame aber stetige Entwickelung dieser Ideen am deutlichsten zu erkennen im Stande sein wird.

1875. März 15.

Die Dimensionen des Raumes sind entstanden durch die Verwandlung der Veränderung intensiver Grössen in extensive (lineare) Grössen, wodurch die intensiven Grössen objectiv ihrer Veränderlichkeit entkleidet werden können. Man kann auch sagen, wir versuchen unter Anwendung des Causalgesetzes die Veränderungen intensiver durch die Veränderung extensiver Grössen zu erklären.

1875. Mai 26.

Ueber den Ursprung der dritten Dimension des Raumes. Die Objecte erzeugen durch Einwirkung auf unsern Organismus Veränderungen der Empfindung. Diese Veränderungen können sowohl ihrer Ausdehnung (auf der gereizten Hautfläche) als auch ihrer Intensität nach durch zwei gänzlich von einander verschiedene Ursachen erklärt werden. Nämlich

erstens: durch eine Veränderung in der Ausdehnung und Intensität des Objectes, bei unveränderter Beziehung desselben zum empfindenden Subject;

zweitens: durch eine Veränderung der Beziehung zum Subjecte bei unveränderter Beschaffenheit des Objectes.

Die dritte Dimension des Raumes ist nun nichts anderes als ein Ausdruck für die Möglichkeit der zuletzt erwähnten Veränderung in der Beziehung der Objecte zu unserem

Digitized by Google

empfindenden Subjecte, d. h. für die Möglichkeit, Veränderungen in der Einwirkung äusserer Objecte auf unseren Organismus Erscheinungen) auch ohne Veränderungen in der Beschaffenheit dieser Objecte zu erklären. Die erste Bedingung für die Erklärbarkeit der Erscheinungen im Raume, d. h. für ihre begriffliche Zurückführung auf das Verhältniss von Ursache und Wirkung, besteht darin, dass begrifflich identische Erscheinungen auch anschaulich identisch sind.

Diese Bedingung auf das Gebiet geometrischer Anschauungen angewandt, welche als solche allen Naturerklärungen zu Grunde liegen, ist gleichbedeutend mit der Forderung, dass geometrische Gebilde, welche begrifflich nicht zu unterscheiden sind — so weit diese Unterscheidung sich lediglich auf Lage, Form und Grösse der das Gebilde constituirenden Elemente bezieht, — auch anschaulich nicht zu unterscheiden sind. Es müssen daher begrifflich identische Gebilde in eine solche Beziehung zu unserem empfindenden Körper versetzt werden können, dass dieselben eine vollkommen identische Wirkung auf unseren Körper ausüben.

Die räumlichen Gebilde von zwei Dimensionen genügen dieser Bedingung, indem begrifflich identische Gebilde einander congruent sind, d. h. zur Deckung gebracht werden können.

Empirisch ist jedoch die Möglichkeit dieser Operation an die Möglichkeit des Umwendens ebener Figuren geknüpft, ein Process, der nur durch die dritte Dimension des Raumes ermöglicht ist. Für eine Welt von zwei Dimensionen wäre also die Erklärbarkeit aller in ihr stattfindenden Erscheinungen nur für solche Wesen möglich, welche vermöge einer dritten Dimension im Stande wären, begrifflich identische Gebilde jederzeit in solche Lagen zu bringen, dass auch anschaulich gleiche Gebilde entstünden. Für Wesen aber, welche nur die Vorstellung eines Raumes von zwei Dimensionen besitzen, könnte es unbegreifliche Erscheinungen geben, weil zwei begrifflich gleiche Figuren, welche durch die Grösse und relative Lage ihrer Elemente als übereinstimmend definirt sind, nur dann auch anschaulich gleich gemacht werden könnten, wenn hierzu nicht mehr, wie bei symmetrischen Figuren z. B. ▷◁ der Process des Umklappens erforderlich ist.

Im Raume von drei Dimensionen giebt es nun aber Unterschiede an Körpern — wie Kant zuerst 1768 (»von dem ersten Grunde des Unterschiedes der Gegenden im Raume« nachgewiesen hat — welche begrifflich identisch, aber anschaulich so verschieden von einander sind, dass der eine nicht an die Stelle des andern gesetzt werden kann. (Rechte und linke Hand, rechts und links gewundene Schnecken, symmetrische, räumliche Gebilde wie ein Object und sein Bild in einem Planspiegel.) Hieraus folgt, dass es im Raume von drei Dimensionen Erscheinungen geben kann, welche für uns unerklärlich sind, d. h. auf das Verhältniss von Ursache und Wirkung nicht zurückführbar erscheinen. Soll also unsre Welt der Erscheinungen erklärbar sein, d. h. soll diese Erklärbarkeit ihrer theoretischen Möglichkeit nach garantirt sein, so muss der Raum vier Dimensionen besitzen.

Das aprioristische Element in der Raumanschauung ist das Causalgesetz — alles Andere ist empirisch.

1875. October 13.

Die Existenz von wahrgenommenen Unterschieden kann durch zwei wesentlich verschiedene Ursachen erklärt werden. Erstens durch Verschiedenheiten der Objecte selber, zweitens durch Verschiedenheiten in der Beziehung der Objecte zu uns und anderen Objecten. Diese zweite Klasse von Ursachen zur Erklärung von Unterschieden — seien es gleichzeitige bei einer Mehrheit von Objecten, seien es auf einander folgende an demselben Objecte (Veränderungen) — nennen wir Raum. Hierin liegt die Beziehung des Raumes zur Causalität und Kraft.

1876. Januar 23.

Die Antinomien der kosmologischen Idee (vgl. Kant Kritik der reinen Vernunft und *Prolegomena*) werden im Gebiete der bewussten Verstandesoperationen in ähnlicher Weise zur Erweiterung unserer Raumvorstellung z. B. zur vierten Dimension führen, wie die Widersprüche, welche im Gebiete der unbewussten Verstandesoperationen für eine Raumanschauung von zwei Dimensionen den Veränderungen der Netzhautbilder gegenüber existiren würden, zur dritten Dimension geführt haben. In der Astronomie hat sich dieser Process des Entstehens der dritten Dimension noch im Gebiete der bewussten Verstandesoperationen vollzogen. Wir befinden uns heute der Gesammtheit aller sinnlichen Erscheinungen gegenüber in derselben Entwickelungsphase der räumlichen Anschauungsformen, wie zur Zeit des Copernicus in der Astronomie. Damals lieferte die dritte Dimension des Himmelsgewölbes den Schlüssel zur Erklärung der himmlischen Bewegungen, in Zukunft wird die Annahme einer vierten Dimension den Schlüssel zur Erklärung aller Erscheinungen im Raume von drei Dimensionen liefern.

1876. März 3.

Raum ist nur ein anderer Ausdruck für die durch Erfahrung gefundene Thatsache, dass die Wirkungen eines Körpers auf uns und andere Körper sich ändern können, ohne dass jener Körper sich ändert.

Die formale Gesetzmässigkeit dieser Veränderungen, von deren Existenz wir durch die Erfahrung Kenntniss erhalten haben, ist der Inhalt der Geometrie. Hieraus folgt, dass der Raum von drei Dimensionen aus dem Gesetze entsprungen ist, nach welchem sich die Wechselwirkung der Körper ändern kann, ohne dass diese sich selber ändern.

1876. März 8.

Wenn die Erscheinungen (Körper) im Raume von drei Dimensionen Projectionen von Objecten eines Raumes von vier Dimensionen wären, so müsste einer jeden Erscheinung im Raume von drei Dimensionen eine complementäre zweite Erscheinung entsprechen, deren Eintritt nicht gleichzeitig mit der ersten stattfinden kann, obschon sie im Raume von vier Dimensionen gleichzeitig mit der ersten existirt.

Erläuterung. Es werde ein ebenes Dreieck durch Schattenprojection auf eine Ebene projicirt. Zu dieser Projection gehört ein symmetrisches Gegenstück, welches erscheint, wenn das ebene Dreieck im Raume von drei Dimensionen umgewendet wird, d. h. in eine andere räumliche Beziehung zur Projectionsfläche gesetzt wird. Zu dieser Umwendung ist eben die dritte Dimension erforderlich, d. h. ein Raum von einer um eine Dimension höheren Ordnung als die Projectionsfläche. Da zu dieser Umwendung Zeit gehört, so können die primären Schattenprojectionen und ihre symmetrischen Complemente nicht gleichzeitig auf der Projectionsfläche erscheinen.

1876. Mai 14.

In Begriffen ausgedrückt und verallgemeinert ist der Raum nichts anderes als die zur widerspruchsfreien Erklärung der Erscheinungen nothwendige Hypothese, dass die Grösse und Beschaffenheit (Intensität und Qualität) einer Wechselwirkung nicht blos abhängig ist von der Quantität des Wirkenden, sondern gleichzeitig auch von einer Beziehung der in Wechselwirkung tretenden Ursachen. Diese Beziehung nennen wir in einem speciellen Falle — besonders für die durch unser Gesicht vermittelten Beziehungen, den Raum, wobei dann den wirkenden Ursachen die Bezeichnung Körper beigelegt wird.

1876. Mai 20.

Für die Ansicht, dass die sinnlich wahrnehmbare Welt nur ein Projectionsphänomen einer andern Welt von Objecten in einem Raume von vier Dimensionen sei, ist es sehr bemerkenswerth, dass die letzten Elemente, in welche die physikalische Forschung die materiellen Erscheinungen aufzulösen vermag, nur Elemente des Raumes und der Zeit und deren Verhältnisse enthalten.

Geschwindigkeit = Verhältniss einer Länge zur Zeiteinheit;
Kraft = Verhältniss einer Geschwindigkeitsänderung zur Zeiteinheit;
Masse = Verhältniss einer Kraft zu einer Beschleunigung.

Qualitativ finden wir nun genau dieselben Elemente, und zwar nur diese, durch Analyse in einer Schattenprojection wieder, welche ihre Bedeutung und ihren Inhalt lediglich erst durch die uns bekannte Beziehung zu dem schattenwerfenden Objecte erhält. Ist unser beseelter Körper dieses projicirte Object und würden wir durch besondere Verhältnisse genöthigt sein, zeitlebens nur unseren Schatten auf jener Projectionsfläche zu sehen, so würden wir unzweifelhaft diesen Schatten für unseren empfindenden Leib halten und würden anderen beweglichen Schatten dieselbe Körperlichkeit beilegen. Auch würden wir diesen Schatten die Eigenschaft der körperlichen Tastbarkeit und

Digitized by Google

Undurchdringlichkeit als wesentliche und nothwendige Eigenschaften beilegen, so lange wir ausnahmslos die Beobachtung machten, dass jedesmal, wenn der Schatten unseres eigenen Körpers mit dem Schatten eines anderen Körpers sich berührt, in uns das Gefühl einer Druck- oder Tastempfindung erzeugt würde. Wir würden uns aber in unserer Voraussetzung, dass jener Zusammenhang ein nothwendiger und daher die Undurchdringlichkeit und Tastbarkeit der Körper (Schatten) eine wesentliche Eigenschaft ihrer materiellen Elemente sei, täuschen. Denn sobald die Objecte, deren Schatten wir für Körper halten, sich in einer Richtung senkrecht zur Projectionsfläche bewegen und hintereinander verschieben, müssen sich ihre Schatten decken und einander durchdringen, ohne dass weder für uns noch für die schattenwerfenden Objecte eine Druckempfindung oder irgend eine Veränderung der relativen Lage ihrer Theile entstünde.

Um zu zeigen, wie nahe wir uns bereits der Zeit befinden, in welcher sich diese Betrachtungen zur Erklärung des Phänomenes der Welt als nothwendige herausstellen werden und eine Fluth literarischer Productionen erzeugen werden, erlaube ich mir hier zunächst die folgenden Worte aus einer im vorigen Jahre erschienenen und die Probleme der neueren Geometrie in klarer Weise behandelnden Schrift *) anzuführen:

»Übrigens dürfte die Wahrscheinlichkeit, dass wir einmal veranlasst würden, mit den drei Coordinaten unseres Raumes eine vierte Bestimmungsgrösse so zu verbinden, dass wir von einem vierseitigen Raume reden könnten, sehr gering sein, denn bislang hat sich noch nichts Unerklärliches von einer Art gezeigt, die wir dem Durcheinanderhuschen der Schatten auf einer beleuchteten Fläche vergleichen könnten. Käme uns aber diese Veranlassung, so würden wir wohl einen Rechnungsraum unterscheiden müssen von dem, worin wir uns bewegen. In diesem Falle würde vielleicht auch die sogenannte absolute Geometrie sich nicht als in vollem Umfange gültig ausweisen. Da wir die Gebilde unseres Raumes, wenn ein zusammengesetzterer existirte, als durch Projection einseitige Betrachtung, Abstraction, Elimination aus den Gebilden dieses entstanden zu betrachten hätten, so würde jedem unserer Raumgebilde eine unendliche Mannichfaltigkeit höherer Gebilde entsprechen, also ein Schluss

*) Grundlagen der Raumwissenschaft von Dr. Funcke in Neumünster. Hannover (Rümpler) 1875, p. 109.

Digitized by Google

von unseren auf diese (sei es bezüglich der Congruenz oder in anderer Rücksicht) ganz unzulässig sein. Aber auch für unsern Raum hätten solche Sätze nur den Werth von Näherungen und Wahrscheinlichkeiten, wenn eine Krümmung zu vermuthen. Denn selbst darauf können wir nicht bauen, dass der Unterschied zwischen Symmetrie und Congruenz körperlicher Figuren in jenem verschwinde, wie in unserem Raume derselbe für ebene Figuren. — Aber es bliebe den betreffenden Untersuchungen doch das Verdienst, klar gemacht zu haben, dass die Voraussetzungen der Geometrie Thatsachen der Erfahrung, nicht Postulate unseres Erkenntnissvermögens sind, und welches diejenige Voraussetzung der elementaren Geometrie ist, an welcher man zuerst zu ändern hätte. — Weiter forschend haben Riemann und Helmholtz das einfachste System von Voraussetzungen resp. Erfahrungsthatsachen aufgestellt, aus welchen sich das Gebäude der Lehrsätze unserer Geometrie herleiten lässt. Man hätte alsdann nur nöthig zu untersuchen, welchen von diesen Voraussetzungen die neuen Thatsachen widersprächen, und welche Erweiterung oder Abänderung derselben sie erforderten, ohne dass man jeden einzelnen Satz unserer Geometrie an den Erfahrungen zu erproben brauchte.«

Die neueste Vertheidigung für die Nothwendigkeit und Berechtigung dieser Erweiterung unserer räumlichen Anschauungsformen stammt von meinem hochverehrten Collegen Drobisch, und ist in einer vom 23. April 1876 datirten Abhandlung*): »Einige elementare Bemerkungen über den Raum von drei Dimensionen« enthalten. Drobisch schliesst seine Betrachtungen mit folgenden Worten:

»Ob man eine stetige Mannichfaltigkeit von mehr als drei Dimensionen, in welcher die von einander unabhängigen veränderlichen Grössen demselben gesetzlichen Zusammenhang unterworfen sind, wie die Grössen unserer analytischen Geometrie, einen Raum nennen darf, oder ihr, wie mehrere Philosophen der Gegenwart**), diese Benennung versagen zu müssen glaubt, weil wir uns weder von einer solchen Mannichfaltigkeit noch von den aus ihrer Voraussetzung gezogenen Consequenzen eine anschauliche Vorstellung zu machen vermögen, scheint zuletzt auf einen Wortstreit hinauszulaufen. Jedenfalls ist nicht einzusehen, warum es nicht verstattet sein sollte, dem Worte »Raum« eine erweiterte Bedeutung beizulegen, nämlich damit einen Gegenstand zu bezeichnen, von dem wir uns zwar nicht eine

*) Berichte der Königl. Sächs. Gesellschaft d. W. Sitzung am 23. April 1876. S. 272.

**) z. B. Lotze (Logik, 1874, S. 227), Dühring (Kritische Geschichte der Principien der Mechanik, 1873, S. 488), M. Tobias (Grenzen der Philosophie, constatirt gegen Riemann und Helmholtz, 1875, S. 38—79); wogegen F. A. Lange (Geschichte des Materialismus, 2. Aufl., 1875, II. S. 450) die Mathematiker in einsichtsvoller Weise rechtfertigt.

anschauliche Vorstellung, wohl aber einen bestimmten Begriff zu bilden im Stande sind, der schon deshalb nicht nutzlos ist, weil er uns das Anschauliche als speciellen Fall des denkbaren Allgemeineren erkennen lässt. Zu erklären, warum unsere Einbildungskraft an die Schranken von gerade drei Dimensionen der räumlichen Ausdehnung gebunden ist, fällt der Erkenntnisstheorie als Aufgabe zu. Man führt diese Beschränktheit entweder mit Kant seit seiner berühmten Inauguraldissertation v. J. 1770 auf eine nicht weiter erklärbare Organisation unseres menschlichen Anschauungsvermögens zurück, zerhaut aber damit eigentlich nur den Knoten; oder man versucht es, wie Andere nach Kant, diese Beschränktheit als eine allgemeine und nothwendige, für jede denkbare Intelligenz gültige nachzuweisen. Seitdem aber Riemann und Helmholtz gezeigt haben, dass die Fundamente der Euklidischen Geometrie Voraussetzungen enthalten, die sich nicht als nothwendige Folgen aus allgemeinen Begriffsbestimmungen ableiten lassen, sondern aus der Erfahrung geschöpft sein müssen, kann der Erklärungsgrund jener Beschränktheit unserer Einbildungskraft nur in dem, wenigstens theilweise empirischen Ursprung unserer Raumvorstellung gesucht werden.

Es ist mindestens von historischem Interesse, zu bemerken (was wenig bekannt zu sein scheint), dass Kant in seiner Erstlingsschrift v. J. 1747: »Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte« (§ 10) den Versuch gemacht hat, »die dreifache Abmessung des Raumes« aus dem Gesetz, nach dem »die Substanzen in der existirenden Welt auf einander wirken«, nämlich dem Gravitationsgesetz zu erklären*), aber mit dem Zusatz, dass, »aus einem andern Gesetz auch eine Ausdehnung von anderen Eigenschaften und Abmessungen geflossen wäre«, und dass er, wie ein Seher der Zukunft, diese Betrachtung mit den denkwürdigen Worten schliesst: »»eine Wissenschaft von allen diesen möglichen Raumarten wäre ohnfehlbar die höchste Geometrie, die ein endlicher Verstand unternehmen könnte«.«

Wenn nun meine Behauptung begründet ist, dass dasjenige, was wir Raum nennen, erst aus dem intellectuellen Bedürfniss entsprungen ist, die früher als dieses Bedürfniss vorhandene und durch Empfindungen vermittelte empirische Thatsache der Wechselwirkung (zwischen den Objecten und unserem Körper) widerspruchsfrei zu erklären, so kann die Wechselwirkung nicht vermittelst Hypothesen erklärt werden, welche bereits räumliche Vorstellungen voraussetzen, wie dies z. B. der Fall ist, wenn man hierzu die Reaction von

*) Bekanntlich leitete er später (in den metaphysischen Anfangsgründen der Naturwissenschaft) umgekehrt das Gravitationsgesetz *a priori* aus der kugelförmigen Ausbreitung des Raumes ab, worin ihm jedoch schon Halley vorangegangen war.

Digitized by Google

Volumenelementen eines continuirlichen Fluidums anwendet. In diesem Umstande liegt für mich die erkenntnisstheoretische Nothwendigkeit der Atomistik, d. h. der discontinuirlichen Raumerfüllung. Es ist dies gleichzeitig derjenige Punkt, in welchem meine Anschauungen wesentlich von denen Riemann's abweichen, wenn derselbe bei Entwickelung einer allgemeinen Formel, welche gleichzeitig die Actionen des Lichtes und der Gravitation umfassen soll, Folgendes bemerkt: *)

»Diese letztere Action lässt sich zerlegen in Bestrebungen, die einzelnen Glieder der Summe Σ... möglichst klein zu erhalten, d. h. in Anziehungen und Abstossungen zwischen je zwei Punkten, und dies würde zu der gewöhnlichen Erklärung der Bewegungsgesetze aus dem Gesetze der Trägheit und Anziehungen und Abstossungen zurückführen; sie lässt sich aber bei allen uns bekannten Naturkräften auch auf Kräfte, welche zwischen benachbarten Raumelementen thätig sind, zurückführen, wie im folgenden Artikel an der Gravitation erläutert werden soll.«

Wie bemerkt, halte ich die letztere Erklärung unter der oben angegebenen Bedingung für logisch unzulässig, denn es würde offenbar ein Zirkelschluss darin liegen, wenn man erst den Ursprung unserer Raumanschauung aus der Wechselwirkung ableitet und alsdann diese wieder mit Hülfe der aus der Raumanschauung entlehnten Elemente zu erklären versucht.

Ich glaube eine Bestätigung für die Richtigkeit dieser Argumentation in Worten erblicken zu dürfen, welche Sie selber, hochverehrter Freund, vor langer Zeit schriftlich an Fechner gerichtet haben. Derselbe hat Ihre Worte in seiner Schrift »Über die physikalische und philosophische Atomenlehre« (2. Aufl. 1864) auf S. 88 in folgender Weise angeführt:

»Ich glaube endlich diesen Abschnitt nicht besser schliessen zu können, als mit folgender Stelle aus dem Schreiben Professor Wilhelm Weber's an mich, in dem er seinerseits den Vorwurf eines groben Materialismus von der Atomistik ablehnt, und auf die wir uns noch künftig zurückzubeziehen Anlass finden werden:

»»Es kommt«« sagt er, »»darauf an, in den Ursachen der Bewegungen einen solchen constanten Theil auszusondern, dass der Rest zwar veränderlich ist, seine Veränderungen aber blos von messbaren Raum- und Zeit-Verhältnissen abhängig gedacht werden können. Auf diesem Wege gelangt man zu einem

*) Gesammelte Abhandlungen a. a. O. S. 496.

Digitized by Google

Begriff von Masse, an welcher die Vorstellung von räumlicher Ausdehnung gar nicht haftet. Consequenterweise wird dann auch die Grösse der Atome in der atomistischen Vorstellungsweise keineswegs nach räumlicher Ausdehnung, sondern nach ihrer Masse bemessen, d. i. nach dem bei jedem Atome constanten Verhältnisse, in welchem bei diesem Atome die Kraft zur Beschleunigung immer steht. Der Begriff von Masse sowie auch von Atomen ist hiernach ebenso wenig roh und materialistisch wie der Begriff von Kraft, sondern ist demselben an Feinheit und geistiger Klarheit vollkommen gleich zu setzen.«

Besässe der Raum nun wirklich nur drei Dimensionen, so wären wir logisch genöthigt, in solche Atome Empfindung, Gedächtniss und eine intellectuelle Fähigkeit zur Causalität zu verlegen, um hierdurch die empirisch bewiesene Existenz dieser Fähigkeiten in complicirten Aggregaten solcher Atome, die wir Organismen nennen, begreiflich zu machen. Eine solche Annahme hat aber für unser instinctives Gefühl bereits so viel Widerstrebendes — ganz abgesehen von der Schwierigkeit, die Einheit aller dieser Functionen im Bewusstsein höherer Aggregate zu erklären — dass auch der bewusste Verstand das Bedürfniss empfindet, sich von diesem Widerstreben Rechenschaft zu geben. Besitzt nun aber der Raum noch eine vierte Dimension, so können wir jene Atome und die complicirtesten ihrer Aggregate als Projectionen von Objecten einer anderen Welt betrachten. Ebenso wenig wie wir unseren Schatten als den Sitz von Empfindungen und Vorstellungen betrachten, obschon alle Veränderungen dieser Schatten durch Empfindungsvorgänge in uns ihre Bedeutung erhalten, ebenso wenig, wie wir in die veränderlichen Bilder der Dinge auf unserer Netzhaut die Eigenschaften der Objecte verlegen, deren Projectionen sie sind, ebenso wenig ist man unter Voraussetzung eines Raumes von vier Dimensionen genöthigt, sich die fundamentalen Eigenschaften der Materie in den Elementen unseres *drei*dimensionalen Raumes *localisirt* vorzustellen.

Die fortschreitende Erkenntniss wird sich daran gewöhnen müssen, unsere ganze, scheinbar so reale, Welt in ähnlicher Weise als ein Projectionsphänomen einer anderen Welt von Objecten zu betrachten, wie wir dies mit den Bildern unserer Netzhaut thatsächlich den Objecten unserer gegenwärtigen Welt gegenüber thun. Ebenso wie mit wachsender Entfernung der Objecte

Digitized by Google

nach der dritten Dimension die Bilder auf der Netzhaut immer gleichartiger und unterschiedsloser werden (trotzdem die Objecte selber unveränderlich den Reichthum ihrer ganzen Mannichfaltigkeit bewahren), bis sie sich, wie die Himmelskörper, in leuchtende Punkte verschiedener Helligkeit verwandeln. ebenso verwandeln sich die Objecte bei ihrer Entfernung nach der vierten Dimension in immer kleinere und unterschiedslosere Gebilde, die wir bei der Materie überhaupt als Atome, bei den Organismen als gleichartige Zellen wiederfinden. Durch die Existenz einer vierten Dimension wird die jetzt paradox erscheinende Behauptung begreiflich, dass zwei körperlich vollkommen gleichartige Dinge, z. B. die Eizelle eines Menschen und eines Affen, dennoch zwei gänzlich verschiedenen Objecten angehören, deren Projectionen jene Zellen sind.

Darin grade liegt das Charakteristische des Raumes überhaupt, dass er unserem Verstande die Möglichkeit eröffnet, veränderliche Erscheinungen causal mit unveränderlichen Objecten zu verbinden; die letzteren können durch die ersteren nur gedeutet, niemals unmittelbar erkannt werden. Jene Deutung würde aber um so richtiger und reichhaltiger sein, je reicher der dazu erforderliche Verstand entwickelt ist. Eine Linse und eine Erbse können bei gleicher Grösse ihrer kreisförmigen Querschnitte bei passender Lage zur Projectionsfläche zwei vollkommen identische Schattenkreisflächen erzeugen, trotzdem die projicirten Objecte verschieden sind, und umgekehrt, können zwei vollkommen identische Linsen bei verschiedener Lage zur Projectionsfläche dennoch verschiedene Erscheinungen durch ihre Projectionen hervorrufen.

So paradox diese Auffassung der Welt heute noch vielen Menschen erscheinen mag, das nächste Jahrhundert wird sie zu den Trivialitäten zählen. Auch ist dieselbe keineswegs neu, wie Viele vielleicht glauben dürften, sondern bereits vor mehr als 2200 Jahren mit einer solchen Klarheit und inneren Überzeugung ausgesprochen worden, dass ich es mir nicht versagen kann, hier den Beweis für meine Behauptung mitzutheilen. Kein Geringerer als der göttliche Plato erläutert diese Weltauffassung gleich im Anfang des siebenten Buches im »Staate« mit folgenden Worten:*)

*) Plato's sämmtliche Werke. Übersetzt von Hieronymus Müller. Bd. V. S. 518 ff.

Digitized by Google

Sokrates. Nach diesem nun, fuhr ich fort, vergleiche unsere Natur hinsichtlich des Wissens oder Nichtwissens etwa folgendem Zustande. Denke dir nämlich Menschen wie in einer unterirdischen, höhlenähnlichen Wohnung, deren ausgedehnter, die ganze Höhle entlang sich hinerstreckender Ausgang nach dem Lichte zu offen ist; dass sie in dieser von Kindheit auf an den Schenkeln und Nacken gefesselt sich befinden, sodass sie auf derselben Stelle verharren und nur vorwärts sehen, durch die Fesseln aber ausser Stande sind, ihre Köpfe rings herumzudrehen; dass die Erleuchtung ferner ihnen von einem hinter ihnen oben und in der Ferne brennenden Feuer kommt, zwischen dem Feuer und den Gefesselten, über denselben einen Weg; diesen entlang denke dir ein Mäuerchen aufgeführt, wie eine Umhegung, welche Taschenspieler von den Zuschauern trennt, über der sie ihre Wunderdinge zeigen.

Glaukon. Das denk' ich mir.

S. Denke dir nun Menschen, die an diesem Mäuerchen hin mancherlei über das Mäuerchen hervorragende Geräthschaften tragen, sowie steinerne und hölzerne und verschiedenartig gearbeitete Bilder von Menschen und andern Geschöpfen, und dass, wie natürlich, von den Vorbeitragenden die Einen sprechen, die Andern schweigen.

G. Du sprichst da von einem seltsamen Bilde und seltsamen Gefesselten.

S. Die uns gleichen, erwiderte ich; denn glaubst du, dass zunächst solche Gefesselte von sich und von einander wohl etwas Anderes sahen, als die vom Feuer auf den ihnen gegenüberstehenden Theil der Höhle geworfenen Schatten?

G. Wie sollten sie doch, wären sie genöthigt, lebenslänglich ihre Köpfe unbewegt zu halten?

S. Was aber von dem Vorübergetragenen? Nicht eben dasselbe?

G. Was sonst?

S. Wären sie nun im Stande sich miteinander zu unterreden, meinst du nicht, dass sie gewohnt sein würden, Dem, was sie sähen, den Namen der vorüberziehenden Gegenstände selbst zu geben?

G. Nothwendig.

S. Wie ferner? Wenn ihr Kerker, sollte einer der Vorüberziehenden sprechen, vermittels der Gegenwand einen Wiederhall gäbe, meinst du, dass sie etwas Anderes als den vorüberziehenden Schatten für das Sprechende halten würden?

G. Beim Zeus, das mein' ich nicht.

S. Durchgängig würden wohl dergleichen Menschen nichts Anderes für das Wahre halten, als den Schatten der verarbeiteten Gegenstände.

G. Sehr nothwendig.

S. Erwäge nun, fuhr ich fort, wie wohl ihre Entfesselung und die Heilung ihrer Verblendung beschaffen sein dürfte, wenn auf natürlichem Wege so etwas ihnen widerführe; wenn Einer entfesselt und stracks aufzustehen und den Nacken umzudrehen und fortzuschreiten und zum Lichte aufzublicken genöthigt würde, und wenn alle diese Verrichtungen ihm Schmerzen verursachten und der Glanz es ihm unmöglich

machte, die Gegenstände zu sehen, deren Schatten er früher erblickte: was meinst du, dass er angeben würde, wenn ihm Jemand sagte, er habe damals Gaukelwerk erblickt, jetzt aber sehe er, dem Seienden etwas näher gerückt und dem wirklicher Seienden zugewendet, richtiger, und wenn er ihn, mit Hinweisung auf Jedes der Vorüberziehenden, durch seine Fragen nöthigte, Bescheid zu geben, was es sei! Glaubst du nicht, dass er wohl ungewiss sein und das früher Geschehene für der Wahrheit entsprechender halten würde, als das jetzt ihm Gezeigte!

G. Ei bei weitem.

S. Würde derselbe nicht auch, nöthigte jener ihn, auf das Licht selbst zu blicken, an den Augen Schmerzen empfinden und sich zurückwendend nach den Gegenständen flüchten, die er zu sehen vermag, und diese in der That für deutlicher als die ihm gezeigten halten?

G. So ist's.

S. Wenn ihn aber, fuhr ich fort, Jemand von dort mit Gewalt auf rauhem und steilem Wege hinaufzöge, und nicht abliess, bis er zum Lichte der Sonne ihn herauszog, würde er da wohl nicht Schmerz empfinden und Unwillen über das Heraufziehen und, zum Lichte gelangt, die Augen mit Helligkeit erfüllt, nicht einen einzigen der ihm jetzt als die wahren genannten Gegenstände zu erkennen vermögen!

G. So plötzlich wenigstens wohl nicht.

S. Er würde wohl, denk' ich, der Gewöhnung bedürfen, um das oben Befindliche zu sehen, und zuerst wohl am leichtesten die Schatten erkennen, und dann die Bilder der Menschen und die der andern Gegenstände im Wasser, später aber diese selbst. Nach diesen würde er wohl das am Himmel Befindliche, sowie den Himmel selbst zur Nachtzeit, den Blick auf das Licht der Sterne und des Mondes richtend, leichter betrachten als am Tage die Sonne und was mit ihr in Verbindung steht.

G. Wie sollt' er nicht!

S. Zuletzt aber vermag er wohl, denk' ich, nicht Abbilder derselben im Wasser oder an einer andern Stelle, sondern sie die Sonne selbst, für sich selbst, an der Stelle, die sie einnimmt, zu erschauen und zu betrachten.

G. Nothwendig.

S. Nach diesem würde er auch wohl bereits über sie die Sonne Betrachtungen anstellen, dass sie die Tagesstunden und den Jahreswechsel herbeiführt und über Alles in der sichtbaren Welt waltet und gewissermaassen die Urheberin von Allem ist, was sie sahen.

G. Es liegt zu Tage, dass er nach dem wohl dahin gelangen würde.

S. Doch wie! Glaubst du nicht, dass er wohl, indem er seines früheren Aufenthaltes und der dortigen Weisheit und seiner damaligen Mitgefesselten gedächte, sich selbst wegen der Veränderung glücklich preisen, diese aber bedauern würde!

G. Gar sehr.

S. Gab es aber damals unter ihnen Ehrenbezeugungen, Lobpreisungen und Belohnungen für den, der das Vorüberziehende am scharfsichtigsten erschaute und am

Digitized by Google

treuesten im Gedächtniss bewahrte, was von ihnen früher, was später, was zusammen zu kommen pflegte, und darnach, so gut wie möglich, was da kommen werde vorausverkündete, meinst du wohl, dass er darauf begierig sein und die von jenen Hochgeehrten und unter ihnen Herrschenden beneiden würde, oder dass es ihm nicht vielmehr nach den Worten des Homeros ergehen und er viel lieber wünschen würde, das Feld einem dürftigen Manne ohne Erbe als Tagelöhner zu bestellen und irgend sonst etwas über sich ergehen zu lassen, als jenen Ruhm davonzutragen und in jener Weise zu leben!

G. Ja, der Meinung bin ich, alles wird er eher über sich ergehen lassen, als in jener Weise zu leben.

S. Auch das überlege dir: Wenn so Einer wieder herabstiege und denselben Sitz einnähme, würden nicht, indem er plötzlich von der Sonne käme, seine Augen mit Dunkelheit erfüllt sein!

G. Ja wohl.

S. Müsste er nun wieder, um jene Schatten zu unterscheiden, mit den dort fortwährend Gefesselten, während er sich geblendet fühlt, einen Wettstreit bestehen, bevor er seine Augen wieder brauchen lernte und wäre diese Zeit der Angewöhnung keine kurze, würde er sich nicht lächerlich machen und von ihm gesagt werden, er sei von seiner Wanderung nach oben mit verderbten Augen zurückgekehrt und es sei nicht der Mühe werth, das Hinaufsteigen auch nur zu versuchen! Und würden sie nicht den, der Jemanden zu entfesseln und hinaufzuführen versuchte, könnten sie irgendwie seiner habhaft werden, sogar wohl tödten!

G. Ei gewiss.

S. Dieses Bild muss man also, mein geliebter Glaukon, in allen seinen Theilen mit dem vorher Gesagten zusammenstellen, indem man unsern, den Augen sichtbaren, Wohnsitz mit der Wohnung im Kerker, die Erleuchtung durch das Feuer in demselben mit der Gewalt der Sonne vergleicht. Wenn du aber das Aufsteigen nach oben und die Betrachtung des oben Befindlichen mit dem Sicherheben der Seele zu dem Bereiche des Gedenkbaren zusammenstellst, so wirst du wenigstens das, was ich hoffe, nicht verkennen, da du auch das zu hören wünschest; aber nur ein Gott weiss wohl, ob es mit der Wahrheit zusammentrifft.

Die Platonische »Idee« und das Kantische »Ding an sich« lassen sich als Objecte von mehr als drei Dimensionen auffassen, welche nicht weniger und nicht mehr Realität wie die Dinge dieser Welt besitzen; mit diesen stehen sie durch eine dem Projectionsprocess analoge Beziehung in einem Causalverhältniss.

Sollte ich Ihnen nun, mein theurer Freund, die Empfindungen beschreiben, welche bei der Entdeckung dieser mir bis vor Kurzem unbekannten Stelle in Plato's Werken meine Seele erfüllten, so wüsste ich in der That keinen

Digitized by Google

schöneren Ausdruck derselben zu finden, als denjenigen, mit welchem Kepler seine Freude über die Entdeckung schildert, dass Ptolemäus 1500 Jahre vor ihm »freilich mit weit unvollkommneren astronomischen Mitteln dieselbe Betrachtung der himmlischen Harmonie« gefunden habe, welche er selber in seiner »*Harmonice mundi*« entwickelt hat. Bei dieser Entdeckung bricht Kepler*) begeistert in die folgenden Worte aus:

»Was bedarf's weiter? Die Natur selbst offenbarte sich den Menschen durch verschiedene Dolmetscher in entlegenen Jahrhunderten; der Finger Gottes, um mit den Hebräern zu reden, war es, dass in der Seele zweier Männer, welche sich ganz in die Betrachtung der Natur vertieft, derselbe Begriff von dem Bau der Welt sich bildete, während keiner den anderen dabei geleitet hatte. Nunmehr aber, nachdem mir seit anderthalb Jahren das erste Morgenroth, seit wenigen Monaten der volle Tag, seit wenigen Tagen endlich die reine Sonne der wundervollsten Betrachtung aufgegangen, hält mich nichts mehr zurück; ich will schwärmen in heiliger Begeisterung, ich will die Menschenkinder höhnen mit dem einfachen Geständniss, dass ich die goldenen Gefässe der Egypter entwende, um meinem Gotte ein Gezelt daraus zu bauen, weit entfernt von Egyptens Grenzen.

---

*) Kepler und die Astronomie von Reuschle. Zum zweihundertjährigen Jubiläum von Kepler's Geburt am 27. December 1571. S. 126 ff. Im Originaltext lauten die Worte wie folgt:

Johannis Kepleri Harmonices Mundi Liber V. Prooemium.

»Nam quid multis opus? Ipsa rerum natura sese proditum ibat hominibus per diversos distantium seculorum interpretes, digitur Dei erat, ut cum Hebraeis loquar, hic in animis duorum, qui se totos contemplationi naturae dedidissent, de conformatione mundi conceptus idem, cum neuter alteri dux fuisset ad hoc iter ingrediendum. Jam postquam a mensibus octodecim prima lux, a tribus dies justa, a paucissimis vero diebus Sol ipse merus illuxit contemplationis admirabilissimae, nihil me retinet, lubet indulgere sacro furori, lubet insultare mortalibus confessione ingenua, me vasa aurea Aegyptiorum furari, ut Deo meo tabernaculum ex iis construam, longissime ab Aegypti finibus.

Si ignoscitis, gaudebo, si succensetis, feram; jacio en aleam librumque scribo seu praesentibus seu posteris legendum, nihil interest; exspectet ille suum lectorem per annos centum, si Deus ipse per annorum sena millia contemplatorem praestolatus est.«

Ibid. Liber V. Caput IX.

»O qui lumine naturae desiderium in nobis promoves luminis gratiae, ut per id transferas nos in lumen gloriae, gratias ago tibi Creator Domine, qui delectasti me in factura tua et in operibus manuum tuarum exsultavi. En nunc opus consummavi professionis meae, tantis usus ingenii viribus, quantas mihi dedisti; manifestavi gloriam operum tuorum hominibus, istas demonstrationes lecturis, quantum de illius infinitate capere potuerunt angustiae mentis meae; promtus mihi fuit animus ad emendatissime philosophandum; si quid indignum tuis consiliis prolatum a me, vermiculo in volutabro peccatorum nato et innutrito, quod scire velis homines, id quoque inspires, ut emendem; si tuorum operum admirabili pulchritudine in temeritatem procletus sum, aut si gloriam propriam apud homines amavi, dum progredior in opere tuae gloriae destinato, mitis et misericors condona; denique ut demonstrationes istae tuae gloriae et animarum saluti cedant nec ei ullatenus obsint, propitius efficere digneris.«

G. Joannis Kepleri, Astronomi Opera omnia Ed. Frisch. Vol. V. p. 269 et p. 323. *Francofurti et Erlangae* MDCCCLXIV.

Digitized by Google

Verzeiht ihr, so freut mich's; zürnet ihr, so trag ich's. Hier werfe ich die Würfel und schreibe ein Buch, zu lesen der Mitwelt oder der Nachwelt, gleich viel; es wird seines Lesers hundert Jahre harren, wenn Gott selbst sechs Jahrtausende lang den erwartet hat, der sein Werk beschauete.«

»O Du, der Du durch das Licht der Natur das Verlangen in uns weckest nach dem Lichte der Gnade, um durch dieses uns überzuführen zum Lichte der Herrlichkeit, ich danke Dir, Schöpfer und Herr, dass Du mich an Deiner Schöpfung ergötzet hast und dass ich über den Werken Deiner Hände frohlocket habe; siehe, nun habe ich vollendet das Werk meines Berufes, ausnützend das Maass der Kräfte, das Du mir verliehen; ich habe die Herrlichkeit Deiner Werke den Menschen geoffenbart, so viel von ihrer Unendlichkeit mein beschränkter Verstand zu fassen vermochte.«

An Sie aber, mein hochverehrter Freund, möchte ich am heutigen Tage dieselben Worte richten, welche vor 279 Jahren Galileo Galilei *) in einem Briefe an Kepler (d. d. 1597, August 4.) gerichtet hat, indem er freudig bewegt ausruft:

»Ich preise mich glücklich, in dem Suchen nach Wahrheit einen so grossen Bundesgenossen wie Dich und mithin einen gleichen Freund der Wahrheit selbst zu besitzen. Es ist wirklich erbärmlich, dass es so Wenige giebt, die nach dem Wahren streben und die von der verkehrten Methode zu philosophiren abgehen möchten. Aber es ist hier nicht der Ort, die Jämmerlichkeiten unserer Zeit zu beklagen, sondern vielmehr Dir zu Deinen herrlichen Erforschungen, welche die Wahrheit bekräftigen, Glück zu wünschen . . . . . Wahrlich, ich würde es wagen, meine Speculationen zu veröffentlichen, wenn es mehr Solche, wie Du bist, gäbe. Da aber dies nicht der Fall ist, so spare ich es mir auf, aus Furcht, das Schicksal unseres Meisters Copernicus zu theilen, der, wenngleich er sich bei Einigen einen unsterblichen Ruhm erworben hat, dennoch bei unendlich Vielen — denn so gross ist die Zahl der Thoren — ein Gegenstand der Lächerlichkeit und des Spottes geworden ist.«

Ja, ich preise mich glücklich, Sie noch in der platonischen Höhle angetroffen zu haben, um in Gemeinschaft mit Ihnen die Gefesselten über die gesetzmässigen Bewegungen eines tief bedeutungsvollen Schattenspieles aufzuklären, damit wir, vorbereitet durch die Erkenntniss, nicht durch jenes Licht geblendet werden, in dessen Glanze uns beim Austritt aus dieser Höhle dereinst die Welt in ewiger Harmonie und Schönheit entgegenstrahlen wird.

*) »Galileo Galilei und die Römische Curie, nach den authentischen Quellen« von Karl von Gebler. Stuttgart (Cotta) 1876. S. 16.

Digitized by Google

S olange wir aber selbst noch zu den Gefesselten gehören, lassen Sie uns im Kampfe gegen die Unfehlbarkeit des Glaubens und Wissens nicht ermüden! Bewahren wir uns, nach Art von edlen Staatsgefangenen, jene Unabhängigkeit und Selbständigkeit der Gesinnung, welche bereits der Vater Galilei's, Vincenzo Galilei, im Jahre 1581 in folgenden Worten*) ausgesprochen hat:

»Nach meiner Ansicht müssen diejenigen, welche, um eine Behauptung zu beweisen, ausschliesslich nur auf das Gewicht der Autoritäten zählen, ohne sich irgend eines anderen Argumentes zu bedienen, des Unverstandes geziehen werden. Ich für meinen Theil wünsche, dass die Streitfragen freigestellt und ohne irgend eine Speichelleckerei frei erörtert werden, wie sich dies für Jeden geziemt, der aufrichtig nach der Wahrheit forscht.«

Über die »Jämmerlichkeit unserer Zeit« möge uns Immanuel Kant**) durch seine Worte an Lambert trösten, an welchen derselbe (d. d. Königsberg d. 31. December 1765) schreibt:

»Sie klagen mit Recht über das ewige Getändel der Witzlinge und die ermüdende Schwatzhaftigkeit der jetzigen Scribenten vom herrschende Tone, die weiter keinen Geschmack haben als den, von Geschmack zu reden. Allein mich dünkt, dass dieses die Euthanasie der falschen Philosophie sei, da sie in läppischen Spielwerken erstirbt, und es weit schlimmer ist, wenn sie in tiefsinnigen und falschen Grübeleien mit dem Pomp von strenger Methode zu Grabe getragen wird.

Ehe wahre Weltweisheit aufleben soll, ist es nöthig, dass die alte sich selbst zerstöre, und, wie die Fäulniss die vollkommenste Auflösung ist, die jederzeit vorangeht, wenn eine neue Erzeugung anfangen soll, so macht mir die Krisis der Gelehrsamkeit zu einer solchen Zeit, da es an guten Köpfen gleichwohl nicht fehlt, die beste Hoffnung, dass die so längst gewünschte grosse Revolution der Wissenschaften nicht mehr weit entfernt sei.«

Diejenigen aber, welche es vorziehen, über unsere Irrthümer zu frohlocken als Freude an den von uns gefundenen Wahrheiten zu empfinden — welche lieber mit Gewalt als durch Beweise, lieber mit Spott als durch Thatsachen eine neue Wahrheit bekämpfen wollen, diese werden den Zorn des

*) Galileo Galilei und die Römische Curie u. s. w. von K. v. Gebler S. 4.
**) Kant's Werke. I. p. 351. Ed. Rosenkranz. 1838.

Digitized by Google

Himmels auf sich herabbeschwören. Denn an sie ist jenes tiefsinnige Wort eines griechischen Tragikers in einem Scholion zur Antigone des Sophocles (620) gerichtet:

Ὅταν δ' ὁ δαίμων ἀνδρὶ πορσύνῃ κακά
Τὸν νοῦν ἔβλαψε πρῶτον ᾧ βουλεύεται; *)

oder in der uns bekannteren Form: *Quem Deus vult perdere prius dementat.* In diesen Worten ist der innige Zusammenhang des Wollens mit dem Erkennen, des Moralischen mit dem Intellectuellen, des Herzens mit dem Kopfe ausgesprochen. Es ist dieselbe Wahrheit, welche in mythischem Gewande unsere Volkssage ausdrückt, wenn in ihr der Teufel, als »Geist, der stets verneint«, am Ende doch stets die Rolle des Geprellten spielt, trotzdem

»Gross' Macht und viele List sein grausam Rüstung ist.«

Im Vertrauen auf diese Wahrheit lassen Sie uns denn getrost mit Luther ausrufen:

»Und wenn die Welt voll Teufel wär'
Und wollt' uns gar verschlingen,
So fürchten wir uns nicht so sehr;
Es soll uns doch gelingen!«

Jener geheimnissvolle Zusammenhang hat sich bis jetzt ausnahmslos in allen grossen Entwickelungsprocessen der Menschheit bewährt, gleichgültig ob der

*) In deutscher Übersetzung würde der Sinn dieser Worte etwa folgendermaassen wiederzugeben sein:

Wenn aber Gott das Verderben will über den Menschen verhängen,
Naht er zuerst dem Verstand und raubt ihm das Licht der Erkenntniss.

Die durch das obige Scholium erläuterte Stelle in der Antigone (621—625) lautet:

... σοφία γὰρ ἐκ του κλεινὸν ἔπος πέφανται,
το κακὸν δοκεῖν ποτ' ἐσθλὸν
τῷδ' ἡμεν, ὅτῳ φρένας
θεὸς ἄγει πρὸς ἄταν·
πράσσει δ' ὀλιγοστὸν χρόνον ἐκτὸς ἄτας.

oder in deutscher Übersetzung von D. Donner:

Ein gepries'ner Ausspruch
Scholl von dem Munde der Weisheit:
Es scheine gut das Böse
Dem, welchem ein Gott den Sinn
In das Verderben lenke;
Nur flüchtige Zeit wandelt er frei vom Leide.

Digitized by Google

Verstand eines Napoleoniden und seiner Minister in eitler Verblendung die Kriegsfurie entfesselt, um einem friedliebenden und zu höheren Aufgaben berufenen Volke die hierzu erforderliche Kraft und Einheit wieder zu verschaffen, oder ob der Verstand eines Nachfolgers Petri und seiner Cardinäle von dem Glauben an Unfehlbarkeit verblendet wird, um demselben Volke in seinem Kampfe um die Freiheit des Denkens und sittlichen Empfindens einen desto schnelleren Sieg zu bereiten.

»Die Weltgeschichte ist das Weltgericht,«*)
»Denn alle Schuld rächt sich auf Erden!«**)

So tönt es verheissungsvoll aus dem Munde unserer beiden Dichter-Dioskuren in das Weltgetümmel, um die Menschheit durch den Glauben an noch unbekannte Gesetze einer höheren Weisheit über die nur scheinbare und doch so oft beklagte Ungerechtigkeit des Schicksals hienieden zu trösten.

Der Fortschritt der Menschheit aber ist ein unaufhaltsamer, ein jeder Widerstand beflügelt seine Schritte, und die Fackel der Wahrheit, welche Licht spendend seine Pfade beleuchtet, wandert in der ununterbrochenen Kette von Jahrtausenden aus einer Hand in die andere, die Worte Plato's bestätigend:

Λαμπάδια ἔχοντες διαδώσουσιν ἀλλήλοις.

---

*) Schiller in dem Gedichte »Resignation«:

»Geniesse, wer nicht glauben kann. Die Lehre
Ist ewig, wie die Welt. Wer glauben kann, entbehre!
Die Weltgeschichte ist das Weltgericht!«

**) Göthe in »Wilhelm Meister«:

»Wer nie sein Brod mit Thränen ass,
Wer nie die kummervollen Nächte
Auf seinem Bette weinend sass,
Der kennt euch nicht, ihr himmlischen Mächte!

Ihr führt in's Leben uns hinein,
Ihr lasst den Armen schuldig werden,
Dann überlasst ihr ihn der Pein:
Denn alle Schuld rächt sich auf Erden!«

BIOGRAPHISCH-LITERARISCHE FRAGMENTE

ÜBER

WILHELM WEBER.

Wilhelm Eduard Weber wurde im Jahre 1804 am 24. October zu Wittenberg als Sohn des dortigen Professors der protestantischen Theologie Mich. Weber (geb. 1754 zu Gröben bei Weissenfels, starb als Senior der theologischen Facultät zu Halle 1833), geboren. Seine Brüder sind der berühmte Physiologe Ernst Heinrich Weber (geb. den 24. Juni 1795 zu Wittenberg) und der scharfsinnige Anatom Eduard Friedrich Weber (geb. 1806 zu Wittenberg, gest. 1871 zu Leipzig). Als im Jahre 1813 eine Bombe das väterliche Haus in Brand gesteckt hatte, flüchtete die Familie während der Belagerung Wittenbergs, — welches von den Preussen unter Tauentzien am 15. Januar 1814 mit Sturm befreit wurde, — nach dem kaum drei Meilen weit entfernten kleinen Städtchen Schmiedeberg.

In Halle besuchte Weber seit 1815 die Unterrichtsanstalten des Waisenhauses und Pädagogiums, dann die Universität daselbst, war aber gleichzeitig mehrere Jahre hindurch in Gemeinschaft mit seinem älteren Bruder Ernst Heinrich mit Experimentaluntersuchungen beschäftigt, deren Resultate beide 1825 in einem Werke veröffentlichten, welches betitelt ist: »Die Wellenlehre auf Experimente gegründet u. s. w.« (Leipzig). Im Jahre 1826 am 26. August erwarb sich Weber mit einer Dissertation:

Theoriam efficaciae laminarum maxime mobilium arcteque tubos aërem sonantem continentes claudentium etc. continens. Halae 1826.

Digitized by Google

die philosophische Doctorwürde. Bereits im folgenden Jahre habilitirte sich derselbe zu Halle mit einer Abhandlung, betitelt:

Leges oscillationis oriundae si duo corpora diversa celeritate oscillantia ita conjunguntur ut oscillare non possunt nisi simul et synchronice exemplo illustratae tuborum linguatorum. Dissertatio physica . . . quam in academia Fridericiana utraque Halis consociata die X. mensis Februarii 1827 etc. etc.

In dieser Schrift ist zum ersten Male die Theorie der Zungenpfeifen entwickelt und durch Experimente bestätigt. Im Jahre 1828 wurde Weber zum ausserordentlichen Professor ernannt und folgte im Jahre 1831 einem Rufe als ordentlicher Professor der Physik nach Göttingen, wo er jedoch am 14. December 1837 infolge seiner bei Gelegenheit der Aufhebung der Constitution abgegebenen Erklärung seines Amtes entsetzt wurde. Gleiches Schicksal mit ihm theilten seine Collegen Wilhelm Grimm, Dahlmann, Jacob Grimm, Gervinus, Ewald und Albrecht. Von diesen »Göttinger Sieben« ist Wilhelm Weber gegenwärtig noch der Einzige am Leben. Seit seiner Amts-Entsetzung lebte er als Privatmann in Göttingen, wo sich nun jene nahen wissenschaftlichen und freundschaftlichen Beziehungen zu Gauss entwickelten, die bis zu dem im Jahre 1855 Februar 23, erfolgten Tod des letzteren in ungetrübter Weise fortbestanden. 1843 wurde Weber als Professor der Physik nach Leipzig berufen und kehrte von hier zu Ostern 1849 in seine frühere Stellung nach Göttingen zurück, in welcher er noch gegenwärtig in voller Rüstigkeit sein akademisches Lehramt verwaltet. Eine kurze Übersicht der literarischen Thätigkeit Wilhelm Weber's ist in Folgendem nach Poggendorff's Biographisch-literarischem Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften u. s. w. gegeben.

In chronologischer Reihenfolge sind die Publicationen W. Weber's ausser den bereits angeführten, die folgenden:

Mechanik der menschlichen Gehwerkzeuge (in Gemeinschaft mit seinem Bruder Eduard Friedrich Weber) Göttingen 1836. Ein Band. 8°.

Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins 1836—1841 (in Gemeinschaft mit C. F. Gauss). 6 Bände und 3 Atlanten. 1837—1843.

De natura chalybis magnetica. 4°. Lipsiae 1843.

Digitized by Google

Comm. de fili bombycini vi elastica (Comment. recent. Soc. Gott. a 1832—37, VIII, 1841.
De tribus novis librarum construendarum methodis comment. (Ib. id.)
Über die Anwendung der magnetischen Induction auf Messungen der Inclination mit dem Magnetometer. (Abhandlungen der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften. V. 1853.) Auszug in Poggendorff's Annalen. Band 99. 1856.
Bestimmung der rechtwinkligen Componenten der erdmagnetischen Kraft in Göttingen in dem Zeitraume von 1834 bis 1853. Abhandl. d. Gött. Ges. d. W. IX. 1862.
Zur Galvanometrie. Ebendaselbst. IX. 1862.
Elektrodynamische Maassbestimmungen, 1. Abhandlung. — Abhandl. bei Begründung der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften 1846. (Auszug in Pogg. Ann. Band 73. 1848.)
Elektrodynamische Maassbestimmungen, 2. Abhandlung (Widerstandsmessungen). Ebendaselbst Bd. I.
Elektrodynamische Maassbestimmungen, 3. Abhandlung (Diamagnetismus). Ebendaselbst.
Zurückführung der Stromintensitäts-Messungen auf mechanisches Maass mit R. Kohlrausch. 4. Abhandlung. Ebendas. Bd. V. 1857. (Auszug: Pogg. Ann. Bd. 99.)
Über Polarisation des Schalles u. s. w. Schweigger's Journal Bd. 46. 1826.
Über Unterbrechung der Schallstrahlen u. s. w. Ebendas. Bd. 48. 1826.
Benutzung einer resonirenden Membran zur Beobachtung der Interferenz der Schallwellen. Ebendas. Bd. 50. 1827.
Bemerkungen über Longitudinal- und Transversaltöne gespannter Saiten. Poggendorff's Annalen Bd. 14. 1828.
Compensation der Orgelpfeifen in Bezug auf Stärke der Töne. Ebendas. Bd. 14.
Compensation der Orgelpfeifen in Bezug auf Temperatur. Ebendas. Bd. 17. 1829.
Einrichtung und Gebrauch des Monochords. Ebendas. Bd. 15. 1829.
Über die Tartini'schen Töne. Ebendas. Bd. 15. 1829.
Über die Construction und den Gebrauch der Zungenpfeifen. Ebendas. Bd. 16. 1829.
Theorie der Zungenpfeifen. Ebendas. Bd. 17. 1829.
Über noch vorhandene Unzuverlässigkeiten im specifischen Gewicht des Wassers. Ebendas. Bd. 18. 1830.
Über die spec. Wärme fester Körper, besonders der Metalle. Ebendas. Bd. 20. 1830.
Über die Beugung der Glasoberfläche beim Zerspringen. (In Gemeinschaft mit seinem Bruder Ernst Heinrich Weber.) Ebend. Bd. 20.
Vergleichung der Theorie der Saiten, Stäbe u. Blase-Instrumente. Ebendas. Bd. 28. 1833.
Über eine Vorsicht, welche beim Messen der Elasticität fester Körper anzuwenden ist. Ebendas. Bd. 28.
Über die Elasticität der Seidenfäden. Ebendas. Bd. 34. 1835.
Über Barometer- und Thermometerskalen. Ebendas. Bd. 40. 1837.
Das Inductions-Inclinatorium. Ebendas. Bd. 43. 1838.

Digitized by Google

Über unipolare Induction. Ebendas. Bd. 52. 1841.
Über die Elasticität fester Körper. Bd. 54. 1841.
Messung starker galvanischer Ströme, nach absolutem Maasse. Ebendas. Bd. 55. 1842.
Über die Wirkung eines Magnets in die Ferne. Ebendas. Bd. 55.
Über das elektrochemische Aequivalent des Wassers. Ebendas. Bd. 55.
Über das Maass der Wirksamkeit magneto-elektrischer Maschinen. Ebendas. Bd. 61. 1844.
Über die Erregung und Wirkung des Diamagnetismus nach den Gesetzen inducirter Ströme. Ebendas. Bd. 73. 1848.
Messung galvanischer Leitungswiderstände nach absolutem Maasse. Ebendas. Bd. 82. 1851
Zusammenhang der Lehre vom Diamagnetismus mit der von dem Magnetismus und der Elektricität. Ebendas. Bd. 87. 1852.
Aufsätze im Universal-Lexikon der Tonkunst (Artikel »Akustik«) in Ersch und Gruber's Encyclopädie, (Artikel »Chladni«) in der Zeitschrift »Caecilia« und der »Leipziger musikalischen Zeitung«.
Über einheitliche Maasssysteme. »Broschüre ohne Ort und Jahr«. (Anonym.)

Die von Wilhelm Weber in den Abhandlungen der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften publicirten Arbeiten sind im Jahre 1871 in einem Bande vereinigt bei S. Hirzel in Leipzig erschienen.

Die später publicirten Schriften Weber's sind sämmtlich in dem vorliegenden Werke angeführt und berücksichtigt.

Digitized by Google

WILHELM WEBER

IN SEINER ALLGEMEINEN BEDEUTUNG

FÜR DIE

ENTWICKELUNG UND DIE FORTSCHRITTE

DER

MESSENDEN UND EXPERIMENTIRENDEN NATURFORSCHUNG

VON

CHRISTOPH STÄHELIN,
WEILAND PROFESSOR DER MATHEMATISCHEN PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT ZU BASEL.

[1852.]

[Das Folgende ist ein Abdruck des Vorwortes und der geschichtlichen Einleitung einer ausführlichen Abhandlung über »*Die Lehre der Messung von Kräften mittelst der Bifilarsuspension*« von Dr. Chr. Stähelin, weiland Professor der mathematischen Physik an der Universität zu Basel. Stähelin hat längere Zeit hindurch unausgesetzt thätigen Antheil an den Arbeiten Wilhelm Weber's genommen. Kurze Zeit nach dem Antritte seiner Professur in Basel erblindete Stähelin. Ich selbst habe noch aus seinen Händen im Jahre 1858 während meiner Studienzeit in Basel ein Exemplar der obigen Abhandlung empfangen, welche in den neuen »Denkschriften der allgemeinen Schweizerischen naturforschenden Gesellschaft« XIII, 1853 und als selbstständige Schrift im Buchhandel erschienen ist. Z.]

Die Physik auf ihrem gegenwärtigen Standpunkte bedarf von Tag zu Tag mehr solcher Instrumente, welche uns befähigen, genaue Bestimmungen der quantitativen Verhältnisse bei den Naturerscheinungen vorzunehmen, das heisst *Messungen* zu machen. Ohne Messungen sind wir, bei der Unvollkommenheit unserer Sinne und unserer Auffassung und Erinnerung, nicht im Stande, die Gesetze genau zu erkennen, deren Bestimmung sich die Naturlehre zur Aufgabe macht, häufig nicht im Stande, sie nur annäherungsweise zu ermitteln, geschweige denn ihnen ihren ganzen strengen Ausdruck zu geben. Es lehrt auch die Geschichte der Physik, auf wie wundervolle Weise der Fortgang dieser Wissenschaft durch die Einführung genauer Messwerkzeuge

Digitized by Google

beflügelt worden ist, und ebenso wird fernerhin jedes den Zweck fördernde Instrument, mit dem uns Fleiss und Scharfsinn der Naturforscher beschenken mag, diesen Fortschritten neue zufügen und als eine weitere Bereicherung der Wissenschaft mit Anerkennung aufgenommen werden. Der Einfluss aber und die Wichtigkeit eines Instrumentes werden um so grösser sein, je mehre und allgemeinere Anwendungen es erlaubt, je weiter der Kreis der Erscheinungen ist, in welchem uns die Methode der Messung, die dem Instrumente zu Grunde liegt, die Grössenverhältnisse aufzufinden befähigt.

Mit einem solchen Instrumente nun ist die messende Physik durch Gauss, dem sie schon so vieles verdankt, in seinem Bifilarmagnetometer bereichert worden, eine solche auf weit ausgedehntem Felde anwendbare Messmethode ist die der Gauss'schen Bifilarsuspension. Denn diese Methode, die zum Messen von *Kräften* *) dient, beschränkt sich nicht mehr, wie im Anfange, blos auf die Messung magnetischer Kräfte, sondern sie gewährt uns die Möglichkeit, auch ganz andere Kräfte, und zwar der allerverschiedensten Art, in den Bereich unserer strengsten Forschungen zu ziehen.

Welche Wichtigkeit diese Messmethode in ihrer ersten Anwendung auf das besagte Bifilarmagnetometer erlangt, welchen Nutzen sie der Kenntniss des Erdmagnetismus gebracht hat, ist allgemein bekannt; welcher noch viel weitern Anwendung sie fähig ist, welche wesentlichen Dienste sie auf den verschiedenartigsten Feldern der Physik, ausser der Lehre des Magnetismus, in der Lehre der Elektricität, in der Akustik, selbst auf chemischem und auf physiologischem Gebiete, zu leisten vermag, zeigen die Anwendungen, welche Gauss von ihr zur Untersuchung strömender Reibungs-, Säulen- und Thermoelektricität, und zum Telegraphiren gemacht hat; zeigen die Arbeiten von Wilhelm Weber von seiner Bestimmung des elektrochemischen Aequivalentes des Wassers nach absolutem elektrischem Maasse an, bis zu seiner neuern grossen Arbeit: »Elektrodynamische Maassbestimmungen«. Die Bifilar-

*) Die Ausdrücke Kräfte, Kräfte messen, Kraft, die ein Körper auf einen andern ausübt, und ähnliche, gebrauche ich natürlich in dem Sinne, den ihnen die heutige Naturlehre unterlegt. Wir wissen wohl, dass von einem Dualismus in Bezug auf Kraft und Materie keine Rede sein kann; dass wir keine *Kräfte* messen, sondern *Wirkungen:* dass *alle Wirkungen Wechselwirkungen* sind, und dass wir bei der Betrachtung der blossen Wirkung eines Körpers auf einen andern, den ersten Körper stillschweigend in solche Verhältnisse gebracht haben, dass er der Wirkung des zweiten nicht folgen kann, — allein die besagten Ausdrücke sind einstweilen noch durch keine andern ersetzt, und sie sind auch von keinem Nachtheile begleitet, sobald man nur weiss, was man sich darunter zu denken hat. Aehnliches gilt für den Ausdruck »elektrischer Strom« und die mit ihm verwandten.

suspension ist seitdem nicht mehr blos, wie beim Magnetometer, ein Hülfsmittel zu magnetischen Untersuchungen, sondern sie hat im Weber'schen Dynamometer auch für diejenigen Physiker die grösste Bedeutung erlangt, die sich auf den übrigen Gebieten der Naturforschung bewegen. Allerdings bedurfte es des Scharfsinnes und des schöpferischen Genius eines Gauss und Weber's, um in so kurzer Zeit von einem so speciell scheinenden Instrumente, wie im Bifilarmagnetometer vorlag, eine so umfassende Anwendung zu machen; allein es erscheint dabei deutlich die Bestätigung des Ausspruches, dass ein wahrhaft zweckmässiges, feines Beobachtungsmittel, habe es auch anfänglich blos eine specielle Bestimmung, früher oder später nicht nur auf sehr verschiedenen Gebieten seinen Platz findet, sondern auch Ideen zu ganz neuen Forschungen, Ahnung und Entdeckung verborgener Wahrheiten zu erwecken vermag. So zeigt sich eine Thermosäule als Quelle der Melloni'schen, ein Polarisationsapparat als Quelle der neuern Faraday'schen Entdeckungen; so sind optische und mechanische Hülfsmittel die Stützen der Astronomie, und die ganze eigentliche Wissenschaft der Chemie findet ihre Begründung in der Waage. Dass übrigens auch jetzt noch ein weites Feld zur Bebauung mit Hülfe des Gauss'- und Weber'schen Instrumentes offen steht, muss Jedem klar werden, der sich die nähere Kenntniss desselben erworben hat.

Bei dieser Bedeutung der besprochenen Messmethode wird es nicht unangemessen erscheinen, dass die Lehre derselben speciell aufgestellt werde. Eine Auffassung und Darstellung der Methode als einer allgemeinen zum Messen von Kräften haben wir noch nicht; eben so wenig eine Zusammenstellung alles dessen, was ihre gesammte Lehre in sich fasst, weder der Theorie, noch der Anwendung, noch der allgemeinen Betrachtung nach. Was die Theorie betrifft, so ist in den »Resultaten aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins« i. d. J. 1837 und 1840 die für den Gebrauch des Bifilarmagnetometers nöthige Theorie desselben aufgestellt, und dabei die Ergebnisse, welche die allgemeine Theorie der Bifilarsuspension liefert, zu Grunde gelegt, die Entwickelung und Darlegung dieser allgemeinen Theorie aber nicht gegeben; ebenso in den »Elektrodynamischen Maassbestimmungen von W. Weber«, deren Studium denjenigen nothwendig ist, die das Weber'sche Dynamometer zu elektrischen oder andern Untersuchungen gebrauchen wollen; auch anderswo nirgends ist dieser Gegenstand behandelt worden; zur Anwendung aber der Bifilarmethode, sowie zum Verständnisse der eben angeführten Werke kann

Digitized by Google

die Kenntniss jener Theorie nicht entbehrt werden. Was sodann die Anwendung betrifft, so sind in den besagten Werken zum Theil die Beschreibung einzelner Instrumente und ihrer speciellen Gebrauchsweise, und zum Theil die Resultate der damit angestellten Versuche die Hauptsache, die Zurückführung der Verfahrensweise auf die Theorie aber, der Natur jener Abhandlungen gemäss, dem Leser überlassen. Und noch weniger endlich besitzen wir eine allgemeine Betrachtung der Bifilarsuspension in ihrer Gesammtheit. — Ich habe mir daher die Behandlung dieser Gegenstände zur Aufgabe gemacht, und zwar um so lieber, als ich bei dem fortwährenden Antheil, den Herrn Professor Weber's Freundschaft mir an seinen elektrodynamischen Untersuchungen zu nehmen gestattete, Gelegenheit genug hatte, mich von der vielfältigen Hülfe zu überzeugen, welche die Physik in fast allen ihren Theilen aus dem Elektrodynamometer zu ziehen vermag: so dass eine allgemeinere Verbreitung dieses Instrumentes im Interesse der Wissenschaft von Niemandem mehr gewünscht werden kann, als von mir.

Ein anderer Grund, der mich bestimmt hat, den so speciell scheinenden Gegenstand in seiner ganzen Ausdehnung zu behandeln, ist der, dass das Hauptsächlichste des Inhaltes auch bei Anwendung anderer Messmethoden benutzt werden kann und überhaupt einen grossen Theil einer allgemeinen Lehre der Kräftemessung darbietet.

In Bezug auf nachstehende Literatur habe ich noch eine Bemerkung zu machen. Von gegenwärtiger Arbeit wurde ein Theil schon vor fünf Jahren geschrieben. Nachher durch Augenleiden gehindert, habe ich erst jetzt das Übrige beifügen, nicht aber mich nach etwaigen neuen die Bifilarsuspension berührenden Schriften umsehen können; sollten daher derselben seit jener Zeit erschienen sein, so bitte ich, ihre Nichtbenutzung blos dem besagten Umstande zuzuschreiben.

GESCHICHTLICHES.

1. Die Aufhängung eines Körpers an zwei Fäden, um an ihm *qualitativ* die Wirkung äusserer Kräfte, ungefähr wie an einer Coulomb'schen Drehwaage, zu erproben, mag vielleicht schon öfter in Gebrauch gezogen worden sein (durch W. Weber geschah es im Jahre 1833); ein Versuch sie zu

Digitized by Google

quantitativen Untersuchungen zu verwenden, von dem wir sogleich sprechen werden, ist von Snow Harris gemacht worden; die richtigen Principien dieser Aufhängung aber, die vollständige Erkennung und Benutzung aller ihrer Eigenthümlichkeiten und der Gleichgewichts- und Bewegungsgesetze des dabei aufgehängten Körpers, ihre wahre Bedeutung endlich in ihrer Anwendung zum Messen von Kräften, — Alles dieses verdanken wir Gauss, der zuerst ein ganz zweckgemässes Instrument aufgestellt und die Anwendung desselben auf die richtige Theorie gegründet hat, und sodann Wilhelm Weber, der die Methode weiter ausgedehnt und in neue Gebiete der Forschung eingeführt hat.

2. Der englische Physiker W. Snow Harris wandte (s. Philosoph. Transact. f. 1836, p. 417) die Aufhängung eines Körpers an zwei verticalen Fäden, unter dem Namen *bifile balance*, an, um mittelst derselben die Coulombschen Versuche zu prüfen und einen Theil ihrer Ergebnisse angeblich zu widerlegen; sein Apparat ist aber, wie wir unten sehen werden, der Art, dass er nicht als der eigentlichen und wahrhaft zweckgemässen Bifilarsuspension zugehörend angesehen werden kann. Snow Harris giebt von vornherein sehr richtig an, dass die Kraft, welche den aufgehängten Körper nach einer Ablenkung in die Gleichgewichtslage zurücktreibt, und die er die Reactionskraft (*reactive force*) der Fäden nennt, nicht die Elasticität der Fäden, sondern die Schwere des Körpers sei, indem bei der Drehung um eine imaginäre (ideale) Axe sein Schwerpunkt gehoben werde; und ich hebe dies hervor, weil es scheint, als ob hier und da sogar jetzt noch die entgegengesetzte Meinung herrsche, wobei die zuweilen vorkommende Bezeichnung jener Kraft mit dem Worte Torsionskraft nothwendig dazu beitragen muss, die Begriffsverwirrung zu erhalten. Snow Harris bemerkt ferner, dass das Instrument ausnehmend gut geeignet sei zum Messen kleiner abstossender Kräfte und zu (statisch-)elektrischen und magnetischen Untersuchungen, und dass seine Reactionskraft in vielen Fällen vorzüglicher sei, als die Torsionselasticität und überdiess sehr leicht zu reguliren; dass übrigens der Apparat sich leicht in eine gewöhnliche Drehwaage verwandeln lasse, wenn man es wünsche. Er sucht sodann auf empirischem Wege die Reactionskraft des Instrumentes und die Gesetze seiner Schwingungen zu ermitteln, gelangt aber dabei zu mehreren irrigen Ergebnissen. Nämlich neben den richtigen, wenigstens für die Anwendung hinreichend genauen Resultaten, dass die Reactionskraft proportional dem Gewichte des aufgehängten Körpers multiplicirt mit dem Quadrate des

Digitized by Google

gegenseitigen Abstandes der Fäden (er wandte parallele Fäden an) und dividirt durch die Länge derselben, und dass die Schwingungsdauer proportional der Quadratwurzel der Länge und umgekehrt proportional dem Abstande der Fäden sei, stellt er die unrichtigen auf: dass die Schwingungszeit vollkommen unabhängig sei vom Gewichte des Körpers*), dass die Schwingungen bei allen Elongationen, selbst von 180° und darüber, isochron seien, und dass die Reactionskraft genau proportional dem Ablenkungswinkel sei und zwar bis zu einer Ablenkung von 300 Graden.

Man sieht aus den letztern zwei Sätzen (abgesehen davon, dass die Angabe über die Proportionalität der Reactionskraft mit den Winkeln eine irrige ist), dass der Apparat des englischen Physikers etwas anderes sein müsse, als das was man unter einem Bifilarapparate versteht, denn bei dem letztern wächst die Reactionskraft nur bis ungefähr auf 90° und nimmt dann wieder mehr und mehr ab bis 180°, wo sie Null ist; mit Ablenkungen aber über 180° hinaus kann man gar nicht experimentiren, weil schon bei 180° die Fäden sich kreuzen.

In der That ist auch die Einrichtung von Snow Harris eine ganz eigenthümliche. Statt nämlich einfach zwei Fäden anzuwenden, gebraucht er zwei solche, zwischen die er von Distanz zu Distanz (bei der einen Einrichtung, die wir als Beispiel annehmen wollen, von drei zu drei Zoll bei einer Fadenlänge von 24 Zollen) dünne Stege von Kork anbringt, um zu verhindern, dass bei Ablenkungen die Fäden sich berühren. Der Apparat bildet also gleichsam eine Art Strickleiter. Dadurch ist er im Stande, grosse Ablenkungen anwenden zu können, wie bei einer Coulomb'schen Drehwaage; er sucht überhaupt den Apparat möglichst einer solchen anzupassen, und ist offenbar in der Meinung befangen, dass die Gesetze desselben denjenigen der letztern gleich sein müssen. Die Empfindlichkeit des Instrumentes ist etwas weniger gross als die, welche es ohne die Anbringung von Stegen besitzen würde; bei der oben angeführten Einrichtung kann eine Kraft, die ohne die Stege eine Ablenkung von 60° bewirken würde, nur eine solche von etwa 49¾° hervorbringen; die Reactionskraft ist (nicht in vollkommener Strenge, aber bis auf

*) Dies traf zufällig bei seinen Versuchen ein, denn er wandte homogene Cylinder von ungleichen Gewichten, aber gleichen Dimensionen an, das Verhältniss des Trägheitsmomentes zum Gewichte blieb also stets dasselbe; die Ergebnisse seiner Versuche waren richtig, aber jener Satz, als ein allgemeiner ausgesprochen, ist falsch.

Digitized by Google

verschwindend kleine Bruchtheile genau) proportional den Sinus der Achtel der Ablenkungswinkel.

Es ist klar, dass der Apparat als ein Bifilarapparat im gewöhnlichen Sinne des Wortes nicht angesehen werden kann; er bietet nicht die Vortheile, Einfachheit und Sicherheit des letztern; seine Construction ist offenbar weit mühsamer und unsicherer; die mechanischen Gesetze, die für ihn gelten, sind verwickelter und für den Gebrauch weniger dienlich. Der einzige Vortheil, den er gewähren konnte, war der, dass er bei Anwendung grosser Kräfte grosse Ablenkungen gestattete, und bei ihm die Wirkung der Schwere, statt derjenigen der Elasticität eintrat; dass er also ein zweites Instrument neben der Drehwaage darbot (es wird wie bei der letztern die Methode des Zurückdrehens des Theiles, an welchem die Fäden hängen, angewandt,, mittelst welches die Winkelmessung infolge der Anwendung grosser Winkel weniger ungenau wurde. Allein zu einer Zeit (1836), wo die Poggendorff-Gauss'sche Methode*) der genauen Messung kleiner Winkel mittelst Spiegel und Skale schon seit drei Jahren veröffentlicht war, konnte dies zweite und complicirte Instrument keinen grossen Anklang finden. Sollte dies geschehen, so musste es die wahren Vortheile und Eigenthümlichkeiten der Bifilarmethode aufzeigen; es mussten die wirklichen Gesetze der letztern aufgestellt und der Gebrauch des Instrumentes darauf gegründet werden; das war nicht der Fall.

Auch scheint die Erfindung keinen Eingang gefunden zu haben; sie wurde sogar zum Theil als unnütz verworfen (so in Rep. d. Phys. II. S. 93: »Wir wollen diese, keinen Vortheil gewährende Einrichtung bei Seite lassen«). Nach der Bekanntmachung des Bifilarmagnetometers von Gauss, (der dasselbe schon geraume Zeit vor dem Erscheinen der Abhandlung von Snow Harris, ohne des letztern Versuche zu kennen, in's Leben gerufen, aber nicht veröffentlicht hatte), wurde die Priorität für den englischen Physiker in Anspruch genommen. Unbestreitbar hat derselbe die Aufhängung an zwei Fäden zu wirklichen Messungen angewandt, und das Princip, dass nicht die Torsionskraft der Fäden, sondern die Schwere die Reactionskraft des Instrumentes liefere, vollkommen unzweideutig und klar erfasst und ausgesprochen, auch ist das Instrument, als eine Art Drehwaage (wobei das Wort drehen nur auf die Manipulation, d. h. auf das Drehen des Trägers der Fäden, zu beziehen ist,

*) Vgl. Poggendorff's Annalen VII (1827) »Neues Instrument zum Messen der magnetischen Abweichung von Poggendorff«.

Digitized by Google

und nicht auf eine Torsion der Fäden wie bei der Coulomb'schen Waage), sinnreich ausgedacht und mit aller Sorgfalt ausgeführt; allein die wahre Methode der Bifilarsuspension, mit Erkennung und fruchtbringender Benutzung der richtigen Gesetze, die bei einer solchen Aufhängung sich geltend machen, ist zuerst von Gauss aufgefunden, und zu allseitigem Vortheile der Wissenschaft in das Gebiet der Physik eingeführt worden.

3. Nachdem Gauss in seinem berühmten Werke »Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram etc. Gott. 1833« in der Lehre des Magnetismus eine so glanzvolle neue Epoche hervorgerufen, wurde die eröffnete Bahn von ihm und Wilhelm Weber mit dem grössten Erfolge betreten und verfolgt. Der von Humboldt früher gegebene Impuls pflanzte sich auf diese neue, von Göttingen ausgehende Anregung hin weiter und weiter fort, und es ist bekannt, dass sich bald ein ganzes Netz von Beobachtungen um die Erde verbreitete, deren Resultate zuerst in den von Gauss und Weber herausgegebenen Jahresschriften »Resultate aus den Beob. d. magn. Vereins« 1836 bis 1841 zusammengestellt und verglichen wurden *). In diesen Jahresschriften wurde zugleich die Beschreibung der neuen Göttinger Instrumente und ihrer Anwendung gegeben, und zwar im ersten Jahrgange 1836 (erschienen 1837) die des Unifilarmagnetometers, auch schlechthin Magnetometer genannt, dies ist ein Magnetstab, der an einem Faden aufgehängt ist und zur Bestimmung der Declination und ihrer Veränderungen dient; er zeichnet sich vor den früheren Apparaten aus durch seine weitaus grössern Dimensionen, namentlich aber durch die so äusserst fruchtbringende und sinnreiche Anwendung von Spiegel, Fernrohr und Skale, welche die Ablenkungen gleichsam an einem ausnehmend grossen Kreise ablesen lässt, und deren Einführung bei allen Messinstrumenten ähnlicher oder anderer Art dieselben zu einer kaum geahnten Vollkommenheit gebracht hat. (Vgl. Anmerkung auf S. VII). — Sodann folgte im nächsten Jahrgange (Res. i. J. 1837; erschienen 1838) die Bekanntmachung des zweiten Hauptinstrumentes, des Bifilarmagnetometers, das ist eines an

*) Es kann natürlich nicht meine Absicht sein, alles was auf dem Gebiete des Magnetismus geleistet worden, zusammenzustellen, daher sich Niemand wundern wird, Namen wie die von Humboldt, Hansteen und so manchen Andern, hier nicht weiter angeführt zu finden. Wer eine Übersicht über den Gang jener Forschungen wünscht, findet sie in: Gött. gel. Anz. 1832 S. 2041—2058, und 1835 S. 345 ff.; — Gauss, Erdmagnetismus und Magnetometer in Schumacher's Jahrbuch für 1836 S. 1—47; — Bessel, über den Magnetismus der Erde, in Schumacher's Jahrb. f. 1843 S. 1—56. Und die ausführlicheren Angaben der Forschungen und ihrer Resultate in Fechner's Repertor. d. Exper. phys. II und III, Dove Rep. d. Phys. II und VII, und in Result. a. d. Beob. d. magn. Vereins; überdies natürlich auch in den Specialwerken.

zwei Fäden aufgehängten Magnetstabes, welcher dazu bestimmt ist, die Variationen des horizontalen Theiles der Intensität des Erdmagnetismus nachzuweisen.

4. Die Idee dieses Instrumentes hatte Gauss schon mehrere Jahre früher an einer weniger präcisen Vorrichtung realisirt*), aber nichts davon veröffentlicht, sondern nur eine Andeutung in seinem Aufsatze »Erdmagnetismus und Magnetometer«**) gegeben, und ihre baldige genauere Ausführung in »Result. i. J. 1836, S. 12« in Aussicht gestellt; in demselben Jahre wurde dann der genaue Apparat construirt. Der Idee zum Grunde lag das Bedürfniss, die Intensität der erdmagnetischen Kraft in jedem beliebigen Augenblicke, und somit also auch ihre fortwährenden Schwankungen, zu deren Vorhandensein alle Wahrscheinlichkeit vorlag, kennen zu lernen; die Veranlassung zur Anwendung der Bifilarsuspension gab eine von W. Weber in anderer Absicht an zwei Fäden aufgehängte Magnetnadel, deren eigenthümliche Stellung unter gewissen Verhältnissen bemerkt wurde und Gauss' Scharfsinn sofort auf die Verwendung einer derartigen Aufhängung führte, um dem besagten Bedürfnisse zu entsprechen***).

5. Das Unifilarmagnetometer gibt durch seine Lage unmittelbar die jedesmalige Declination oder die horizontale Richtung der erdmagnetischen Kraft; man hat, um diese zu bestimmen, weiter nichts zu thun, als durch das Fernrohr die Zahl abzulesen, die am Spiegelbilde der Skale im Fadenkreuze erscheint; man hat nur eine sogenannte *Standbeobachtung* zu machen; und diese kann man jeden beliebigen Augenblick wieder anstellen, man hat also, wenn man es wünscht, fortwährend die Veränderungen der Declination vor Augen. Anders aber verhält es sich bei der Intensität des Erdmagnetismus, wenn man, um sie zu bestimmen, kein anderes Mittel hat, als das früher einzig

*) Gauss in: Result. im J. 1837, S. 6. »Die praktische Anwendbarkeit dieser Idee hatte ich schon vor mehreren Jahren durch vorläufige Versuche an einer freilich nur ganz rohen Vorrichtung bestätigt gefunden, wovon auch eine Andeutung in meinem Aufsatze über Erdmagnetismus und Magnetometer (S. 19) gegeben ist.«

**) In Schumacher's Jahrbuch für 1836. Stuttg. u. Tüb., Cotta, 1836, S. 19 (auch in Result. im J. 1836, S. 71): »Übrigens ist es sehr wohl möglich, dies Drehungsmoment« (das der Erdmagnetismus auf einen gegen den magnetischen Meridian senkrecht liegenden Magnetstab ausübt) »auch durch directe Versuche, ohne beobachtete Schwingungsdauer zu bestimmen: ein eigenthümlicher dazu dienender seit Kurzem in der Göttinger Sternwarte aufgestellter Apparat zeigt sich aller nur zu wünschenden Schärfe fähig; allein für den gegenwärtigen Zweck ist es unnöthig, dabei zu verweilen.«

***) W. Weber hatte übrigens zu galvanischen Untersuchungen schon um's Jahr 1833 die Aufhängung an zwei Drähten angewandt, wobei aber die Anwendung von zwei Drähten nur den Zweck der Ein- und Ausführung der Ströme, nicht den der Messungen von Kräften hatte; vgl. S. 14 ff.

Digitized by Google

angewandte der Aufhängung eines Magnetstabes an einem Faden. Es bedarf alsdann, um die Intensität zu ermitteln, einer Reihe von Beobachtungen, und zwar hauptsächlich *Schwingungsbeobachtungen*, welche eine ziemlich lange Zeit erfordern; hat sich während dieser Zeit die Intensität geändert, so erhält man als Resultat nur eine Art von Mittelwerth der Intensitäten, welche vom Anfange an bis zum Ende der Operation nach und nach stattgehabt hatten; die Grösse und Reihenfolge ihrer Aenderungen aber bleibt unbekannt. Ist also die Intensität wirklich Schwankungen unterworfen, so muss, um diese in jedem beliebigen Augenblicke zu erkennen, ein besonderes Instrument in unserm Besitze sein, und zwar ein solches, das für eine bestimmte als Norm angenommene Intensität (die man besonders ausmittelt) eine bestimmte Lage hat, die man ein für alle Mal vormerkt, das dann auch bei jeder Aenderung der Intensität seine Lage entsprechend ändert, und an welchem man folglich durch blosse Standbeobachtungen, d. h. Beobachtungen der jeweiligen neuen Lage des Magnets, die Variationen der horizontalen Intensität so gut ablesen kann, wie die Variationen der Declination am Unifilarmagnetometer. Gauss, der im Jahre 1833 in seiner »Intensitas« die Mittel zur Messung der Stärke des Erdmagnetismus aufgestellt hatte, wandte sofort seine Aufmerksamkeit auf die Frage nach ihren Variationen, und auf die Herstellung eines Instrumentes, das diese Frage auf die oben besagte Weise zu lösen vermöchte. Der Mittel dazu boten sich mehrere dar, und Gauss war damit beschäftigt sie zu prüfen und zu vergleichen, als ihm seine rasche und tiefblickende Auffassung und Benutzung eines glücklichen Zufalles ein neues bot und das beste: die Bifilarsuspension. W. Weber hatte nämlich eine Inclinationsnadel, um ihr freie Beweglichkeit zu ertheilen, an zwei Fäden nach der Methode aufgehängt, die in seiner später erschienenen Abhandlung »De tribus novis librarum construendarum methodis« in »Comment. soc. reg. scient. Gotting. recentior. Vol. VIII. Class. mathem. p. 86—89« beschrieben ist. Das Instrument (das jetzt in Upsala ist) wurde in Göttingen auf der Sternwarte geprüft. Wenn hierbei die Nadel rechtwinklig gegen den magnetischen Meridian zu stehen kam, so nahm sie eine Zwischenlage zwischen dieser und der im magnetischen Meridiane an, sie stellte sich so, dass sie unter dem Conflicte der erdmagnetischen Kraft und der Reactionswirkung der zwei Fäden im Gleichgewichte war, sie drehte die Fäden bis das Reactionsmoment der Schwere gleich war dem erdmagnetischen Momente. Gauss fasste dies auf und entdeckte darin sogleich ein neues

Digitized by Google

Mittel zur Erreichung des Zweckes, den er vor Augen hatte; und dies Mittel bei sorgfältiger Vergleichung mit den übrigen erwies sich unter allen als das vorzüglichste, und wurde daher definitiv angenommen und im Bifilarmagnetometer zur Ausführung gebracht.

6. Bei diesem Instrumente wird bekanntlich der horizontale Magnetstab an zwei sehr langen und feinen, wenig von einander abstehenden Drähten aufgehängt, und die Befestigungspunkte der Drähte an der Decke und am Stabe werden so angeordnet, dass der Magnet eine gegen den magnetischen Meridian vollkommen oder nahezu vollkommen rechtwinklige Lage erhält. Auf diese Weise üben die Variationen der Intensität des Erdmagnetismus ihre vollständige Wirkung aus, während die Veränderungen der Declination keinen oder so viel wie keinen Einfluss haben. Die ersteren verändern die Lage des Stabes auf ähnliche Weise, wie die Declinationsänderungen die Lage des Unifilarmagnetometers ändern (sie drehen nämlich den Stab ein bischen, bald in der einen, bald in der entgegengesetzten Richtung, und zwar geschehen diese Drehungen um die zwischen den zwei Aufhängungsdrähten, in gleichem Abstande von jedem, durch den Schwerpunkt des Stabes gehend gedachte Vertikallinie als Drehungsaxe) und diese Aenderungen können also, wie beim letztern, mittelst Spiegel, Fernrohr und Skale, jeden Augenblick auf's Genaueste abgelesen werden, und ergeben dann durch leichte Berechnung die Aenderungen, welche die Stärke des Erdmagnetismus, d. h. die als Norm angenommene Horizontalintensität, erlitten hat. — Die eben erwähnte Stellung der Nadel könnte auch durch die sogenannte Torsion eines Metalldrahtes oder einer Metallfeder, woran der Magnet aufgehängt würde, oder auch durch die Wirkung anderer Magnete, erzweckt werden, und in der That haben Christie und Lamont diese Einrichtung angewandt*); allein die Gauss'sche Methode verdient den Vorzug, indem sie an die Stelle veränderlicher Eigenschaften, der elastischen oder magnetischen nämlich, die unveränderliche und genau bekannte Schwerkraft, und an die Stelle verwickelter und nicht leicht messbarer Verhältnisse rein geometrische und leicht und genau messbare setzt.

7. Wie schon erwähnt, findet man in den »Result. im J. 1837« die Beschreibung und die Anweisung zum Gebrauche des Bifilarmagnetometers; die allgemeine Theorie der Bifilarsuspension hat Gauss dabei nicht mitgetheilt,

*) Repertorium der Physik, Band VII, Seite IX und XI.

Digitized by Google

sondern er überlässt es stillschweigend dem Leser, sie sich selbst zu entwickeln und führt nur das Nöthige aus ihren Ergebnissen auf. Hingegen die specielle Theorie des Bifilarmagnetometers stellt er, wiewohl mehr implicite, dar, in wenigen sehr eleganten und concisen mathematischen Ausdrücken zusammengefasst, in seiner Abhandlung »Zur Bestimmung der Constanten des Bifilarmagnetometers« (Result. im J. 1840, S. 1). Diese Abhandlung zeigt, wie sich die Normalverhältnisse eines Apparates jederzeit ausmitteln lassen, wenn schon durch äussere Umstände eins oder mehrere derselben gewisse Aenderungen erleiden. — Eine andere Arbeit, von W. Weber in demselben Jahrgange der Result. (1840, S. 35) giebt eine Methode an, um »die Variationen des Stabmagnetismus beim Bifilarmagnetometer unabhängig von der Kenntniss der Temperatur zu bestimmen«, und Weber leitet, durch diese sinnreiche Einrichtung, zu einer neuen Vervollkommnung des Instrumentes.

8. Im Jahre 1837 wurden die ersten regelmässigen Beobachtungen am Bifilarmagnetometer in Göttingen angestellt, und schon bei der ersten Mittheilung über das neue Instrument in den Result. im J. 1837 (S. 9 und 10) konnte Gauss einige nicht unwichtige Ergebnisse, zu denen er in kurzer Zeit gelangt war, bekannt machen. Vom Juli 1837 an schlossen sich den bisherigen Terminsbeobachtungen der Declinationsvariationen auch die vollständigen Terminsbeobachtungen der Intensitätsvariationen in Göttingen an. Wie sich sodann das Bifilarmagnetometer überall verbreitete, wo magnetische Beobachtungen angestellt wurden, und welche grossen Vortheile diese Verbreitung unserer Kenntniss der Intensitätsvariationen gebracht hat, ist bekannt genug, daher wir nicht länger dabei verweilen, sondern zu einer neuen Verwendung der Bifilarsuspension übergehen.

9. Gauss fand nämlich in seinem Apparate nicht blos ein Werkzeug zur Messung der magnetischen Kraft, sondern durch eine eigenthümliche Anordnung desselben verwandelt er ihn in ein äusserst empfindliches Instrument zum Messen elektrischer Wirkungen, und erweitert somit den Kreis seiner Anwendungen noch durch die auf elektromagnetischem Felde. Er hängt nämlich einen horizontalen Magnetstab bifilar so auf, dass er im magnetischen Meridiane schwebt, seinen Nordpol aber gegen Süden und seinen Südpol gegen Norden kehrt. Durch diese Anordnung, die Gauss die verkehrte Lage nennt, wird der Stab zu einem äusserst empfindlichen Reagens für äussere Kräfte; man hat nämlich, durch die schickliche Regulirung des gegenseitigen Ab-

Digitized by Google

standes der zwei Aufhängungsdrähte, es in seiner Gewalt, ihn so nahe man will astatisch zu machen, mit andern Worten, die Kraft, die ihn in seiner Gleichgewichtslage hält und der Wirkung äusserer Kräfte entgegenstrebt, nach Belieben zu verringern, die Empfindlichkeit also in gleichem Maasse zu steigern. Bei dem Apparate von Gauss war die Anordnung so getroffen, dass eine ablenkende äussere Kraft an dem Stabe eine zehn Mal grössere Ablenkung hervorbrachte, als bei seiner Aufhängung an Einem Faden der Fall gewesen sein würde. Dadurch war unter Anderm die Lösung einer Aufgabe erreicht, mit welcher man sich früher ohne Erfolg wiederholt beschäftigt hatte, nämlich die täglichen und stündlichen Variationen der magnetischen Declination vergrössert darzustellen; bewegt sich bei einer Declinationsänderung das Nordende der gewöhnlichen Magnetnadel, z. B. um 30 Secunden gegen Osten, so bewegt sich im Gauss'schen Apparate das gegen Norden gekehrte Südende des Magnets um fünf Minuten gegen Westen. Diese Vergrösserung der Declinationsvariationen war nun freilich nicht mehr vonnöthen, indem Gauss dem gewöhnlichen (Unifilar-) Magnetometer durch die Anbringung von Spiegel und Skale schon eine hinlängliche Schärfe ertheilt hatte; dagegen erwies sich das Instrument als äusserst vortheilhaft zur Untersuchung der Wirkungen elektrischer Ströme, indem nämlich der Magnetstab durch die bekannte Umgebung mit einem aus Drahtwindungen bestehenden Multiplicator zu einem Galvanometer gemacht wurde. Die elektrischen Ströme mussten Drahtlängen von 1 bis 8 geographischen Meilen durchlaufen, und trotz dieser langen Kette gaben selbst die schwächsten galvanischen Kräfte dem fünfundzwanzig Pfund schweren Magnetstab eine nicht blos merkliche, sondern zu scharfen Messungen hinreichende Ablenkung. So führt Gauss in Bezug auf thermoelektrische Ströme, von welchen manche Physiker damals die irrige Vorstellung hatten, sie vermöchten eine sehr lange Kette nicht zu durchdringen, an, dass die blosse Berührung der Verbindungsstelle eines thermogalvanischen Apparates von eigenthümlicher Construction hinreichte, um jene Wirkung hervorzubringen. Auch mit gewöhnlicher (Reibungs-) Elektricität, wobei Conductor und Reibzeug einer Elektrisirmaschine als Quellen des Stromes dienten, wurden Versuche angestellt und sehr beträchtliche Ablenkungen erhalten, wobei sich der Umstand bemerklich machte, dass eine Verlängerung der Kette von 13000 Fussen bis auf eine Meile die elektromagnetische Wirkung nicht schwächte. Endlich benutzte Gauss denselben Apparat zum Telegraphiren, (es ist bekannt, dass man Gauss

Digitized by Google

und Weber die erste wirklich praktische und gelungene Ausführung des elektrischen Telegraphs verdankt), und überzeugte sich auch da auf's Vollständigste von den Vorzügen, die das Bifilarmagnetometer in der sogenannten verkehrten Lage vor dem Unifilaren in Anwendungen und Untersuchungen der angeführten Arten zeigt. — Was das Nähere über alle diese Gegenstände betrifft, so verweise ich auf Result. im J. 1837, S. 8—18, und Schumacher's Jahrbuch für 1839.

10. Neue Wichtigkeit jedoch erhielt die Bifilarsuspension von dem Zeitpunkte an — (1837; der Ursprung der Erfindung fällt aber in's Jahr 1833) — wo Wilhelm Weber nicht mehr blosse Magnete, sondern von elektrischen Strömen durchflossene Drahtspiralen als aufgehängte Körper anwandte, andere Drahtrollen ähnlicher Art aus bestimmten Entfernungen auf sie wirken liess, und so die Gauss'sche Messmethode vom magnetischen und elektromagnetischen auf ein neues Gebiet, das rein elektrische, überführte. Dadurch gewann die Anwendung der Methode eine Ausdehnung, die sich schnell überraschend erweiterte, und die ihr von nun an einen Platz unter den Verfahrungsweisen sichert, die zu den gelungensten, universellsten und fruchtbringendsten gehören.

11. Weber hängt nämlich eine Rolle, auf der ein mit Seide übersponnener Draht in Tausenden von Windungen aufgewickelt ist, an zwei Kupferdrähten so auf, dass die Axe der Rolle horizontal liegt, die Ebenen der Windungen also vertical stehen; diese Rolle nennt er die Bifilarrolle. Je ein Ende des aufgewundenen Drahtes wird mit je einem untern Aufhängungsdrahtende in leitende Verbindung gesetzt. Die obern Enden der Aufhängungsdrähte werden mit andern Metalldrähten verbunden, die zu den Polen einer galvanischen Säule führen. Der Strom dieser Säule kann also nach Belieben durch den einen Aufhängungsdraht in die aufgehängte Spirale hinein-, und nachdem er sie durchflossen hat, durch den zweiten Aufhängedraht wieder hinaus- und in die Säule zurückfliessen. Nun wird mit dem Apparate ein Körper in Conflict gebracht, der auf den Strom zu wirken vermag, und zwar wird die gegenseitige Lage des Körpers und der Bifilarrolle so angeordnet, dass die entstehende Bewegung der letzteren nicht in einem pendelartigen Hin- und Herschwanken, sondern in einer Drehung um eine durch den Schwerpunkt des aufgehängten Systemes gehend gedachte Verticallinie besteht. Als solche wirkende Körper können verwendet werden ähnliche von Strömen

Digitized by Google

durchflossene Drahtrollen, oder Magnete, oder (bei Inductionsversuchen) blosse in sich geschlossene Drahtrollen, — ja selbst die Erde vermöge ihrer magnetischen Kraft. Die in der Regel äusserst geringen Drehungen der Bifilarrolle werden, wie bei den Magnetometern, mittelst eines mit einer Skale versehenen Fernrohres in einem mit der Rolle verbundenen Spiegel beobachtet, können aber auch, für weniger feine Versuche, mittelst der Bewegung eines an der Rolle befestigten Index über einem horizontalen getheilten Kreise direct abgelesen werden; und diese Drehungen geben dann, nach den Gesetzen der Bifilarsuspension, das Maass der ausgeübten Wirkungen, und somit die Intensität der angewandten Ströme, oder andere Dinge, die man zu wissen verlangt. (Man wird bei dieser Einrichtung leicht die denen des Bifilarmagnetometers ähnlichen Verhältnisse erkannt haben.)

12. Die Hauptvortheile dieses neuen Instrumentes sind leicht einzusehen. Erstens hat man einen frei aufgehangenen Körper, bei dem die Vorrichtung zum Ein- und Ausleiten der Ströme so getroffen ist, dass sie, weit entfernt eine starke Reibung, wie alle früheren Einrichtungen, hervorzubringen, dem Körper die freieste Beweglichkeit lässt. Und zweitens hat man in der Kraft, womit die Schwere die aufgehängte Rolle in der Gleichgewichtslage zu erhalten strebt, das Mittel, die Kräfte, welche von äusseren Körpern auf die Rolle ausgeübt werden, zu messen, und zwar in absolutem Maasse, wie Gauss die erdmagnetische Kraft auf absolutes Maass zurückgeführt hat. (Anderweitige Vorzüge werden wir später besprechen.)

13. Was den ersten Vortheil betrifft, so hatte ihn Weber schon um's Jahr 1833 erreicht; nach der Erfindung des Bifilarmagnetometers aber vereinigte er damit auch noch den zweiten, und man sieht also, dass die Erfindung seines Instrumentes, das seine ganze Vollkommenheit im Jahre 1837 erhielt, schon 1833 ihren Ursprung nahm. Weber sagt darüber*): »Schon vor zwölf Jahren**) habe ich zum Zweck der Ausschliessung der Reibung und der Ausführung wirklicher Messungen einen auf einem dünnen Holzrahmen aufgewundenen Draht, durch welchen ein galvanischer Strom geführt und welcher dann durch die elektrodynamische Anziehung und Abstossung eines Multiplicators in Bewegung gesetzt werden sollte, mit *bifilarer* Aufhängung an zwei feinen Metalldrähten versehen (ich werde diese bifilar aufgehangene

*) Elektrodynamische Maassbestimmungen, S. 218.

**) Weber's elektrodyn. Maassbestimmungen wurden im November 1845 geschrieben.

Digitized by Google

Drahtspirale künftig die *Bifilarrolle* nennen) und habe den einen dieser Aufhängungsdrähte zur Zuleitung und den anderen zur Ableitung des galvanischen Stromes benutzt. Die ganze Bedeutung dieser Einrichtung zum Zweck der Messung habe ich aber erst später aus dem Bifilarmagnetometer von Gauss kennen gelernt, von dem ich sodann auch die Anwendung eines an der Bifilarrolle befestigten Spiegels entlehnt habe. Im Sommer 1837 habe ich darauf ein solches Instrument hergestellt und eine Reihe Versuche damit ausgeführt, die alle bewiesen, dass man die grösste Feinheit in der Beobachtung der elektrodynamischen Erscheinungen mit so schwachen Strömen erreichen könne, mit denen es vorher nie gelungen war, diese Erscheinungen hervorzubringen.«

14. Bei den früheren Einrichtungen nämlich war immer die Reibung ein Haupthinderniss, und es scheiterten alle Versuche zu Messungen, ja überhaupt nur zu einigermaassen scharfen Beobachtungen, an der Schwierigkeit, den elektrischen Strom ein- und auszuführen, ohne die freie Beweglichkeit des Körpers, den er durchlaufen sollte, zu beeinträchtigen. Der Strom wurde bekanntlich in Quecksilbernäpfchen geleitet, die vertical über einander standen, und aus diesen in das Instrument vermittelst der Spitzen der zu Haken umgebogenen Drahtenden des letzteren, die in das Quecksilber tauchten; die beiden Spitzen mussten genau in einer und derselben Verticale liegen; dies zu erreichen war nie möglich, und so musste bei den Drehungen die eine Spitze einen kleinen Kreis beschreiben; dadurch entstand im Quecksilber ein bedeutendes Hinderniss der Bewegung, welches, so wie die Adhäsion u. s. w., feine Versuche schlechterdings unmöglich machte. Auch beim Baumgartner'schen Apparate, wo die Spitzen in Metalllagern liefen, waren die Hindernisse der Bewegung noch viel zu beträchtlich. Wollte man statt einfacher Drahtringe u. dgl. oder ganz leichter Drahtspiralen, ein zur Vermehrung der Wirkung hinreichendes System von zahlreichen Drahtwindungen aufhängen, so vermehrte sich durch das vergrösserte Gewicht die Reibung so sehr, dass die Anwendung dieser sogenannten Multiplication unmöglich wurde. Man war daher genöthigt, Ströme von sehr grosser Intensität zu gebrauchen, und dennoch war es häufig schwer, auch nur das Vorhandensein schwacher Wirkungen zu zeigen; von Messungen konnte gar keine Rede sein. — Eine zweite Schwierigkeit, welche Ampère als ein unbesiegbares Hinderniss der Messung elektrodynamischer Kräfte, wenn man eine solche mittelst Schwingungs- (statt Ablenkungs-) Beobachtungen auszuführen versuchen wollte, anführt, rührte daher:

Digitized by Google

»dass, wenn man einen festen Leiter auf einen beweglichen Theil der Volta'schen Kette wirken lässt, diejenigen Theile des Apparates, welche nothwendig sind, um ihn mit der Säule in Verbindung zu setzen, auf diesen beweglichen Theil zugleich mit dem festen Leiter wirken und so die Resultate der Versuche stören.«*)

15. Alle diese Schwierigkeiten verschwinden bei Weber's Methode, und die Anwendungen derselben haben ihre Vorzüglichkeit auf's Unzweifelhafteste herausgestellt. Das Instrument ist weit entfernt einer Einrichtung zum Ein- und Ausleiten der Ströme zu bedürfen, durch welche Reibung hervorgebracht werden würde; im Gegentheil, es lässt dem aufgehängten Körper die freieste Beweglichkeit, wie bei der feinsten Coulomb'schen Drehwaage; ja es lässt ihm diese Beweglichkeit auch dann noch, wenn er ein bedeutendes Gewicht besitzt; man kann folglich statt einfacher Drähte oder ganz kleiner leichter Spiralen, auf die man sich früher beschränken musste, grosse Rollen mit zahlreichen Windungen aufhängen, und durch diese sogenannte Multiplication weitaus stärkere Wirkungen erlangen. Von dem störenden Umstande, den Ampère als unübersteigliches Hinderniss beklagt (s. Ende des vorigen §) kann keine Rede sein, denn wenn auch der Strom in den Aufhängungsdrähten merkliche Wirkungen auf die Bifilarrolle ausüben könnte (was nicht der Fall ist), so würde die Wirkung des einen durch die des andern Drahtes vollkommen aufgehoben, weil der Strom in ihnen in entgegengesetzter Richtung läuft. Infolge der freien Beweglichkeit lassen sich die schärfsten Hülfsmittel zur Messung, als Spiegel, Skale und Fernrohr, anwenden, und dadurch die kleinsten Ablenkungswinkel, also die geringsten Kräfte, messen. Und nach den Gesetzen der Bifilarsuspension erhält man die Maasse unmittelbar in Gewichten, die an Hebelarmen wirken, somit als Functionen der Schwere, ausgedrückt, und sofort in absolutes Maass überführbar. Die schwächsten Ströme, deren blosse Gegenwart mit andern Hülfsmitteln kaum wahrgenommen werden könnte, reichen hin, um messbare Wirkungen zu erhalten, ja es lassen sich Ströme auffinden und untersuchen, die man auf keinem andern Wege auch nur nachzuweisen vermöchte. Eben so gut aber wie zu Ablenkungsversuchen (Standbeobachtungen) eignet sich das Instrument zu Schwingungsbeobachtungen, die

*) Ampère Mém. sur la théor. mathém. des phénom. élektrodyn. in Mém. de l'Acad. roy. d. Scienc. de l'Instit. de France. Ann. 1823, p. 182. — (Vgl. S. 9 und Originalbeschreibung Ampère's in den Ergänzungen S. 299 ff.)

Digitized by Google

Bestimmung seiner Schwingungszeiten ist gleicher Schärfe und Genauigkeit fähig, wie die beim Magnetometer, und die Bestimmung der Abnahme der Schwingungsbögen kann mit einer Feinheit ausgeführt werden, die die kleinsten Aeusserungen einer die Bewegung hemmenden Ursache, z. B. der Volta-Induction zu beobachten erlaubt.

Diese Vorzüge haben den Weg zu den mannichfaltigsten Anwendungen des Instrumentes gebahnt, und eine Reihe verschiedenartiger Forschungen eröffnet, die wir auseinander zu setzen sofort Gelegenheit haben werden.

16. Im Jahre 1840 machte Weber Gebrauch von seiner Methode zu einer äusserst delicaten physikalisch-chemischen Untersuchung, nämlich zu einer genauen Bestimmung des *elektrochemischen Aequivalentes des Wassers*, und zwar nach absolutem Maasse der Elektricität; diese Bestimmung wurde veröffentlicht in »Result. im J. 1840, S. 91«, und so seine Methode zum ersten Male öffentlich mitgetheilt, und gleichsam ein Vorläufer gegeben einer grösseren Arbeit, die in neuen, mit Apparaten ähnlicher Art angestellten, Versuchen besteht und im Folgenden näher betrachtet werden soll.

17. Ein genau ausgeführtes Instrument zu diesem Zwecke liess Weber 1841 in Göttingen anfertigen, erhielt aber erst in Leipzig die Gelegenheit, die Untersuchungen, die er sich vorgenommen hatte, auszuführen; diese Untersuchungen wurden im Laufe des Jahres 1845 angestellt, und ihre Resultate finden sich in der ersten Hälfte von Weber's »*Elektrodynamischen Maassbestimmungen*, Leipzig 1846«. In diesem Werke, dessen zweite Abtheilung die scharfsinnigsten theoretischen Untersuchungen enthält, von denen zu sprechen jedoch hier nicht der Ort ist, findet man auch die Beschreibung jenes Instrumentes so wie die eines zweiten, grösseren, welches erst in Leipzig und namentlich zum Zwecke jener Forschungen angefertigt wurde.

18. Weber nennt seinen Apparat *Elektrodynamometer* oder kurz *Dynamometer*, weil seine nächste Bestimmung war, die von Ampère entdeckten elektrodynamischen Kräfte zu messen*): aus den Weber'schen Arbeiten selbst aber geht hervor, dass ihm die letztere allgemeine Benennung nicht mit Unrecht beigelegt wird, denn das Instrument zeigt sich in der That zum Messen der verschiedenartigsten Kräfte geeignet und kann also wohl im Allgemeinen »Kräftemesser« genannt werden.

---

*) Elektrodynamische Maassbestimmungen S. 223 (vgl. Abhdl. I S. 16 ff.).

Digitized by Google

19. Der Zweck Weber's bei seiner Erfindung des Dynamometers war: ein bis dahin fehlendes Hülfsmittel zur Anstellung elektrodynamischer Messungen mit derselben Genauigkeit wie die elektromagnetischen Messungen zu geben, bei welchem die Schwierigkeiten beseitigt wären, die bei früheren Einrichtungen stattfanden, und sodann mit Hülfe desselben die elektrodynamischen Gesetze, die Ampère aufgestellt, experimentell zu prüfen. Beide Zwecke finden wir vollkommen erreicht. Durch eine erste Reihe von Versuchen*), die schon darthun, dass das Instrument die gewünschten Eigenschaften wirklich besitze, weist Weber die Richtigkeit des Ampère'schen Satzes nach: dass die elektrodynamischen Kräfte zweier Theile desselben Leitungsdrahtes dem Quadrate der Stromintensität proportional seien. Eine zweite Reihe von Versuchen**) dient dann, um dasjenige Gesetz an der Erfahrung nachzuweisen, welches man das Ampère'sche *Fundamentalgesetz* zu nennen pflegt***), und welches in der That die ganze elektrodynamische Theorie begründet; und dieselben Versuche ergeben auch den Beweis der Richtigkeit der von Ampère aufgestellten Relation zwischen der Elektrodynamik und dem Elektromagnetismus, wonach man die Wechselwirkung zweier Magnete durch die zweier galvanischer Stromspiralen und *vice versa* ersetzen kann†). (Vgl. Abhdl. I in vorliegender Schrift.)

Die Beweise von Fundamentalsätzen der Ampère'schen Theorie waren nicht nur nicht überflüssig, sondern geradezu nothwendig, denn sie waren, wie Weber des Weitern auseinander setzt††), noch nie auf directem experimentellem Wege gegeben worden. Ampère ist der erste, der die Wechselwirkung zwischen elektrischen Strömen aufgefunden und ausser allem Zweifel gesetzt hat, allein genaue Messungen dieser Wirkung, auf eine Weise, wie man die Wirkung von Strömen auf Magnete maass, hat er nie angestellt, (mit den damaligen Hülfsmitteln wäre es ihm auch nicht möglich gewesen), und eben so wenig ist dies von irgend einem Andern vor Weber geschehen. Elektro*magnetische* Messungen waren zu jener Zeit schon ausgeführt, und Gesetze, zu deren Aufstellung Ampère hauptsächlich beigetragen hatte, aus ihnen abgeleitet worden; Ampère hat auch mit ungemeinem Scharfsinn an

---

*) El. dy. Msb. S. 223—233.
**) El. dy. Msb. S. 233—268.
***) Den Inhalt desselben s. in »El. dy. Msb. S. 249«. Cf. Lamé Cours de Phys. n°. 819.
†) El. dy. Msb. S. 248 u. 249; S. 259—268.
††) El. dy. Msb. S. 212—216.

Digitized by Google

jene Gesetze angeknüpft und mit Hülfe weniger elektro*dynamischer* Versuche seine ganze Theorie der Elektrodynamik entwickelt. Aber diese elektrodynamischen Versuche sind nicht der Art, dass man sagen könnte, sie geben der Theorie eine feste erfahrungsmässige Grundlage; Niemand wird z. B. sagen können, das Gesetz, nach welchem zwei parallele Stromelemente eine dem Quadrat ihrer gegenseitigen Entfernung umgekehrt proportionale Wirkung auf einander ausüben, sei von Ampère auf experimentellem Wege bewiesen worden. Auch sind seine Versuche zum Theil negativer Natur, d. h. solche, wobei *keine* Wirkung entsteht; zu Null als Resultat gelangen ist aber keine Messung, namentlich bei Apparaten, in denen die Reibung so gross ist, dass sie kleine Wirkungen geradezu aufhebt; Messung würde nur stattfinden, wenn man bei kleinen Abänderungen der Verhältnisse nach der einen oder anderen Seite nicht mehr Null, sondern eine Wirkung fände und diese messen könnte. Zu solchen negativen Versuchen gehört der*), wodurch Ampère einen der schönsten Sätze der Elektrodynamik, nämlich den, dass die Wirkung eines geschlossenen Stromes auf jedes Element eines Stromes in der Richtung der Normale dieses Elementes stattfinde, experimentell nachweisen will. — Die Analogie der elektromagnetischen Gesetze kann den Mangel einer wirklich erfahrungsmässigen Grundlage der elektrodynamischen Theorie nicht ersetzen, denn wir sind beim gegenwärtigen Zustande unserer Kenntniss der Elektricität und des Magnetismus noch nicht berechtigt, aus den elektromagnetischen Phänomenen die Nothwendigkeit der elektrodynamischen Phänomene zu deduciren, und der grosse französische Geometer war selbst dieser Ansicht**). Dass aber Ampère den Beweis der Richtigkeit seiner Theorie auf erfahrungsmässigem Wege nicht durch die experimentelle Begründung ihrer Hauptsätze liefern konnte, lag in den Mängeln der Apparate (cf. § 14); seine Versuche sind äusserst scharfsinnig und schön ausgedacht, aber die Unvollkommenheit der Instrumente war so gross, dass nur zu bewundern ist, wie er mit denselben noch so Vieles erreichen konnte; und man kann wohl sagen, dass die Art, wie Ampère, die Unmöglichkeit positive Erfahrungen zu erlangen erkennend, negative auszudenken und zuzuziehen wusste, und aus ihnen die nothwendigsten Grunddaten und Prüfungsmittel seiner theoretischen Combinationen zu gewinnen suchte, ein Beweis ist des grossen Genies, das gegen alle Hindernisse mit wenigen

*) S. El. dy. Msb. S. 215—217. Mém. de l'Inst. 1823. p. 194. (Vgl. Ergänzungen zum 1. Buch.)
**) El. dy. Msb. S. 212. Mém. de l'Inst. 1823, p. 183, 285. (Vgl. Ergänzungen zum 1. Buch.)

Digitized by Google

Hülfsmitteln den Sieg davon trägt. Indess war Ampère keineswegs der Meinung, als habe er die elektrodynamischen Untersuchungen zum vollkommenen Abschlusse gebracht, sondern er bezeichnet selbst, was der Zukunft noch zu thun übrig bleibe. In Weber's Dynamometer nun sind alle Hülfsmittel zu diesem Zwecke vorhanden, der Beweis des Ampère'schen Fundamentalgesetzes, so wie anderer Hauptsätze konnte ohne Schwierigkeit geliefert werden, und Weber hat dies auch auf's Genügendste gethan; seine experimentellen, so wie im andern Theile der Elektrodynamischen Maassbestimmungen seine theoretischen Nachweisungen bilden die erwünschte und nothwendige Vervollständigung der elektrodynamischen Lehre.

20. Nachdem dieser erste und Hauptzweck erreicht war, wandte Weber den Gebrauch seines Dynamometers auf die Erforschung der Erscheinungen und Gesetze der Volta-Induction*), d. h. der Hervorrufung von Strömen in geschlossenen Leitern der Elektricität, wenn Ströme, die in ihrer Nähe befindliche Leiter durchfliessen, entweder der Intensität oder der Lage gegen die ersten Leiter nach, eine Aenderung erleiden; welche Gesetze nicht minder eines experimentellen Nachweises bedurften, als die Ampère'schen. Bei dieser Anwendung erscheint nun als ein neuer Vortheil des Dynamometers der, dass das Instrument zu gleicher Zeit sowohl zur Erregung der Ströme, als auch zur Messung der ausgeübten Wirkungen dient (das letztere durch die Abnahme der Schwingungsbögen). Denke man sich, um die Sache anschaulicher zu machen, eine bifilar aufgehängte Drahtrolle, durch die man einen Strom gehen lässt, und in ihrer Nähe eine unbewegliche Rolle von Draht, der in sich selbst zurückläuft; ertheilt man nun der Bifilarrolle eine kleine schwingende Bewegung, eine solche nämlich, die nicht in einem pendelartigen Hin- und Herschwanken, sondern in einem blossen schwachen Hin- und Herdrehen um die durch den Schwerpunkt gehende Verticale besteht, so entsteht in der festen Rolle ein (inducirter) Strom; augenblicklich aber wirkt dieser auf den Strom in der Bifilarrolle zurück, und zwar so, dass er der Rolle eine entgegengesetzte Bewegung zu ertheilen strebt, als die, in der sie begriffen ist; und dies findet statt, in welchem Sinne sich auch die Rolle drehe. Die Bewegung der Rolle wird also fortwährend geschwächt, ihre Schwingungsbögen werden kleiner und kleiner; diese Abnahme der Bögen aber lässt sich ganz leicht

*) El. dy. Msb. S. 269—284. (Vgl. Seite 30 ff. in der vorliegenden Schrift.)

Digitized by Google

beobachten und messen, und aus ihr ergiebt sich die Grösse der inducirenden Wirkung durch Rechnung. (Natürlich kann man auch umgekehrt verfahren, d. h. den Strom durch die unbewegliche Rolle gehen lassen.) Wie gross die Empfindlichkeit des Instrumentes ist, lässt sich aus Folgendem abnehmen; es seien die Schwingungen der aufgehängten Rolle so schwach, dass sie ohne optische Hülfsmittel kaum wahrgenommen werden können, so lässt, so gering die entstehende Induction auch ist, sie sich doch noch genau messen. Überhaupt beweisen alle Versuche, dass das Instrument nicht nur zur Beobachtung der Inductionserscheinungen, sondern auch zu scharfen und genauen Maassbestimmungen derselben auf's Beste geeignet ist.

21. Weber weist durch die Versuche verschiedene wichtige Gesetze der Volta-Induction nach, und zeigt dadurch, wie leicht die ganze Theorie dieser Induction mit Hülfe des Dynamometers festgestellt werden könne. Namentlich setzt er ein Gesetz, das er im Auge hatte, in klares Licht*): »dass nämlich die Induction eines constanten Stromes auf einen gegen ihn bewegten Leitungsdraht dieselbe ist, wie die Induction eines Magnets auf denselben Leitungsdraht, wenn die elektrodynamische Abstossungs- oder Anziehungskraft, welche jener Strom auf diesen Leitungsdraht beim Durchgange eines bestimmten Stromes durch letzteren ausüben würde, der elektromagnetischen Kraft gleich ist, welche der Magnet auf denselben Draht unter den nämlichen Verhältnissen ausüben würde.« Daraus folgt, dass die gleichen Gesetze für die elektrische Induction durch Ströme (die Volta-Induction) gelten, wie für die elektrische Induction durch Magnete (die magnetoelektrische Induction); die letzteren nun sind bekannt**), man kann also aus ihnen die ersteren ableiten.

22. Auf dem betretenen Wege der Forschung weiterschreitend, findet Weber wiederum die Mittel zur Ausführung einer neuen Messung: nämlich die der Intensität und der Dauer momentaner Ströme***) — ein Gegenstand, dessen Wichtigkeit von selbst in's Auge fällt, namentlich z. B. in physiologischer Beziehung bei der so häufigen Anwendung solcher Ströme.

23. Ferner führt er†) eine Untersuchung aus, die vor ihm nie an-

*) El. dy. Msb. S. 279 und 335.

**) Diese Gesetze der magnetoelektrischen Induction hat Gauss schon im Jahre 1832 entwickelt, aber nicht veröffentlicht; doch findet sich vieles dahin Einschlagende an verschiedenen Orten in »Result. aus d. Beob. etc.«

***) El. dy. Msb. S. 284—289.

†) ib. S. 289—296.

Digitized by Google

gestellt wurde: die Anstellung des Ampère'schen Fundamentalversuches über die Wechselwirkung zweier Leitungsdrähte mit gemeiner Elektricität; und fügt mehrere Versuche bei, die Dauer des elektrischen Funkens zu bestimmen. Eben so zeigt er, wie das Dynamometer ein Hülfsmittel werden könne, um die Geschwindigkeit des elektrischen Stromes zu messen*); und wie das Instrument von Wichtigkeit werde, wenn es sich darum handelt, die Intensität des Stromes einer galvanischen Säule zu messen, ehe die störende sogenannte Polarisation der Platten eingetreten ist**).

24. Eine ganz neue Bedeutung aber erlangt das Dynamometer durch eine Eigenthümlichkeit, die anderen Instrumenten ganz abgeht: die nämlich, dass mit seiner Hülfe auch Ströme gemessen werden können, *deren Richtung jeden Augenblick wechselt****). Ströme solcher Art, wenn deren existiren, können in jedem der bisherigen Instrumente†) nicht anders, als die Wirkung, die sie in dem einen Momente hervorbringen, im nächsten wieder aufheben, und also gar keine sichtbare Wirkung darbieten. Nicht so in Weber's Dynamometer: in diesem summiren sich im Gegentheil die Wirkungen und vereinen sich zu einer Totalen, die so gut gemessen werden kann, als die eines gewöhnlichen Stromes. Weber erreicht dies dadurch, dass er den Strom, der durch die aufgehängte Rolle geht, auch durch die feste Rolle gehen lässt, welche auf die erstere wirken soll; wechselt nun die Richtung des Stromes in der ersten Rolle, so wechselt sie auch in der zweiten, und die anfängliche Wirkung, Anziehung wie Abstossung, bleibt trotz aller Stromwechsel dieselbe, eben so also auch die Richtung der Bewegung (Ablenkung) der Bifilarrolle. Es ist daher, mit Weber zu sprechen, die wahre Bestimmung des Dynamometers, dass es derartige Ströme an den Tag bringe, die mit allen bisherigen Instrumenten wahrzunehmen unmöglich wäre.

Dass solche Ströme, oder *elektrische Schwingungen*, in der Natur existiren, hat alle Wahrscheinlichkeit für sich, wie Weber näher auseinander setzt. Um dieselben nachzuweisen, hat er einen Versuch ausgedacht, der zugleich den Weg zu andern wichtigen Untersuchungen bahnen soll, von denen wir im nächsten

*) El. dy. Msb. S. 296.

**) ib. S. 296.

***) ib. S. 297—300.

†) Das Voltameter ausgenommen; allein bei so schwachen Strömen, wie die meisten, oder alle oscillirenden, würde der Widerstand der Flüssigkeit viel zu gross sein, als dass man Messungen anstellen, ja oft vielleicht auch nur eine Wasserzersetzung bemerken könnte

Digitized by Google

Paragraph sprechen werden: er sucht sie nämlich zu veranlassen durch die Schwingungen tönender Körper. Zu diesem Behufe bedient er sich eines magnetisirten stählernen Klangstabes von sehr grossen Dimensionen, und umgiebt jedes seiner Enden mit gleichsam einem Gehäuse von, der Längenaxe des Stabes parallel laufenden, Drahtwindungen, jedoch so, dass sie den Stab nicht berühren, seine Schwingungen nicht hindern können; die Enden der Drähte bringt er mit dem Dynamometer in Verbindung und lässt nun den Stab, indem er auf seine Mitte schlägt, tönen; die Anordnung ist so getroffen, dass beide Enden des Stabes gleichzeitig nach gleicher Richtung, abwechselnd aufwärts und abwärts schwingen; es findet somit ein beständiges Alterniren der Lage des Magnetismus gegen die Drahtwindungen statt, und es werden folglich in den letzteren fortwährend Ströme inducirt, deren Richtung aber jeden Augenblick (mit jeder Schwingung) sich ändert, denn wenn ein Pol sich einem Drahte nähert, so ist die Stromrichtung im Drahte die umgekehrte, wie wenn der Pol sich entfernt. Diese Ströme gelangen nun in die feste und in die aufgehangene Rolle, und üben die gewöhnliche elektrodynamische Wirkung auf einander, und es zeigt sich deutlich, wie sie stärker und schwächer werden, so wie man die Vibrationen des Magnetstabes verstärkt oder schwächt. Ja so gross ist die Empfindlichkeit des Dynamometers, dass es sogar Ströme deutlich anzeigt, welche in einer blossen Metallsaite, die mit dem Instrumente in Verbindung steht, hervorgerufen werden, sobald diese Saite in der Nähe eines starken galvanischen Stromes zum Schwingen gebracht wird. Auch wird wohl Niemand bezweifeln, dass in dieser Anwendung des Dynamometers noch eine reiche Quelle zu Untersuchungen für die Zukunft liege und Ströme werden entdeckt werden, von deren Existenz wir jetzt noch nicht einmal eine Ahnung haben.

25. Allein die Dienste, die das Instrument leistet, sind mit jenen so ganz neuen Experimenten noch nicht abgeschlossen — die Messung dieser elektrischen Schwingungen befähigt uns nun noch, auch rückwärts eine Bestimmung der Stärke derjenigen Vibrationen oder sonstigen Vorgänge zu erhalten, welche zur Entstehung der Ströme Veranlassung gaben. So wird uns der Weg eröffnet zu höchst verschiedenartigen Forschungen, unter denen Weber hauptsächlich eine anführt, nämlich: die Messung der Intensität der Schallschwingungen, eine Bestimmung, zu der uns bisher alle Hülfsmittel gefehlt hatten*), und die

*) Ich erinnere mich, dass in den »Abhandl. d kön. Ges. d. Wissensch. zu Götting. II. Band, 1842–1844, Götting. 1845, p. IX«, von jener gelehrten Gesellschaft die Preisaufgabe gestellt worden ist,

Digitized by Google

Weber beim Ausdenken des im vorigen Paragraph angeführten Versuches eben ganz besonders mit im Auge gehabt hatte.

26. Bei allen Anwendungen des Dynamometers, von denen wir bis jetzt gesprochen, war die Bifilarrolle so aufgehangen, dass ihre Axe im magnetischen Meridiane lag; bei einer neuen Anwendung aber, die Weber macht*), wird die Rolle im Gegentheile so aufgehängt, dass ihre Axe rechtwinklig gegen den magnetischen Meridian liegt, also die Ebenen ihrer Drahtwindungen mit letzterem parallel sind. Diese Einrichtung, welche man mit Weber ein *magnetisches Bifilargalvanometer* nennen kann, hat den Zweck, die Intensität elektrischer Ströme *nach absolutem Maasse* zu bestimmen. Durch die Bifilarrolle wird der Strom geführt, dessen Messung beabsichtigt wird; die magnetische Kraft der Erde übt nun auf ihn ihre Wirkung, und zwar die grösstmögliche, eben weil die Axe der Spirale, oder mit andern Worten, der Magnet, den die Spirale repräsentirt, gegen den magnetischen Meridian senkrecht liegt; sie lenkt die Rolle ab, mehr oder weniger, je nachdem der Strom stärker oder schwächer ist, und diese Ablenkung giebt das Maass der Intensität des Stromes. Wir haben also die umgekehrte Einrichtung wie bei einem gewöhnlichen Galvanometer: bei diesem ist die Drahtspirale fest, der Magnet beweglich; hier hingegen der Magnet (die Erde) fest, die Spirale beweglich. Der Vortheil aber liegt hauptsächlich darin, dass der wirkende Magnet (die Erde) sich in einer gegen die Theile des Apparates äusserst grossen Entfernung befindet, und daher die Gesetze seiner Wirkung viel einfacher werden. — Es ist diese Anordnung des Apparates dieselbe, welche Weber schon bei der Bestimmung des elektrochemischen Aequivalentes des Wassers, von der wir in § 16 gesprochen haben, angewandt hat.

27. Endlich wurde Weber durch die Vorzüge selbst, welche das Elektrodynamometer darbietet, darauf geführt, ein neues Instrument zu erfinden, welches nicht auf Aufhängung beruht, aber auch zum Messen elektrischer Ströme der verschiedensten Art bestimmt ist; worüber ich auf Weber's Abhandlung selbst verweise**).

28. Aus dem ganzen Inhalt dieser geschichtlichen Darstellung lässt sich

Mittel zur Messung der Tonstärke oder der Schwingungsweiten tönender Körper zu finden; es scheint aber nicht, dass eine genügende Lösung eingegangen sei.

*) El. dy. Msb. S. 303 u. 304.

**) El. dy. Msb. S. 302.

Digitized by Google

erkennen, welche verschiedenen Stadien die Bifilarsuspension durchlaufen hat. Anfänglich blos zu magnetischen Zwecken bestimmt, findet sie bald auch im Elektromagnetismus Anwendung. Sodann als Dynamometer zu elektrodynamischen Untersuchungen verwandt, wird sie das Hülfsmittel nicht nur zu diesen, sondern auch zu ganz neuen Forschungen, die dem Gebiete der Induction, der Akustik, Chemie, ja selbst der Physiologie angehören; und mehrfache Anwendungen werden ohne Zweifel noch in Zukunft und bei grösserer Verbreitung der Instrumente aufgefunden werden. Zugleich ersehen wir, wie Weber durch seine Beschäftigung mit dem Dynamometer selbst weiter und weiter geführt wurde, wie die Methode der Bifilarsuspension, vom magnetischen auch auf das elektrische Feld übergetragen, neue Gedanken erweckt, Wege zur Aufsuchung und Erforschung neuer Erscheinungen eröffnet, ja selbst zur Erfindung neuer Instrumente Anlass gegeben hat. Die Methode befähigt uns jetzt, Messungen anzustellen, an die man bisher gar nicht denken konnte; denn sie befähigt uns solche Ströme zu messen, deren Untersuchung, ja Wahrnehmung vorher unmöglich war; mittelst dieser Ströme aber messen wir wiederum solche Kräfte, deren Erforschung auf anderm Wege unmöglich gewesen wäre; die Methode führt uns somit von einem Gebiete zum andern, und mit Recht kann man daher sagen, sie habe in der kurzen Zeit seit ihrer Einführung dem gesammten Gebiete der Naturlehre eine entschiedene Bereicherung gebracht.

Basel, im Sommer 1852.

Christoph Stähelin.

Digitized by Google

INHALTS-VERZEICHNISS

DES

ERSTEN BANDES.

Seite

Vorrede V

Biographisch-literarische Fragmente über Wilhelm Weber XCV

Wilhelm Weber in seiner allgemeinen Bedeutung für die Entwickelung und die Fortschritte der messenden und experimentirenden Naturforschung XCIX

Erstes Buch.

Abhandlungen zur atomistischen Theorie der Elektrodynamik

von

WILHELM WEBER.

I.

Über ein allgemeines Grundgesetz der elektrischen Wirkung und das Potential der elektrodynamischen Atomistik.

Einleitung 5

Beschreibung des Elektrodynamometers 14

Beobachtungen zum Beweise des Grundprincips der Elektrodynamik 22

Beobachtungen zur Erweiterung des Gebietes elektrodynamischer Untersuchungen.

Beobachtung der Volta-Induction 30

Bestimmung der Dauer momentaner Ströme nebst Anwendung auf physiologische Versuche 32

Wiederholung des Ampère'schen Fundamentalversuches mit gemeiner Elektricität und Messung der Dauer des elektrischen Funkens bei Entladung einer Leidener Flasche . 33

Anwendungen des Dynamometers auf Intensitätsmessungen der Schallschwingungen . . 35

Über den Zusammenhang des Grundprincips der Elektrodynamik mit dem der Elektrostatik . . 36

Theorie der Volta-Induction 46

Verschiedene Aussprüche des allgemeinen Grundgesetzes der elektrischen Wirkung 55

II.

Über die Erregung und Wirkung des Diamagnetismus nach den Gesetzen inducirter Ströme und die Deduction diamagnetischer Erscheinungen aus den Principien der atomistischen Elektrodynamik.

Einleitung 60

Beobachtung von diamagnetischen Erscheinungen 65

Faraday's Versuche 77

Über den Zusammenhang der Lehre vom Diamagnetismus mit der Lehre von dem Magnetismus und der Elektricität 81

Über den Weg zur Erforschung der Ursachen des Diamagnetismus 82

Classification der inneren Ursachen, welche den durch eine ideale Vertheilung gegebenen Wirkungen zum Grunde liegen können 84

Digitized by Google

Seite

Abhängigkeit der idealen Vertheilung von der magnetischen Scheidungskraft, nach Verschiedenheit der aufgeführten vier möglichen inneren Ursachen 85
Innere Ursache des Diamagnetismus 87
Über die Existenz magnetischer Fluida 88

III.

Zurückführung der Stromintensitäts-Messungen auf mechanisches Maass und die Constante der elektrodynamischen Atomistik.

Einleitung 93
Zurückführung des magnetischen, elektrodynamischen und elektrolytischen Maasses der Stromintensität auf mechanisches Maass 97
Aufgabe 100
Plan zur Lösung der Aufgabe 101
Berechnung der Grösse $\frac{1}{2\tau} \cdot E$ 107
Bestimmung der zur Ausscheidung von 1 Milligramm Wasserstoff aus 9 Milligramm Wasser erforderlichen Elektricitätsmenge 110
Bestimmung der Constanten c 111
Die elektrischen Gesetze mit numerischer Bestimmung der Constanten 115
Mechanische Theorie der Elektrolyse 118
Elektricitätsgehalt der Leiter 126
Die Zurückführung aller Maasse auf ein einziges Grundmaass des Raumes 129

IV.

Theorie des elektrischen Widerstandes nach den Principien der atomistischen Elektrodynamik.

Die Methode der absoluten Widerstandsmessung.
Verhältniss einer elektromotorischen Kraft zu einer Stromintensität 132
Darstellung einer dem Widerstande eines Leiters gleichen Geschwindigkeit 135
Bestimmung des Widerstandes aus dem Verhältnisse $\frac{\int e dt}{\int i dt}$ bei einem Inductionsstosse . . 139
Ausführung mit dem Inductions-Inclinatorium 140
Trennung des Inductors vom Galvanometer 142
Die Dämpfung als Maass der Empfindlichkeit des Galvanometers 144
Induction durch den horizontalen Theil des Erdmagnetismus 146
Über die allgemeinen Principien der Widerstandsmessung 147
Stromarbeit nach elektrischen Gesetzen 150
Maximum der Stromarbeit 152
Umsetzung der Arbeit bewegter ponderabeler Körper in Stromarbeit durch elektrische Wechselwirkung 154
Bestimmung der Stromarbeit durch Vermittelung von Wärmemessung, nach Versuchen von Becquerel und Lenz 158
Über die Umsetzung der Stromarbeit in Wärme 164

V.

Das Princip von der Erhaltung der Energie.

Einleitung 170
Über das Verhältniss der elektrischen Gesetze zu dem Princip von der Erhaltung der Energie.
Elektrische Theilchen und elektrische Massen 171
Das Gesetz der elektrischen Kraft 173
Das Gesetz des elektrischen Potentials 176
Elektrische Grundgesetze 177

Digitized by Google

Seite

Princip der Erhaltung der Energie für zwei Theilchen, welche ein abgesondertes System bilden 180
Ausdehnung des Princips der Erhaltung der Energie auf zwei elektrische Theilchen, welche kein abgesondertes System bilden 183
Anwendbarkeit auf andere Körper 188
Über die Bewegungen zweier elektrischen Theilchen durch Wechselwirkung 190
Bewegungen zweier elektrischen Theilchen in Richtung der sie verbindenden Geraden . . 191
Zwei Aggregatzustände eines Systems von zwei gleichartigen Theilchen 194
Bewegungen zweier elektrischen Theilchen, welche im Raume, in einer Richtung senkrecht auf die sie verbindende Gerade, ungleiche Geschwindigkeit besitzen 196
Aggregatzustände derselben 197
Keine Kreisbewegung derselben umeinander 198
Schwingungsdauer eines elektrischen Atomenpaares 199
Anwendbarkeit auf chemische Atomengruppen 201
Aggregatzustand und Schwingung zweier ungleichartigen elektrischen Theilchen 203
Über Ampère'sche Molecularströme 204
Bewegungen zweier ungleichartigen elektrischen Theilchen im Raume, unter Einfluss einer elektrischen Scheidungskraft 209
Elektrische Ströme in Conductoren 215
Über Thermomagnetismus 217
Helmholtz, über den Widerspruch zwischen dem Gesetze der elektrischen Kraft und dem Gesetze der Erhaltung der Kraft 220

VI.
Über das Aequivalent lebendiger Kräfte.

Einleitung 224
Princip der Erhaltung der Energie 226
Unterscheidung der Eigenschaften eines einzelnen Körpers oder Körpertheilchens und eines Paares. 226
Merkmale eines Grundgesetzes der Wechselwirkung 227
Zwei Arten von Aequivalenten einer lebendigen Kraft 228
Aequivalent der zweiten Art 230
Gesetz der Arbeitsfähigkeit unter der Voraussetzung, dass sie das Aequivalent der lebendigen Kraft sei. 232
Ableitung des Potentials aus der Arbeitsfähigkeit 234
Allgemeine Anwendung 235

VII.
Über die Bewegungen der Elektricität in Körpern von atomistischer Constitution.

Einleitung 237
Bemerkungen zu den in Abhandlung V aufgestellten elektrischen Grundgesetzen 238
Bemerkungen zu der in Abhandlung VI gegebenen Ableitung des Potentials aus der Arbeitsfähigkeit 242
Über C. Neumann's Ausdruck des Energiegesetzes 249
Über die gegen das Grundgesetz der elektrischen Wirkung erhobenen Bedenken 252
Identität der in allen Körpern enthaltenen beweglichen Theile, deren Bewegung Wärme, Magnetismus oder Galvanismus ist 259
Identität der von der elektromotorischen Kraft im Strome erzeugten lebendigen Kraft mit der vom Strome im Leiter erzeugten Wärme 261
Bewegung der Elektricität in Conductoren 264
Zweierlei Wärmeverbreitung in ponderabelen Körpern 268

Digitized by Google

Seite

Über die von Kohlrausch entwickelte Ansicht von der Thermo-Elektricität 269
Leitungswiderstand und Stromintensitäts-Maximum 274
Vertheilung der Elektricität in Conductoren 280

VIII.

Verallgemeinerung des Grundgesetzes der Elektrodynamik zum Fundamentalgesetz der Atomistik.

Das Energiegesetz als Grundgesetz der dynamischen Wechselwirkung überhaupt 285
Bestimmung der dynamischen Wechselwirkung aus dem Energiegesetze 286
Beweis, dass Körperwärme die lebendige Kraft der in allen magnetischen und diamagnetischen Körpern vorhandenen Molecularströme sei 288

Ergänzungen.

Introduction de la théorie des phénomènes électrodynamiques uniquement déduite de l'expérience par André-Marie Ampère 291
Über verschiedene Einrichtungen des Dynamometers von Wilhelm Weber 308
Anwendung des Dynamometers auf Intensitätsmessungen der Schallschwingungen von Wilhelm Weber 313
Elektrodiamagnetismus und Messung des Momentes eines Elektrodiamagnets von Wilhelm Weber 317
Versuche über die abstossende Wirkung eines Magnetpoles auf unmagnetische Körper von F. Reich 329
Über die diamagnetische Polarität von J. C. Poggendorff 334
Zurückführung der Stromintensitätsmessungen auf mechanisches Maass von R. Kohlrausch und Wilhelm Weber 338

Anhang.

Über einheitliche Maassesysteme von Wilhelm Weber 370
Die vier Briefe von Newton an Bentley 390
Sir David Brewster's Vertheidigung Newton's gegen eine ihm von Laplace zugeschriebene Geisteskrankheit 403
Newton als Vertreter der Atomistik und einer directen, durch kein materielles Medium vermittelten, Fernewirkung 419

Beilage.

Digitized by Google

ERSTES BUCH.

„*Causas rerum naturalium non plures admitti debere, quam quae et verae sint et earum phaenomenis explicandis sufficiant.*"

„Certe contra experimentorum tenorem somnia confingenda non sunt, nec a naturae analogia recedendum est, cum ea simplex esse soleat et semper sibi consona."

„*Et hoc est fundamentum philosophiae totius.*"

Isaac Newton.
Principia. Lib. III.

Digitized by Google

ABHANDLUNGEN

ZUR

ATOMISTISCHEN THEORIE

DER

ELEKTRODYNAMIK

VON

WILHELM WEBER.

„*Nequeunt enim ullo pacto phaenomena per vortices explicari.*"

Roger Cotes.

Praefatio in Newtonis Principia.

Digitized by Google

„L'époque que les travaux de Newton ont marquée dans l'histoire des sciences n'est pas seulement celle de la plus importante des découvertes que l'homme ait faites sur les causes des grands phénomènes de la nature; c'est aussi l'époque où l'esprit humain s'est ouvert une nouvelle route dans les sciences qui ont pour objet l'étude de ces phénomènes.

Jusqu'alors on en avait presque exclusivement cherché les causes dans l'impulsion d'un fluide inconnu qui entraînait les particules matérielles suivant la direction de ses propres particules; et partout où l'on voyait un mouvement révolutif, on imaginait un tourbillon dans le même sens.

Newton nous a appris que cette sorte de mouvement doit comme tous ceux que nous offre la nature, être ramenée, par le calcul, à des forces agissant toujours entre deux particules matérielles suivant la droite qui les joint, de manière que l'action exercée par l'une d'elles sur l'autre soit égale et opposée à celle que cette dernière exerce en même temps sur la première, et qu'il ne puisse, par conséquent, lorsqu'on suppose ces deux particules liées invariablement entre elles, résulter aucun mouvement de leur action mutuelle. C'est cette loi, confirmée aujourdhui par toutes les observations, par tous les calculs, qu'il exprima dans la dernier des trois axiomes qu'il plaça au commencement des *Philosophiae naturalis principia mathematica*."

„Newton fut loin de penser qu'une telle loi pût être inventée en partant de considérations abstraites plus ou moins plausibles. Il établit qu'elle devait être déduite des faits observés, ou plutôt de ces lois empiriques qui, comme celles de Kepler, ne sont que les résultats généralisés d'un grand nombre d'observations particulières. . . . . Telle est la marche qu'a suivie Newton."

Ampère.

Théorie des phénomènes electrodynamiques.

Digitized by Google

I.

UEBER EIN ALLGEMEINES GRUNDGESETZ DER ELEKTRISCHEN WIRKUNG

UND

DAS POTENTIAL

DER

ELEKTRODYNAMISCHEN ATOMISTIK.

[1846.]

[Poggendorff's Annalen Bd. LXXIII. p. 193 bis p. 240. — Vgl. Abhandlungen bei Begründung der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig 1846. Der folgende Abdruck aus Poggendorff's Annalen enthält einen von W. Weber selbst verfassten und mit Zusätzen bereicherten Auszug aus seiner grösseren Abhandlung. Aus letzterer sind nur der erste und letzte Artikel mit dem folgenden Auszuge vereinigt, in welchem Gegenstände von fundamentaler Bedeutung behandelt werden, die in der erwähnten Abhandlung nicht enthalten sind, so z. B. der Beweis von der Existenz eines Potentials des Weber'schen Gesetzes. Z.]

EINLEITUNG.

Es ist ein Vierteljahrhundert verstrichen, seitdem Ampère die Fundamente zur Elektrodynamik legte, einer Wissenschaft, welche die Gesetze des Magnetismus und Elektromagnetismus in ihren wahren Zusammenhang bringen und auf ein Grundprincip zurückführen sollte, gleichwie dies mit den Keplerschen Gesetzen durch Newton's Gravitationslehre geschehen ist. Vergleicht man nun aber die weitere Entwicklung, welche die Elektrodynamik gefunden, mit derjenigen der Newton'schen Gravitationslehre, so findet man einen grossen Unterschied in der bisherigen Fruchtbarkeit dieser beiden Grundprincipe. Die Newton'sche Gravitationslehre ist die Quelle geworden für unzählige neue Forschungen in der Astronomie, durch deren glänzende

Digitized by Google

Resultate alle Zweifel und Bedenken am höchsten Principe dieser Wissenschaft entfernt worden sind. Die Ampère'sche Elektrodynamik hat keine solche Resultate aufzuweisen; es lässt sich vielmehr behaupten, dass alle Fortschritte, welche seitdem wirklich gemacht worden sind, fast ganz unabhängig von Ampère's Theorie gewonnen worden sind, z. B. die Entdeckung der Induction und ihrer Gesetze von Faraday. Ist das Grundprincip der Elektrodynamik ein wahres Naturgesetz, wie das Gravitationsgesetz, so sollte man meinen, dass sich dasselbe hätte fruchtbarer beweisen müssen als Wegweiser zur Entdeckung und Erforschung der verschiedenen Klassen von Naturerscheinungen, welche davon abhängen oder damit zusammenhängen; ist aber jenes Grundprincip kein wahres Naturgesetz, so sollte man glauben, dass es bei dem Interesse und der vielseitigen Thätigkeit, welche in dem verflossenen 25jährigen Zeitraum gerade derjenige Theil der Physik gefunden hat, auf den es sich bezieht, längst schon hätte seine vollständige Widerlegung finden müssen. Der Grund, warum weder das eine noch das andere geschehen ist, liegt darin, dass zur Entwicklung der Dynamik kein solches Zusammenwirken der Erfahrung mit der Theorie stattfand, wie bei der weiteren Entwicklung der allgemeinen Gravitationslehre. Ampère, mehr Theoretiker als Experimentator, hatte die geringfügigsten Anzeigen der Erfahrung auf das Scharfsinnigste für sein System benutzt und demselben eine so feine Ausbildung gegeben, dass der rohe Zustand der Beobachtungen, auf die es sich zunächst bezog, zu jener ausgebildeten Theorie nicht mehr im rechten Verhältnisse stand. Die Elektrodynamik fordert, sei es zu ihrer festeren Begründung und Befruchtung, oder sei es zu ihrer Widerlegung, eine vollkommnere Technik der Beobachtungen, um in der Vergleichung von Theorie und Erfahrung auf speciellere Erörterungen genau eingehen zu können, und dadurch gleichsam der Seele der Theorie in den Beobachtungen ein angemessenes Organ zu schaffen, ohne dessen Entwicklung keine Entfaltung ihrer Kräfte möglich ist.

Die elektrischen Flüssigkeiten, wenn sie in den ponderabeln Körpern *bewegt* werden, verursachen Wechselwirkungen der *Molecüle dieser ponderabeln Körper*, von welchen alle galvanischen und elektrodynamischen Erscheinungen herrühren. Diese von den *Bewegungen* der elektrischen Flüssigkeiten abhängenden Wechselwirkungen *ponderabeler* Körper sind in *zwei* Klassen zu theilen, deren Unterscheidung für die genauere Erforschung der Gesetze wesentlich ist, nämlich: 1) in solche Wechselwirkungen, welche jene Molecüle auf einander

Digitized by Google

ausüben, wenn ihr gegenseitiger Abstand unmessbar klein ist, und die man mit dem Namen der galvanischen oder elektrodynamischen *Molecularkräfte* bezeichnen kann, weil sie im Innern der Körper statt finden, durch welche der galvanische Strom hindurch geht, und 2) in solche Wechselwirkungen, welche jene Molecüle auf einander ausüben, wenn ihr gegenseitiger Abstand messbar ist, und die man mit dem Namen der *aus der Ferne* (im umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Abstände) wirkenden galvanischen oder elektrodynamischen Kräfte bezeichnen kann. Diese letztern Kräfte wirken auch zwischen den Molecülen, die zwei verschiedenen Körpern angehören, z. B. zwei Leitungsdrähten. Man sieht leicht ein, dass zur vollständigen Erforschung der Gesetze der *ersten* Klasse von Wechselwirkungen eine genauere Kenntniss der *Molecularverhältnisse* im Innern ponderabler Körper nöthig ist, als man gegenwärtig besitzt, und dass man ohnedem nicht hoffen könne, die Untersuchung dieser Klasse von Wechselwirkungen durch Aufstellung vollständiger und allgemeiner Gesetze zum völligen Abschluss zu bringen. Anders verhält es sich dagegen mit der *zweiten* Klasse von galvanischen oder elektrodynamischen Wechselwirkungen, deren Gesetze an den Kräften erforscht werden können, welche zwei ponderable Körper, durch welche die elektrischen Flüssigkeiten sich bewegen, bei *abgemessener gegenseitiger Lage und Entfernung* auf einander ausüben, ohne dass es dabei nothwendig wäre, die inneren *Molecularverhältnisse* dieser ponderabeln Körper als bekannt voraus zu setzen.

Von diesen beiden Klassen von Wechselwirkungen, welche von Galvani und Ampère entdeckt worden sind, muss vor der Hand noch eine *dritte* Klasse ganz geschieden werden, nämlich die von Oersted entdeckte, der *elektromagnetischen* Wechselwirkungen, welche zwischen den Molecülen zweier *ponderabler* Körper in messbaren Abständen von einander statt finden, wenn in dem einen die elektrischen Flüssigkeiten bewegt, in dem andern dagegen die magnetischen Flüssigkeiten geschieden sind. Diese Unterscheidung der *elektromagnetischen* und *elektrodynamischen* Erscheinungen ist für die Aufstellung der Gesetze so lange nothwendig, als die von Ampère gegebene Vorstellung vom Wesen des Magnetismus die ältere und gewöhnlichere Vorstellung von der wirklichen Existenz magnetischer Flüssigkeiten nicht vollständig verdrängt hat. Ampère selbst drückt sich über den wesentlichen Unterschied, welcher zwischen diesen beiden Klassen von Wechselwirkungen zu machen sei, auf folgende Weise aus:

Digitized by Google

»Als Hr. Oersted,« sagt er S. 285 seiner Abhandlung*) »die Wirkung entdeckt hatte, welche der Leitungsdraht auf einen Magnet ausübt, konnte man in der That zu der Vermuthung sich bewogen finden, dass auch eine Wechselwirkung zweier Leitungsdrähte unter einander existiren möge; aber es war dies keine nothwendige Folge der Entdeckung jenes berühmten Physikers: denn ein weicher Eisenstab wirkt auch auf eine Magnetnadel, ohne dass jedoch irgend eine Wechselwirkung zwischen zwei weichen Eisenstäben statt fände. Konnte man nicht, so lange man blos die Thatsache der Ablenkung der Magnetnadel durch den Leitungsdraht kannte, annehmen, dass der elektrische Strom diesem Leitungsdrahte blos die Eigenschaft ertheilte, von der Magnetnadel auf ähnliche Art influencirt zu werden, wie das weiche Eisen von selbiger Nadel, was dazu hinreichte, dass er auf sie wirkte, ohne dass dadurch irgend eine Wirkung zwischen zwei Leitungsdrähten, wenn sie dem Einflusse magnetischer Körper entzogen wären, resultirte? Blos die Erfahrung konnte die Frage entscheiden: ich machte sie im Monat September 1820, und die Wechselwirkung Voltaischer Leiter war bewiesen.«

Ampère führt diese Unterscheidung in seiner Abhandlung consequent durch, indem er für nothwendig erklärt, dass die Gesetze der von ihm und von Oersted entdeckten Wechselwirkungen jede für sich besonders und vollständig aus der Erfahrung abgeleitet werden. Nachdem er von den Schwierigkeiten gesprochen, die Wechselwirkung der Leitungsdrähte genau zu beobachten, sagt er a. a. O. S. 183: »Es ist wahr, dass man auf keine solchen Hindernisse trifft, wenn man die Wirkung eines Leitungsdrahtes auf einen Magnet misst; aber dieses Mittel lässt sich nicht anwenden, wenn es sich um Bestimmung der Kräfte handelt, welche zwei Voltaische Leiter auf einander ausüben. In der That leuchtet ein, dass, wenn die Wirkung eines Leitungsdrahtes auf einen Magnet von einer andern Ursache herrührte, als der, welche bei zwei Leitungsdrähten statt findet, die über die erstere gemachten Erfahrungen in Beziehung auf die letztere gar nichts beweisen würden.«

Es leuchtet hieraus ein, dass, wenn auch in neuerer Zeit sehr viele schöne Untersuchungen in weiterer Verfolgung von Oersted's Entdeckung gemacht worden sind, doch hiermit noch nichts unmittelbar zur weitern Verfolgung von

*) Mémoire sur la théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques uniquement déduite de l'expérience. Mémoires de l'académie royale des sciences de l'institut de France. Année 1823.

Digitized by Google

Ampère's Entdeckung geschehen sei, und dass es hierzu eigener und besonderer Untersuchungen bedarf, an denen es bis jetzt noch sehr gemangelt hat.

Ampère's klassische Arbeit bezieht sich selbst nur zum kleineren Theile auf die Erscheinungen und Gesetze der Wechselwirkung der Leitungsdrähte unter einander, während der grössere Theil derselben der Entwickelung und Anwendung seiner darauf begründeten Vorstellung vom Magnetismus gewidmet ist. Auch hat er selbst durch seine Arbeit die Untersuchung der Erscheinungen und Gesetze der Wechselwirkung der Leitungsdrähte unter einander keineswegs als vollendet und abgeschlossen betrachtet, weder in experimenteller, noch in theoretischer Hinsicht, sondern hat auf dasjenige, was in beiden Beziehungen noch zu thun übrig bleibe, mehrfach aufmerksam gemacht.

Er giebt S. 181 der angeführten Abhandlung an, dass man auf zwei verschiedenen Wegen zu Werke gehen könne, um die Gesetze der Wechselwirkung der Leitungsdrähte unter einander *aus der Erfahrung* abzuleiten, von denen er nur den einen verfolgen könne, und giebt die Gründe an, die ihn abgehalten haben, auch den andern Weg einzuschlagen, wovon der wesentlichste im Mangel genauer *Messinstrumente* besteht, die frei seien von unbestimmbaren fremdartigen Einflüssen.

»Es giebt« sagt er a. a. O. S. 182 f., »ausserdem noch einen weit entscheidenderen Grund, nämlich die grenzenlosen Schwierigkeiten der Versuche, wenn man sich z. B. vorsetzen wollte, diese Kräfte durch die Zahl der Schwingungen eines ihrem Einflusse unterworfenen Körpers zu *messen*. Diese Schwierigkeiten rühren daher, dass, wenn man einen festen Leiter auf einen beweglichen Theil der Voltaischen Kette wirken lässt, diejenigen Theile des Apparates, welche nothwendig sind, um ihn mit der Säule in Verbindung zu setzen, auf diesen beweglichen Theil zugleich mit dem festen Leiter wirken und so die Resultate der Versuche stören.«

Eben so hat Ampère auch mehrfach darauf aufmerksam gemacht, was in *theoretischer* Hinsicht noch zu thun übrig bleibe. Z. B. sagt er, nachdem er gezeigt hat, dass es unmöglich sei, die Wechselwirkung der Leitungsdrähte unter einander aus einer bestimmten Vertheilung ruhender Elektricität in den Leitungsdrähten zu erklären, S. 299:

»Wenn man dagegen annimmt, dass die elektrischen Theilchen in den Leitungsdrähten, durch Einfluss der Säule in Bewegung gesetzt, fortwährend ihre Stelle wechseln, indem sie sich in jedem Augenblicke zu neutraler Flüssig-

Digitized by Google

keit vereinigen, sich wieder trennen und sogleich wieder mit andern Theilchen der Flüssigkeit der entgegengesetzten Art vereinigen, so liegt *kein Widerspruch* darin, anzunehmen, dass aus den Wirkungen im umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen, welche jedes Theilchen ausübt, eine Kraft zwischen zwei Elementen der Leitungsdrähte sich ergeben könne, welche nicht allein von ihrem Abstande abhänge, sondern auch von den Richtungen der beiden Elemente, nach welchen die elektrischen Theilchen sich bewegen, sich mit Molecülen der entgegengesetzten Art vereinigen und sich im folgenden Augenblicke trennen, um sich wieder mit andern zu vereinigen. Gerade von diesem Abstande und von diesen Richtungen, und zwar ausschliesslich von denselben, hängt aber die Kraft ab, welche sich dann entwickelt und von der die in dieser Abhandlung auseinander gesetzten Versuche und Rechnungen mir den Werth gegeben haben.«

»Wenn es *möglich* wäre,« fährt Ampère S. 301 fort, »indem man von dieser Betrachtung ausginge, nachzuweisen, dass die Wechselwirkung zweier Elemente in der That der Formel proportional wäre, durch die ich sie dargestellt habe, so würde diese Erklärung des Fundamentalfactums der ganzen Theorie der elektrodynamischen Erscheinungen offenbar jeder andern vorgezogen werden müssen; sie würde aber Untersuchungen fordern, mit denen ich mich zu beschäftigen keine Zeit gehabt habe, eben so wenig, wie mit den noch schwierigeren Untersuchungen, denen man sich unterziehen müsste, um zu erkennen, ob die entgegengesetzte Erklärung, wonach man die elektrodynamischen Erscheinungen den von den elektrischen Strömen dem Aether mitgetheilten Bewegungen zuschreibt, zu der nämlichen Formel führen könne.«

Weder Ampère hat nun aber diese Untersuchungen weiter fortgesetzt, noch sind bisher von Andern darüber weitere Untersuchungen, weder von experimenteller, noch theoretischer Seite veröffentlicht worden, und die Wissenschaft hat auf diesem Gebiete seit Ampère stille gestanden, mit Ausnahme der durch Faraday's Entdeckung hinzugekommenen Inductionserscheinungen galvanischer Ströme in einem Leitungsdrahte, in dessen Nähe ein galvanischer Strom verstärkt, geschwächt, oder versetzt wird. Diese Vernachlässigung der Elektrodynamik seit Ampère ist nicht als Folge davon zu betrachten, dass man der von Ampère entdeckten Fundamentalerscheinung weniger Wichtigkeit, als den von Galvani und Oersted entdeckten, beigelegt hätte, sondern sie ist die Folge von der Scheu vor den grossen Schwierigkeiten der Versuche,

Digitized by Google

welche mit den bisherigen Mitteln und Wegen sehr schwer auszuführen und keiner so mannichfaltigen und scharfen Bestimmungen fähig waren, wie die elektromagnetischen. Diese Schwierigkeiten für die Zukunft zu beseitigen, ist der Zweck der hier vorzulegenden Arbeit, in der ich mich hauptsächlich auf die Betrachtung der rein galvanischen und elektrodynamischen Wechselwirkungen *in die Ferne* beschränken werde.

Ampère hat seine mathematische Theorie der elektrodynamischen Erscheinungen in der Ueberschrift seiner Abhandlung als *einzig aus der Erfahrung abgeleitet* bezeichnet, und man findet in der Abhandlung selbst die sinnreiche einfache Methode ausführlich entwickelt, welche er zu diesem Zwecke angewandt hat. Man findet darin die von ihm gewählten Versuche und ihre Bedeutung für die Theorie ausführlich erörtert und die Instrumente zu ihrer Ausführung genau und vollständig beschrieben; doch fehlt es an einer genauen Beschreibung der Versuche selbst. Bei solchen Fundamentalversuchen genügt es aber nicht, den Zweck derselben anzugeben und die Instrumente zu beschreiben, womit sie gemacht werden, und im Allgemeinen blos die Versicherung beizufügen, dass sie von dem erwarteten Erfolge begleitet gewesen seien, sondern es ist auch nöthig, in das Detail der Versuche selbst genauer einzugehen und anzugeben, wie oft jeder Versuch wiederholt, welche Abänderungen gemacht worden, und welchen Einfluss letztere gehabt haben, kurz, protocollmässig alle Data mitzutheilen, welche zur Begründung eines Urtheils über den Grad der Sicherheit oder Gewissheit des Resultates beitragen. Solche nähere Angaben über die Versuche hat Ampère nicht mitgetheilt, und es mangeln dieselben auch jetzt noch zur Vervollständigung eines directen thatsächlichen Beweises der elektrodynamischen Fundamentalgesetze. Die Thatsache der Wechselwirkung der Leitungsdrähte im Allgemeinen ist zwar durch häufig wiederholte Versuche ausser Zweifel gesetzt; aber nur mit solchen Mitteln und unter solchen Umständen, wo an keine *quantitativen* Bestimmungen gedacht werden konnte, geschweige, dass diese Bestimmungen eine Schärfe erreicht hätten, welche nothwendig ist, um das Gesetz jener Erscheinungen als erfahrungsmässig bewiesen zu betrachten.

Nun hat zwar Ampère häufiger von dem *Ausbleiben* elektrodynamischer Wirkungen, welches er beobachtet hatte, eine ähnliche Anwendung gemacht, wie von Messungen, die das Resultat $= 0$ ergeben hätten, und hat durch diesen Kunstgriff mit grossem Scharfsinne und vieler Geschicklichkeit die noth-

Digitized by Google

wendigsten Grunddata und Prüfungsmittel für seine theoretischen Combinationen zu gewinnen gesucht, was in Ermangelung besserer Data nicht anders möglich war; solchen *negativen* Erfahrungen, wenn sie auch einstweilen die Stelle mangelnder *positiver* Messungsresultate vertreten müssen, kann aber keineswegs der ganze Werth und die volle Beweiskraft zugeschrieben werden, welche die letzteren besitzen, wenn sie nicht selbst mit solchen Hülfsmitteln und unter solchen Verhältnissen gewonnen worden sind, mit denen und unter welchen auch wahre Messungen sich ausführen lassen, was mit den von Ampère gebrauchten Instrumenten nicht möglich war.

Man betrachte z. B. den Versuch genauer, welchen Ampère als den dritten Fall des Gleichgewichts S. 194 ff. seiner Abhandlung beschreibt, wo ein metallischer Kreisbogen auf zwei metallischen mit Quecksilber gefüllten Rinnen liegt, wovon die eine den galvanischen Strom zuführt, die andere ihn ableitet, und wo ausserdem noch dieser Kreisbogen durch ein Charnier an einen Hebel befestigt ist, der ihn mit einer verticalen, zwischen Spitzen drehbaren Welle verbindet*). Ampère hat nun beobachtet, dass jener Kreisbogen, während ein galvanischer Strom durch ihn hindurchgeht, auf seinen Unterlagen nicht verschoben werde, wenn man einen geschlossenen Strom darauf wirken lasse, vorausgesetzt, dass der Mittelpunkt des Kreisbogens in die Axe der verticalen Welle falle, an welche der Kreisbogen befestigt ist. Man sieht aber leicht ein, dass, um den Kreisbogen zu bewegen, eine vierfache Reibung überwunden werden müsse, nämlich die Reibung an den beiden Unterlagen, auf welchen der Kreisbogen Fig. 1. Taf. II. AA' bei B und B' aufliegt, und die Reibung in den beiden Spitzen G und H, in welchen die verticale Welle sich dreht. Man weiss ferner, dass die mit den stärksten galvanischen Strömen, die man darstellen kann, hervorgebrachten elektrodynamischen Kräfte auf einen einfachen Draht, wie der durchströmte Theil des Bogens BB' ist, so schwach sind, dass der Draht höchst beweglich sein müsse, um überhaupt eine wahrnehmbare Wirkung zu zeigen. Man würde hiernach zu erwarten geneigt sein, dass jener Kreisbogen sich zwar in dem Falle nicht verschiebe, wo sein Mittelpunkt in der Drehungsaxe liege, dass aber auch im entgegengesetzten Falle, wo sein Mittelpunkt mit der Drehungsaxe nicht zusammenfällt, keine Verschie-

*) Die an dieser Stelle gegebene Beschreibung des Ampère'schen Instrumentes ist fortgelassen, da dieselbe später im Originaltext mitgetheilt wird. (S. Anhang Taf. II, Fig. 1.)

Digitized by Google

bung eintreten werde, weil nämlich die eben erwähnte vierfache Reibung einen viel zu grossen Widerstand entgegensetze. Ampère sagt nun jedoch a. a. O. S. 196: »Lorsqu'au moyen de la charnière *O* on met l'arc dans une position telle que son centre soit hors de l'axe *GH*, cet arc prend un mouvement et glisse sur le mercure des augets *M*, *M'* en vertu de l'action du courant curviligne fermé qui va de *R'* en *S*. Si au contraire son centre est dans l'axe, il reste immobile.« Man vermisst hierbei, dass Ampère das offenbare Hinderniss jener vierfachen Reibung nicht erwähnt und nicht einmal ausdrücklich sagt, dass er die Bewegung des excentrischen Kreisbogens selbst gesehen und beobachtet habe. Abgesehen aber von dem Zweifel, der hieraus gegen die wirkliche Beobachtung des Factums etwa erhoben werden könnte, und vorausgesetzt, Ampère habe unter den beschriebenen Verhältnissen die Verschiebung des Kreisbogens selbst gesehen und sich auch versichert, dass dieselbe wirklich die Wirkung *elektrodynamischer* Kräfte gewesen, welche stark genug waren, um alle entgegenstehenden Hindernisse zu besiegen; so ist damit noch keineswegs gesagt, bei welcher Excentricität des Kreisbogens diese Bewegung eingetreten sei und innerhalb welcher *Grenzen* sie *nicht* statt gefunden habe. Ohne Bestimmung solcher Grenzen kann aber diesem Versuche keine volle Beweiskraft zugeschrieben werden. Mir ist nicht bekannt geworden, ob dieser Versuch von andern Physikern seit jener Zeit mit Erfolg wiederholt und genauer beschrieben worden sei; doch lässt sich so viel wohl mit Sicherheit übersehen, dass auch im günstigsten Falle nur bei grossen Excentricitäten die Verschiebung statt gefunden, woraus sich aber nicht mit Sicherheit abnehmen lässt, dass die elektrodynamische Kraft genau senkrecht auf die Elemente des Kreisbogens wirke.

Ich habe durch diese Bemerkungen über Ampère's Versuche nur darthun wollen, dass die elektrodynamischen Gesetze in diesen ohne nähere Details mitgetheilten Versuchen keinen genügenden Beweis gefunden haben, und warum ich glaube, dass ein solcher Beweis auch durch Beobachtungen mit Ampère's Instrumenten nicht gegeben werden könne, sondern dass es dazu Beobachtungen mit genauen Messinstrumenten bedarf, an denen es bisher noch gebricht. Wenn man sich, trotz des Mangels eines directen thatsächlichen Beweises von der Richtigkeit der von Ampère aufgestellten Gesetze überzeugt hält, so beruht diese Ueberzeugung auf Gründen, die jenen directen Beweis keineswegs überflüssig machen. Elektrodynamische Messungen bleiben daher

Digitized

schon darum wünschenswerth, um diesen mangelnden directen Beweis zu liefern.

In der That erscheint es bei dem allgemeinen Bestreben, alle Naturerscheinungen nach Zahl und Maass zu bestimmen, und dadurch eine von der sinnlichen Anschauung oder blossen Schätzung unabhängige Grundlage für die Theorie zu gewinnen, wunderbar, dass in der Elektrodynamik gar kein Versuch dieser Art gemacht worden sei; mir ist aber weder von feinen, noch von groben Messungen der Wechselwirkung zweier Leitungsdrähte unter einander irgend etwas bekannt geworden. Ich glaube um so mehr, den ersten Versuch, den ich zu solchen Messungen gemacht habe, hier vorlegen zu dürfen. Dabei hoffe ich zu beweisen, dass diese elektrodynamischen Messungen noch in ganz andern Beziehungen Wichtigkeit und Bedeutung besitzen, als zum Beweise der elektrodynamischen Fundamentalgesetze, dadurch nämlich, dass sie die Quelle zu ganz neuen Untersuchungen werden, zu denen sie allein nur geeignet sind und die ohnedem gar nicht ausgeführt werden könnten.

I.

BESCHREIBUNG DES ELEKTRODYNAMOMETERS.

Das hier zu beschreibende Instrument eignet sich zu feinen Beobachtungen und Maassbestimmungen der elektrodynamischen Kräfte, und dieser Vorzug vor den älteren von Ampère angegebenen beruht wesentlich auf folgender Einrichtung.

Die beiden galvanischen Leiter, deren Wechselwirkung beobachtet werden soll, bestehen in zwei dünnen mit Seide übersponnenen Kupferdrähten, welche, wie Multiplicatoren, ringförmig in den äusseren Höhlungen zweier cylindrisch geformter Rahmen aufgewunden sind. Der eine dieser beiden Ringe umschliesst einen freien Raum, welcher gross genug ist, damit der andere Ring darin Platz finden und frei sich bewegen könne.

Geht nun durch die Drähte beider Ringe ein galvanischer Strom, so übt der eine auf den andern ein Drehungsmoment aus, welches am grössten ist, wenn die Mittelpunkte beider Ringe zusammenfallen, und wenn die beiden

Digitized by Google

Ebenen, denen die Windungen beider Ringe parallel sind, einen rechten Winkel mit einander bilden. Der gemeinschaftliche Durchmesser beider Ringe ist die Drehungsaxe Diese gegenseitige Stellung beider Ringe ist ihre normale Stellung, welche sie in dem Instrumente erhalten. Dazu kommt noch, dass der gemeinschaftliche Durchmesser beider Ringe, oder ihre Drehungsaxe, eine verticale Lage erhält, damit die Drehung in horizontaler Ebene erfolge.

Derjenige von diesen beiden Ringen, welcher gedreht werden soll, muss nun aber zum Zweck der Zuleitung und Ableitung des Stromes in leitende Verbindung mit zwei unbeweglichen Leitern gebracht werden, und es besteht die Hauptaufgabe des Instrumentes darin, diese Verbindungen auf solche Weise zu bewirken, dass die Drehung des Ringes auch beim geringsten Anstosse in keiner Weise beeinträchtigt werde, wie dies der Fall ist, wenn diese Verbindungen durch zwei Spitzen hergestellt werden, die in zwei mit Quecksilber gefüllte Metallschälchen eintauchen, in welchen die beiden unbeweglichen Leiter endigen, wie es von Ampère geschah. Statt dieser Verbindungen, welche wegen der unvermeidlichen Reibungen durchaus keine freie Drehung des Ringes gestatten, werden nun hier zwei lange dünne Verbindungsdrähte gebraucht, welche mit ihren oberen Enden an zwei festen Metallhaken, in welchen die beiden unbeweglichen Leiter endigen, mit ihren unteren Enden am Rahmen des Ringes befestigt sind, und daselbst mit den Drahtenden des Ringes fest verbunden werden. An diesen beiden Verbindungsdrähten hängt der Ring frei herab, und jeder Draht trägt das halbe Gewicht des Ringes, wodurch beide Drähte gleichmässig gespannt werden.

Diese beiden Verbindungsdrähte vermitteln also den Uebergang des galvanischen Stromes von dem einen der beiden unbeweglichen Leiter zu dem Ringe, und zurück zu dem andern unbeweglichen Leiter, und sie leisten diesen Dienst, ohne dass dabei die geringste Reibung die Drehung des Ringes beeinträchtigte.

Diese Verbindungsdrähte leisten aber noch mehr, indem sie bewirken, dass jeder Drehung des Ringes um einen bestimmten Winkel ein bestimmtes Drehungsmoment entspricht, welches diesen Winkel zu verkleinern sucht, und dem Sinus des Drehungswinkels proportional ist, wodurch ein Maassstab für alle Drehungsmomente gebildet wird, mit dessen Hülfe jedes andere auf den Ring wirkende Drehungsmoment gemessen werden kann. Es geschieht dies nach den nämlichen einfachen Gesetzen, welche Gauss für das Bifilar-

Digitized by Google

Magnetometer zuerst entwickelt hat. Dieser Maassstab lässt sich endlich nach Belieben und Bedürfniss feiner oder gröber machen, je nachdem die beiden Verbindungsdrähte einander genähert oder von einander entfernt werden.

Diese Art der Aufhängung, weil sie mit gar keiner Reibung verbunden ist, hindert nun auch nicht, das Gewicht des aufgehangenen Ringes zu vergrössern, was nur nicht grösser sein darf, als das, was die beiden Verbindungsdrähte zu tragen vermögen. Es kann daher ein sehr langer Draht in sehr vielen Windungen auf dem Ringe aufgewunden, und dadurch eine sehr starke Multiplication der galvanischen Kraft gewonnen werden. Ausserdem kann dieser drehbare Ring ohne Nachtheil auch mit einem Spiegel belastet werden, welcher an der Drehung Theil nimmt, und hier ebenso wie beim Gauss'schen Magnetometer zu feinen Winkelmessungen benutzt werden kann; denn nach Ausschluss der Reibung steht auch hier der Anwendung feiner optischer Beobachtungsmittel kein Hinderniss entgegen.

Was die Construction des Instrumentes im Einzelnen betrifft, wie dasselbe jetzt von Herrn Mechanikus Leyser in Leipzig in grosser Vollkommenheit ausgeführt wird, möge hier die Erklärung eingeschaltet werden, die Herr Leyser selbst davon gegeben hat, und die sich auf die ebenfalls von ihm gezeichneten Abbildungen Taf. I, Fig. 1—10 bezieht. Das Instrument ist *Elektrodynamometer* genannt worden.

Fig. 1, Taf. I, stellt das Rähmchen dar, bestimmt, die im Multiplicator schwebende Rolle zu tragen, in diagonaler Richtung gesehen. Dieses Rähmchen besteht aus zwei runden elfenbeinernen Scheiben *aa* und *aa*, die auf zwei elfenbeinerne Schienen *bb'* und *bb'* genietet sind; ihre Entfernung wird durch eine kleine elfenbeinerne Walze *c* bestimmt. Diese Walze ist hohl, so dass ein metallener Bolzen hindurch gebracht und mit einer Schraube jene Scheiben mit ihren Schienen an den Enden der Walze festgezogen werden können, wodurch eine Rolle gebildet wird, bereit zur Aufnahme des Drahtes. Der Anfang des aufzuwindenden Drahtes geht durch das Löchelchen *d* zur Weiterführung ins Freie. Ist der Draht auf diese Rolle gebracht und das Ende mit Seide fest verbunden, so werden die metallenen Träger *eee* und *eee'* der Rolle an den Enden der erwähnten Schienen befestigt und zwar: der eine Träger *eee'*, an welchen der Spiegel *ff* in *g* anzuschrauben ist, wird in *b'b'* angenietet; der andere Träger *eee* aber, an welchen das Gegengewicht *hh* auf die Schraube *i* zu schrauben ist, wird in *bb* angeschraubt, so dass dieser Träger sich um

Digitized by Google

diese Schrauben *bb* zurück in die Richtung von *bb'* schlagen lässt, damit die ganze Rolle bequem in den Multiplicator gebracht werden kann. — Der Anfang der Rolle, welcher vorhin durch die Oeffnung *d* ins Freie geführt war, wird nun ein Stückchen längs der Schiene *bb'* nach *b'* zu geleitet, bis ihm der Umfang der Rolle gestattet, bei *k* wieder ins Innere des Rähmchens zu gelangen, und dann hinauf an den Träger des Spiegels zu gehen, wo er durch ein Schräubchen *m'* oberhalb des Befestigungspunktes des Spiegels mit dem Träger in metallene Berührung kommt. Ebenso wird das Ende der Rolle mit dem andern Träger durch das Schräubchen *m* in metallene Berührung gebracht; jedoch muss dieses Ende reichlich sein, damit der Träger beim Zurückschlagen nicht gehindert werde. Schraubt man nun noch den Spiegel *ff* in *g* und sein Gegengewicht *hh* in *i* an, so ist die Rolle zum Einhängen in den Multiplicator an den bifilaren Metallfäden geschickt. Zu diesem Zwecke endigen beide Träger der Rolle bei *e* und *e'* in Haken oder Ypsilon, und die bifilaren Metallfäden sind nach unten in Verbindung mit einem kleinen elfenbeinernen Querbalken *ll* versehen, welcher nach jedem Ende zu in ein Metallblättchen und dieses wieder in ein metallenes Cylinderchen ausläuft, welche letzteren in genannte Haken oder Ypsilon der Träger einpassen und somit die Rolle aufnehmen. Die bifilaren Metallfäden *no* und *n'o'* sind mit dem Querbalken *ll* auf folgende Weise verbunden. Der Anfang *n* des Fadens *no* ist mit einem Schräubchen auf das metallene Blättchen *r* befestigt, geht dann ein Stückchen nach *l* hin und durch ein Löchelchen am Ende des Blättchens unterhalb des Querbalkens *ll* nach dessen Mitte *p* zurück, wo er durch eine kleine Oeffnung wieder oberhalb des Querbalkens tritt und weiter noch als nach *o* geführt werden kann. Ebenso, nur entgegengesetzt, ist der Faden *n'o'* geführt, doch hat jeder in der Mitte *p* des Querbalkens *ll* seine eigene Oeffnung, durch die er tritt, die zwar einander sehr nahe liegen, durch das Elfenbein aber dennoch getrennt und isolirt sind. Auf die Mitte dieses Querbalkens kann, bevor noch die Metallfäden *no* und *n'o'* eingezogen worden, der Zeiger oder Index *qq* gesetzt werden.

Fig. 2 zeigt in geometrischer Seitenansicht die schwebende Rolle aufgewunden an den Querbalken gebracht, mit Spiegel und Gegengewicht versehen, an den bifilaren Metallfäden schwebend. Der Zeiger ist nur in seiner sehr schmalen Vorderansicht zu bemerken.

Fig. 3 stellt die Rolle dar, senkrecht auf die Spiegelfläche gesehen, die

Digitized by Google

Haken oder Ypsilon, so wie der Zeiger, über den Scalenblättchen *cc* schwebend, tritt hier am deutlichsten hervor.

Fig. 4 bietet die Ansicht von oben herab, wo Querbalken und Zeiger ein rechtwinkliges Kreuz bilden.

Um den weiteren Weg der bifilaren Metallfäden bis zu ihrer Befestigung zu verfolgen, dient Fig. 5, der Deutlichkeit wegen im doppelten Maassstabe der übrigen Figuren und im verticalen Durchschnitt dargestellt. Die bifilaren Metallfäden gehen hier von *o* und *o'* weiter hinauf, in einem messingenen Rohre eingeschlossen, sind um die metallenen beweglichen Röllchen *a* und *a'* geschlungen und endlich an der elfenbeinernen Rolle *B* in *b* und *b'* um drehbare Stiftchen befestigt. An diesen Stiftchen oder kleinen Walzen können die Fäden vermittelst eines Schlüsselchens auf- oder abgewunden werden, je nachdem das Auf- oder Abwinden von der Last der schwebenden Rolle erfordert wird; die Röllchen *a* und *a'* werden sich bei jeder dieser Operationen drehen müssen. Die elfenbeinerne Rolle *B* selbst aber kann mit der Gabel und Schraube *ee* vermittelst der Kopfmutter *ff* hinauf- oder hinabgeschraubt werden, und sonach die schwebende Rolle in die für den Multiplicator, in dessen Mitte sie schweben soll, passende Stellung gebracht werden. Zugleich stellt sich die Rolle *B*, welche in der Gabel *ee* um den Zapfen *m* drehbar ist, ins Gleichgewicht, sobald nämlich die schwebende Rolle frei an den bifilaren Metalldrähten herabhängt, da diese Drähte eben in *b* und *b'* wie an den Enden eines Hebels wirken, der in *m* seinen Drehpunkt hat. Sonach vertheilt sich die Last der schwebenden Rolle auf beide Fäden gleichmässig. — Um auch die bifilaren Drähte einander nähern oder von einander entfernen zu können, sind die Röllchen *a* und *a'* in breiten Gabeln gefasst, welche, wie Figur zeigt, in Schrauben enden, mittelst deren sie zwischen zwei durch verticale Schraffirung angedeutete metallene Blättchen mit den Müttern *cc* und *c'c'* einander genähert oder von einander entfernt werden können. Die Mütter *cc* und *c'c'* sind in eine Art Büchsen eingepasst, auf der Zeichnung durch schräge Schraffirung angedeutet, in denen sie durch einen Stift befestigt, in ihrer Drehung jedoch ungehindert sind. — Das Röllchen *a* sammt seiner Gabel und Schraube, Blättchen und Mutter *cc* ist von dem Röllchen *a'* sammt seiner Gabel und Schraube, Blättchen und Mutter *c'c'* dennoch isolirt, indem die sie ober- und unterhalb verbindenden, in der Mitte durchbohrten Kreisscheiben *dd* und *d'd'* von Elfenbein sind. Um die Weiterleitung der bifilaren Metalldrähte nach

Digitized by Google

aüssen bequem anzubringen, endigen die Mütter *cc* und *c'c'* in trompetenförmigen Ausläufern, wie Figur zeigt, um welche ein dreifach gewundener Draht *gg* und *g'g'* herabhängt. Ein galvanischer Strom wird darnach folgenden Weg nehmen: Tritt derselbe bei *g* ein, so geht er nach *g* hinauf, theilt sich der Schraubenmutter *cc* und dem Röllchen *a* mit, geht den Faden hinab nach *o*; von *o* geht er (Fig. 2) weiter hinab durch die Mitte *p* des Querbalkens, dann nach dessen Ende *r*, wo er durch die metallene Berührung mit dem Träger denselben hinabgeht und bei *m* in das Ende der Rolle selbst tritt, durch deren Windungen er läuft, bei *d* wieder herauskommt, durch *k* aber bei *m'* in den andern Träger übergeht, von *r'* längs des Querbalkens nach dessen Mitte *p* geführt wird, und durch diese nach *o'* hinauf; von *o'* geht der Strom (Fig. 5) wieder über das andere Röllchen *a'* in die Mutter *c'c'* und gelangt endlich in den andern Ableitungsdraht *g'g'*. Es muss also der Strom, um aus dem einen Ableitungsdraht *gg* in den andern *g'g'* zu gelangen, die schwebende Rolle nothwendig durchlaufen, da der Draht von *g* bis *g'* überall isolirt ist. — Um die Torsion der bifilaren Metalldrähte aufzuheben, ist dieser ganze obere Theil des Instruments bis *hh* und *h'h'* horizontal drehbar und mit einem Torsionskreise nebst Index versehen, wie dieses in den Figg. 6 und 7 deutlicher bei *hh'* zu sehen ist.

Figg. 7 und 8 sind ohne Durchschnitt, und passt Fig. 6 zu Fig. 3. — Fig. 7 zeigt die Rolle *B* nebst der Gabel und Schraube *ee'* von Fig. 5 deutlicher; *ii* sind hier zwei Schrauben, um die Rolle *B* beim Transporte des Instruments zu arretiren, da sonst die bifilaren Fäden leicht Schaden nehmen könnten.

Wir gehen nun zu Fig. 8 über, welche den unteren Theil des Instruments sammt dem Multiplicator und dem Fussgestelle von Serpentinstein im verticalen Durchschnitte zeigt. Man erkennt hier zunächst Fig. 3, an den bifilaren Metalldrähten *o* und *o'* aufgehängt, aber ebenfalls im verticalen Durchschnitte. Die Buchstaben *mm* zeigen den Durchschnitt des Multiplicators, gewunden auf eine messingene mit hölzernen Seitenwänden versehene Trommel, in deren Höhlung die schwebende Rolle *R* sich befindet. Diese hölzernen Seitenwände tragen die Röhre, in der die bifilaren Fäden herabkommen, so wie auch an ihnen die beiden Scalen für den Zeiger befestigt sind.

Fig. 10, eine Ansicht von oben herab auf das Instrument, zeigt die Scale

Digitized by Google

und die metallene Platte, an der die Röhre befestigt ist, genauer. Die Seitenwände dieses Multiplicators sind in Verbindung mit einem kupfernen Streifen, der vermittelst zweier Kopfmütter an zwei entsprechenden Schrauben mit dem obern Theile *nn* des Serpentinfusses vereinigt werden kann. Dieser Theil *nn* ist mit seinem Zapfen drehbar in dem unteren Theile des Serpentinfusses und wird durch den Metallbolzen *r* mit demselben durch die Schraube *x* zusammengehalten. — Da, wie Fig. 8 zeigt, sowohl Spiegel als Gegengewicht zu den hölzernen Seitenwänden des Multiplicators hervorragen, so ist das Ganze gegen die störende Einwirkung von Luftzug durch einen cylindrischen Holzmantel geschützt, und derselbe auf den hohen Kanten der hölzernen Seitenwände des Multiplicators befestigt. In der Richtung des Spiegels zum Gegengewichte jedoch ist dieser cylindrische Mantel abgeplattet, so dass eine freie Durchsicht durch die Höhlung des Multiplicators gestattet ist. Beliebig zu schliessen oder zu öffnen ist die dem Spiegel zugekehrte platte Seite dieses Mantels durch eine hölzerne Platte, die aber, um den Spiegel benutzen zu können, mit einem planparallelen Glase *s* versehen ist. Die andere dem Gegengewichte zugekehrte platte Seite des Mantels ist ganz mit einer Glasplatte beliebig zu verschliessen oder zu öffnen. Sonach kann man also die schwebende Rolle bei geschlossenen Seitenwänden des Mantels dennoch sehen, ihr freies Schweben in der Höhlung des Multiplicators beobachten und mit den drei Stellschrauben des Serpentinfusses reguliren. Auch von oben herab, über der Theilung, ist der Mantel durch zwei in metallenen Nuthen gegen einander schiebbare Glasplatten geschlossen, welche halbkreisförmig in der Mitte ausgeschnitten sind, um das Rohr, in denen die bifilaren Drähte herabhängen, zwischen sich durchzulassen. In Fig. 8 zeigt *vv* die Glasplatte zur Seite; *v'w* die Holzplatte mit dem planparallelen Glase *s* zur andern Seite; *vv'* ist eine der oberen Glasplatten; *k* und *k* bezeichnen Oehsen, durch die die Leitungsdrähte *gg* und *g'g'* aus Fig. 5 oder Fig. 6 herabkommen; diese Drähte sind in diesen Oehsen befestigt, damit sie nicht ihrer ganzen Länge nach schlaff umherhängen; sie endigen in Stiften oder kleinen Cylindern.

Fig. 9 zeigt ebenfalls einen verticalen Durchschnitt, aber unter rechtem Winkel von Fig. 8; *m* ist der Multiplicator, *R* die in demselben schwebende Rolle im Durchschnitte gesehen. An den Seiten des Mantels erblickt man vier metallene Knöpfchen mit *uu'zz'* bezeichnet. Diese Knöpfchen sind kreuzweise durchbohrt, und das vom Mantel entferntere Loch mit einer Schraube ver-

Digitized by Google

sehen, von der inneren Seite des Mantels aus mit einer andern Schraube an demselben befestigt. Zwei dieser Knöpfchen *u* und *u'* sind mit dem Ende und Anfang des Multiplicators in metallener Berührung, so dass ein Strom aus dem Knopf *u* durch den Multiplicator hindurch in den Knopf *u'* und umgekehrt gelangen kann. Die beiden andern Knöpfchen *z* und *z'* sind ganz isolirt, alle vier Knöpfchen aber für den Wechsel der Ströme und sonstige Combinationen höchst zweckmässig. In dieser Figur sieht man auch den Zeiger über den Scalenblättchen schweben, so wie in Fig. 3, wo der Mantel weggenommen gedacht ist.

Verfolgen wir nun einmal den Gang eines galvanischen Stromes, welcher am Knöpfchen *u* in das Instrument geleitet wird, so geht derselbe von *u* durch den Multiplicator *m* und nach *u'*; steckt man jetzt den Leitungsdraht *g' g'* mit seinem metallenen cylindrischen Ende in dieses Knöpfchen, so geht der Strom in *g' g'* hinauf und Fig. 5 nach der Mutter *c' c'* über das Röllchen *a'*, dann hinab in das Innere der Röhre nach *o'*, von da, Fig. 2, von *o'* durch die Mitte *p* des Querbalkens nach *r' m' k d* durch die schwebende Rolle nach *mrpo* und Fig. 5 nach *o* hinauf über das Röllchen *a* in die Mutter *cc*, nach dem zweiten Leitungsdraht *gg* und, Fig. 9, durch *gg* herab in das Knöpfchen *z*, wo dann die Leitung in die andere der beiden erregenden Oberflächen übergeht.

Das Instrument lässt sich, vermittelst des oberen drehbaren Theiles vom Serpentinfusse, nach jeder beliebigen Seite eines Saales oder Zimmers richten.

Alle Figuren sind ein Viertel der Lineargrösse des Elektrodynamometers, mit Ausnahme von Fig. 5, welche Figur die Hälfte beträgt.

Der Draht auf der schwebenden Rolle besitzt 200 Meter, der des Multiplicators 300 Meter Länge; ersterer bildet ungefähr 1200 Umwindungen, letzterer nur 900. Die Länge der bifilaren Drähte, welche sehr fein von Silber und ausgeglüht sind, beträgt vom Querbalken bis zu den Röllchen *a a'* ein halbes Meter.

Der Preis des Instruments stellt sich auf 70 Thaler Preuss. Courant.

Digitized by Google

2.

BEOBACHTUNGEN ZUM BEWEISE DES GRUNDPRINCIPS DER ELEKTRODYNAMIK.

Die folgenden Beobachtungen sind nicht mit demjenigen Instrumente gemacht worden, was eben beschrieben worden ist. Jedoch ist es nicht nöthig, die hierzu gebrauchten Instrumente besonders zu beschreiben, da sie blos in Nebendingen, welche weniger bequem geordnet waren, abweichen. Nur eine wesentliche Modification an dem einen Instrumente ist hervorzuheben, nämlich die, dass der Multiplicator, welcher nach obiger Beschreibung eine unveränderliche Stellung einnimmt, bei welcher sein Mittelpunkt mit dem Mittelpunkte der bifilar aufgehängten Rolle zusammenfällt, so beweglich eingerichtet worden war, dass er in jede beliebige Lage zu der schwebenden Rolle gebracht werden konnte, um die Beobachtungen auf alle Lagenverhältnisse der beiden galvanischen Leiter, welche auf einander wirken, zu erstrecken. Wenn nun diese beiden Leiter zwei Ringe bilden, von denen der eine den andern umschliessen kann, und bei dem eben beschriebenen Instrumente der innere kleinere Ring bifilar aufgehangen wurde, um gleichsam statt Galvanometernadel zu dienen, während der äussere grössere Ring fest stand und den Multiplicator bildete, so war es dagegen zu dem angeführten Zwecke nothwendig, die umgekehrte Einrichtung zu treffen und den äusseren grösseren Ring bifilar aufzuhängen, um den inneren kleineren Ring als Multiplicator zu gebrauchen, weil nur dann die Stellung des Multiplicators beliebig verändert werden konnte, ohne mit der bifilaren Aufhängung in Conflict zu kommen. Man übersieht leicht, dass die äussere Rolle wegen ihrer Grösse ein grösseres Trägheitsmoment habe, was eine grössere Schwingungsdauer zur Folge hat; doch lässt sich dieser Einfluss durch eine veränderte Anordnung der bifilaren Suspension, wenn es nöthig ist, leicht compensiren.

Was die Beobachtungen selbst betrifft, so ist noch zu bemerken, dass, um die Resultate mit einander vergleichen zu können, die Intensität des Stromes, welcher durch die beiden Leiter des Dynamometers ging, gleichzeitig mit der Dynamometerbeobachtung von einem zweiten Beobachter an einem Galvano-

Digitized by Google

meter genau gemessen wurde. Es war dies nöthig, weil auf die Unveränderlichkeit der Stromintensität während einer grösseren Reihe von Versuchen, auch wenn man sich der sogenannten constanten Säule von Grove oder Bunsen bedient, keineswegs gebaut werden kann.

Als erste Probe wurden nun zunächst drei Ströme von verschiedener Intensität, nämlich von 3, 2 und 1 Grove'schen Becher, durch die beiden Leiter des Dynamometers geführt und die gleichzeitigen Ablenkungen des Dynamometers und des Galvanometers beobachtet. Nach den erforderlichen Reductionen wurden für die Ablenkungen beider Instrumente folgende Mittelwerthe erhalten:

Zahl der Grove'schen Becher	Ablenkungen des Dynamometers	Ablenkungen des Galvanometers
3	440,038	108,426
2	198,255	72,398
1	50,915	36,332

Diese Beobachtungen sind so reducirt, dass die ersteren ein Maass der elektrodynamischen Kraft geben, mit welcher die beiden Leiter des Dynamometers auf einander wirken, wenn durch beide Ströme von gleicher Intensität geführt werden, die letzteren aber ein Maass von dieser Stromintensität selbst geben.

Bezeichnet man nun die Dynamometerbeobachtungen mit δ, die Galvanometerbeobachtungen mit γ, so ergiebt sich:

$$\gamma = 5{,}15534 \,.\, \sqrt{\delta};$$

denn berechnet man hiernach die Werthe von γ aus den beobachteten Werthen von δ, so erhält man der Reihe nach:

$$108{,}144, \qquad 72{,}589, \qquad 36{,}786,$$

welche von den beobachteten Werthen von γ kleinere Differenzen, als verbürgt werden können, zeigen, nämlich:

$$-0{,}282, \qquad +0{,}191, \qquad +0{,}454.$$

Die elektrodynamische Kraft der Wechselwirkung zweier Leitungsdrähte, durch welche Ströme von gleicher Intensität gehen, ist also dem Quadrate dieser Intensität proportional, ganz so, wie es in dem Grundprincip der Elektrodynamik vorausgesetzt wird.

Digitized by Google

Hierauf folgte nun eine grössere Versuchsreihe zur Erforschung der Abhängigkeit der elektrodynamischen Kraft, mit welcher die beiden Leitungsdrähte des Dynamometers wechselseitig auf einander wirken, von der gegenseitigen Lage und Entfernung dieser Drähte.

Hierzu war nun die Einrichtung getroffen, dass der eine Leitungsdraht, nämlich der Multiplicator, in beliebige Lagen gegen den andern, nämlich gegen den bifilar aufgehangenen Ring, gebracht werden konnte, indem letzterer den grösseren Ring bildete, welcher den ersteren kleineren umschloss.

Beide Ringe wurden stets in solche Lage gebracht, dass ihre Axen in einer und derselben Horizontalebene lagen und einen rechten Winkel mit einander bildeten.

Der Abstand der beiden Ringe wurde nach dem Abstande ihrer Mittelpunkte von einander bestimmt und also $= 0$ gesetzt, wenn die Mittelpunkte beider Ringe zusammenfielen.

War dies letztere nicht der Fall, so musste ausser der Grösse des Abstandes beider Mittelpunkte auch noch der Winkel bestimmt werden, welchen die beide Mittelpunkte verbindende Grade mit der Axe des bifilar aufgehangenen Ringes bildete, wodurch die Richtung definirt wurde, nach welcher der Mittelpunkt des Multiplicators von dem Mittelpunkte des bifilar aufgehangenen Ringes entfernt worden war. Es wurden dazu die vier Cardinalrichtungen gewählt, für welche jener Winkel die Werthe 0°, 90°, 180° und 270° erhielt, d. h. wenn die Axe des bifilar aufgehangenen Ringes, gleich der Axe einer Magnetnadel, nach dem magnetischen Meridiane orientirt war, so wurde der Mittelpunkt des Multiplicators von dem Mittelpunkte jenes Ringes bald nach der Richtung des Meridians, *nördlich* oder *südlich*, bald nach der Richtung senkrecht gegen den magnetischen Meridian, *östlich* oder *westlich*, entfernt. In jeder dieser verschiedenen Richtungen wurde der Multiplicator successive in verschiedene Entfernungen von dem aufgehangenen Ringe gebracht.

Dieses System der Anordnung verschiedener Lagen und Entfernungen der beiden Leitungsdrähte des Dynamometers entspricht, wie man leicht sieht, genau dem Systeme der Anordnung verschiedener Lagen und Entfernungen der beiden Magnete, welche Gauss seinen Messungen zum Grunde gelegt hat, um das Grundprincip des Magnetismus zu erweisen. Der bifilar aufgehangene Ring vertritt hierbei die Stelle der Gauss'schen Magnetnadel, der Multiplicator die Stelle des Gauss'schen Ablenkungsstabes. Der einzige wesentliche Unter-

Digitized by Google

schied ist der, dass die Wechselwirkung der Magneten nur aus der Ferne beobachtet werden konnte, folglich bei den magnetischen Beobachtungen der Fall ausgeschlossen war, wo die Mittelpunkte beider Magnete zusammenfielen, während bei den elektrodynamischen Messungen, von denen hier die Rede ist, das System noch durch den Fall, wo die Mittelpunkte beider Ringe zusammenfielen, vervollständigt werden konnte.

Gleichzeitig mit den am Dynamometer gemachten Beobachtungen wurde von einem andern Beobachter an einem Galvanometer die Intensität des Stromes gemessen, welcher durch die beiden Ringe des Dynamometers ging. Durch diese Hülfsbeobachtungen war es möglich, alle am Dynamometer gemachten Beobachtungen nach dem oben bewiesenen Gesetze, dass die elektrodynamische Kraft dem Quadrate der Stromintensität proportional ist, auf gleiche Stromintensität zu reduciren und dadurch die erhaltenen Resultate vergleichbar zu machen.

Folgende Tafel giebt in kurzer Uebersicht die reducirten Mittelwerthe, welche für die verschiedenen Fälle erhalten wurden. In der ersten verticalen Columne ist der Abstand der Mittelpunkte der beiden Ringe des Dynamometers, in der Ueberschrift der Columnen ist die Richtung angegeben, welche die beide Mittelpunkte verbindende Grade mit der nach dem magnetischen Meridian orientirten Axe des bifilar aufgehangenen Ringes bildet.

Abstand in Mm.	Nördlich 0°	Oestlich 90°	Südlich 180°	Westlich 270°
0	22960	22960	22960	22960
300	77,16	189,24	77,06	190,62
400	34,78	77,61	34,77	77,28
500	18,17	39,37	18,30	39,16
600	—	22,53	—	22,38

Man sieht leicht, dass in dem Falle, wo die Mittelpunkte der beiden Ringe des Dynamometers zusammenfallen oder ihr Abstand = 0 ist, der Unterschied wegfällt, welcher auf der Verschiedenheit der Richtung beruht, nach welcher der Multiplicator von dem bifilar aufgehangenen Ringe entfernt werde. Das für diesen Fall erhaltene Resultat konnte daher in obiger Tafel in den verschiedenen Columnen nur wiederholt werden.

Digitized by Google

Ferner zeigt obige Tafel, dass die für gleichen Abstand in entgegengesetzten, um 180° verschiedenen Richtungen erhaltenen Resultate so weit mit einander übereinstimmen, als die Beobachtungen verbürgt werden können.

Diese Werthe, einander gleich gesetzt und dafür ihr Mittel genommen, geben nach Verwandlung der Scalentheile in Grade, Minuten und Secunden folgende Tafel:

R	v	v'
0,3	0° 49′ 22″	0° 20′ 3″
0,4	0 20 8	0 9 2
0,5	0 10 12	0 4 44
0,6	0 5 50	—

worin dieselbe Bezeichnung gebraucht ist, deren sich Gauss in der *Intensitas vis magneticae* etc. (Ann. 1833, Bd. 28, S. 604) in der Zusammenstellung der magnetischen Beobachtungen bedient hat.

Nach dem Grundprincipe der Elektrodynamik sollen sich nun hier wie dort die Tangenten der Ablenkungswinkel v und v' nach den fallenden ungeraden Potenzen des Abstandes R entwickeln lassen, und zwar soll

$$\text{tang } v = aR^{-3} + bR^{-5}$$
$$\text{tang } v' = \tfrac{1}{2}aR^{-3} + cR^{-5}$$

gesetzt werden können, wo a, b, c aus den Beobachtungen zu bestimmende Constanten sind. Setzt man nun in unserem Falle

$$\text{tang } v = 0{,}0003572\,R^{-3} + 0{,}000002755\,R^{-5}$$
$$\text{tang } v' = 0{,}0001786\,R^{-3} - 0{,}000001886\,R^{-5},$$

so ergiebt sich folgende Tafel *berechneter* Ablenkungen und deren Unterschiede von den *beobachteten*:

R	v	Unterschied	v'	Unterschied
0,3	0° 49′ 22″	0″	0° 20′ 4″	— 1″
0,4	0 20 7	+ 1	0 8 58	+ 4
0,5	0 10 8	+ 4	0 4 42	+ 2
0,6	0 5 49	+ 1		

Digitized by Google

In dieser Uebereinstimmung der berechneten Werthe mit den beobachteten findet sich also eine der allgemeinsten und wichtigsten Consequenzen des Grundprincips der Elektrodynamik bestätigt, *dass nämlich für die elektrodynamischen Wirkungen in die Ferne gleiche Gesetze gelten wie für die magnetischen.*

Bei dieser Anwendung der magnetischen Gesetze auf die elektrodynamischen Beobachtungen musste von letzteren der Fall ausgeschlossen werden, wo die Mittelpunkte der beiden Ringe des Dynamometers zusammenfallen. Auch werden bei dieser Uebertragung der magnetischen Gesetze auf die elektrodynamischen Beobachtungen die Werthe dreier Constanten aus den Beobachtungen selbst abgeleitet, was nicht nöthig ist, wenn man auf das Grundprincip der Elektrodynamik selbst zurückgeht und daraus unmittelbar berechnet, welche Resultate die Beobachtungen darnach hätten geben sollen.

Aus dem Grundprincip der Elektrodynamik wird nun mit hinreichender Annäherung

1) für den Fall, wo die die Mittelpunkte beider Ringe verbindende Gerade mit der Axe des bifilar aufgehangenen Ringes zusammenfällt,

wenn m den Halbmesser des Multiplicatorringes, n den Halbmesser des bifilar aufgehangenen Ringes und a den Abstand der Mittelpunkte beider Ringe bezeichnet, und Kürze halber

$$\frac{mm}{aa+nn} = vv, \qquad \frac{nn}{aa+nn} = ww, \qquad \frac{4aa+nn}{16(aa+nn)} = f, \qquad \frac{8a^4+aann+n^4}{64(aa+nn)^2} = g$$

geschrieben wird, das *elektrodynamische Drehungsmoment gefunden, welches der Multiplicatorring auf den bifilar aufgehangenen Ring ausübt, wenn durch beide Ringe ein Strom von der Intensität* $= i$ *geht*, nämlich:

$$= -\frac{\pi\pi}{2} v^3 nn\, ii\, .\, S,$$

wo S folgende Reihe bezeichnet:

$$\begin{aligned} S = &+\left[\tfrac{1}{3} - ww\right] \\ &-\tfrac{3}{2}\left[\tfrac{3}{5} - ww - (3-7ww)f\right]vv \\ &+\tfrac{15}{8}\left[\tfrac{5}{7} - ww - 2(5-9ww)f + 3(5-11ww)g\right]v^4 \\ &-\tfrac{35}{16}\left[\tfrac{7}{9} - ww - 3(7-11ww)f + 11(7-13ww)g\right]v^6 \\ &+\tfrac{315}{128}\left[\tfrac{9}{11} - ww - 4(9-13ww)f + 26(9-15ww)g\right]v^8 \\ &- \text{etc.} \end{aligned}$$

Digitized by Google

Setzt man hierin die aus unmittelbarer Abmessung bekannten Werthe, in Millimetern:

$$m = 44{,}4, \qquad n = 55{,}8$$

und successive $a = 300, \quad 400, \quad 500,$

so erhält man für die gesuchten Drehungsmomente folgende drei mit $\pi\pi ii$ zu multiplicirende Werthe:

$$-1{,}4544, \qquad -0{,}6547, \qquad -0{,}3452.$$

Ebenso findet man

2) für den Fall, wo die die Mittelpunkte beider Ringe verbindende gerade Linie mit der Axe des bifilar aufgehangenen Ringes rechtwinklig ist,

wenn m, n, a dieselbe Bedeutung haben, und

$$\frac{mm}{aa+nn} = vv, \qquad \frac{aa}{aa+nn} = f, \qquad \frac{nn}{aa+nn} = 4gvv$$

geschrieben wird, das gesuchte Drehungsmoment

$$= +\pi v^3 nnii.S',$$

wo S' folgende Reihe bezeichnet:

$$\begin{aligned} S' = {} & +\tfrac{1}{3} \\ & -\tfrac{3}{2}\left[\tfrac{1}{5} - \tfrac{10}{3}fg\right]vv \\ & +\tfrac{15}{8}\left[\tfrac{1}{7} + \tfrac{2}{5}(1-14f)g + 42ffgg\right]v^4 \\ & -\tfrac{35}{16}\left[\tfrac{1}{9} + \tfrac{3}{7}(2-18f)g - \tfrac{54}{5}(1-11f)fgg - 572f^3g^3\right]v^6 \\ & +\tfrac{315}{128}\left[\tfrac{1}{11} + \tfrac{4}{9}(3-22f)g + \tfrac{12}{7}(1-22f+143ff)gg \right. \\ & \qquad \left. + \tfrac{1144}{5}(1-10f)ffg^3 + \tfrac{24310}{3}f^4g^4\right]v^8 \\ & -\text{etc.} \end{aligned}$$

Setzt man hierin für m und n die angegebenen Werthe und successive $a = 300$, 400, 500, 600, so erhält man für die gesuchten Drehungsmomente folgende mit $\pi\pi ii$ zu multiplicirende Werthe:

$$+3{,}5625, \qquad +1{,}4661, \qquad +0{,}7420, \qquad +0{,}4267.$$

Digitized by Google

Endlich findet man

3) für den Fall, wo die Mittelpunkte beider Ringe zusammenfallen,

wenn m den Halbmesser des Multiplicators, n' und n'' den kleinsten und grössten Halbmesser des bifilar aufgehangenen Ringes bezeichnet, das gesuchte Drehungsmoment:

$$= \frac{\pi\pi m^3}{n''-n'} ii \left[\frac{1}{3} \log\text{nat} \frac{n''}{n'} + \frac{9}{160}\left(\frac{1}{n''n''-n'n'}\right) mm - \frac{225}{14336}\left(\frac{1}{n''^4} - \frac{1}{n'^4}\right) m^4 \right.$$
$$\left. + \frac{6125}{884736}\left(\frac{1}{n''^6} - \frac{1}{n'^6}\right) m^6 + \frac{694575}{184549376}\left(\frac{1}{n''^8} - \frac{1}{n'^8}\right) m^8 + \ldots \right]$$

Setzt man hierin die aus unmittelbarer Abmessung bekannten Werthe, in Millimetern:

$$m = 44{,}4\,, \qquad n' = 50{,}25\,, \qquad n'' = 61{,}35\,,$$

so erhält man für das gesuchte Drehungsmoment folgenden mit $\pi\pi ii$ zu multiplicirenden Werth:

$$+ 442{,}714\,.$$

Dieser Werth erleidet noch eine Verkleinerung etwa um $\frac{1}{29}$, wenn man darauf Rücksicht nimmt, dass nicht sämmtliche Windungen jedes der beiden Ringe in einer Ebene lagen, was in diesem Falle wegen der Nachbarschaft derselben grösseren Einfluss hat, als in den übrigen Fällen. Obiger Werth reducirt sich dadurch auf

$$+ 427{,}45\,.\,\pi\pi ii\,.$$

Die hier berechneten Zahlencoefficienten sollten nun den beobachteten Werthen proportional sein und durch Multiplication mit $\pi\pi ii$, wenn die Stromintensität i nach dem den obigen Messungen zum Grunde liegenden Maasse ausgedrückt wurde, gleich werden.

In der That erhält man, wenn man sämmtliche berechneten Zahlencoefficienten mit 53,06 multiplicirt und sie dann nach Analogie der beobachteten Werthe ordnet, folgende Tafel der berechneten Werthe und deren Unterschiede von den beobachteten.

Digitized by Google

Abstand in Mm.	Nördl. oder südl. 0° oder 180°	Unterschied	Oestl. oder westl. 90° oder 270°	Unterschied
0	+22680,00	+280,00	+22680,00	+280,00
300	189,03	+ 0,90	77,17	— 0,06
400	77,79	— 0,34	34,74	+ 0,03
500	39,37	— 0,10	18,31	— 0,07
600	22,64	— 0,18		

In dieser Vergleichung von Theorie und Erfahrung ist der einzige Factor 53,06 aus den Beobachtungen abgeleitet worden, und es ist dies blos darum geschehen, weil dieser Factor aus unmittelbaren Abmessungen sich nicht genau genug bestimmen liess. Die directe Bestimmung dieses Factors beruht auf der Ermittelung des Verhältnisses desjenigen Maasses der Stromintensität, welches der gebrauchten Galvanometerscale zum Grunde lag, zu demjenigen absoluten Maasse, auf welches sich der theoretische Ausdruck bezieht. Die zur Ermittelung dieses Verhältnisses nothwendigen Abmessungen liessen sich, weil keine besonderen Vorkehrungen dafür getroffen waren, nicht sämmtlich mit der erforderlichen Genauigkeit ausführen. In der That ist jedoch jener Factor beiläufig so gut als die Umstände es gestatteten, durch directe Abmessung wirklich bestimmt und = 49,5 gefunden worden. Auch dieses Resultat gewährt eine Uebereinstimmung mit dem rückwärts aus den Beobachtungen abgeleiteten, welche nach den Umständen nicht grösser erwartet werden konnte.

3.

BEOBACHTUNGEN ZUR ERWEITERUNG DES GEBIETS ELEKTRODYNAMISCHER UNTERSUCHUNGEN.

A. Beobachtung der Volta-Induction.

Wird der bifilar aufgehangene Ring des Dynamometers in Schwingung versetzt, während durch ihn selbst oder durch den Multiplicatorring oder durch beide zugleich ein Strom geleitet wird, so ist jene Bewegung eine *inducirende*, durch die ein Strom in dem Leiter, durch welchen kein Strom ging, erregt wird, oder durch die der durch diesen Leiter gehende Strom verändert wird. Diese Erregungsart der Ströme heisst *Volta-Induction*. Die inducirende Be-

Digitized by Google

wegung, d. i. die Geschwindigkeit des schwingenden Ringes, wird jederzeit durch die Wechselwirkung der durch Volta-Induction erregten mit den durch die Ringe geleiteten Strömen verkleinert oder *gedämpft*. Diese von der Volta-Induction *bewirkte Dämpfung* des schwingenden Ringes lässt sich genau beobachten, und zugleich lässt sich auch die Bewegung des schwingenden Ringes selbst, welche die Volta-Induction *verursacht*, genau bestimmen, und diese doppelte Benutzung des Dynamometers gewährt die nothwendigen Data zur näheren Erforschung der Gesetze der Volta-Induction.

Der in sich geschlossene bifilar aufgehangene Ring wurde in so grosse Schwingung gesetzt, als die Scale zu beobachten gestattete, und darauf seine Schwingungen von 0 an gezählt, so lange bis sie für genaue Beobachtungen zu klein wurden. Während dieser Zählung wurde von Zeit zu Zeit die Grösse des Schwingungsbogens gemessen. Diese Versuche wurden *zuerst* unter dem Einfluss der Volta-Induction gemacht, indem der Strom von drei Grove'schen Bechern durch den Multiplicatorring geleitet wurde, *sodann* wurden die nämlichen Versuche, nach Entfernung der Grove'schen Becher, ohne Volta-Induction wiederholt.

Mit Volta-Induction		Ohne Volta-Induction	
Zählung der Schwingungen	Schwingungsbogen	Zählung der Schwingungen	Schwingungsbogen
0.	764,10	0.	650,80
9.	679,14	14.	601,43
18.	604,05	25.	564,90
35.	484,15	52.	485,28
47.	414,60	82.	409,62
57.	365,50	109.	353,08
74.	292,27	134.	306,70
85.	253,30	163.	261,08
103.	200,80	189.	226,33
118.	165,56	212.	198,68
130.	141,37	232.	178,26
143.	119,33	254.	157,98
157.	100,49	284.	134,17
179.	75,59	309.	116,30
196.	60,58	328.	105,25
210.	50,08	369.	83,68
		387.	75,45

Digitized by Google

Es ergiebt sich aus der Vergleichung, dass die Abnahme der Grösse des Bogens, welche ohne den Einfluss der Induction von einer Schwingung zur andern im Mittel den 180. Theil betrug, unter Mitwirkung der Induction auf den 77. Theil stieg.

Substituirt man dem Multiplicatorringe mit dem durchgeleiteten Strome einen in elektromagnetischer Beziehung äquivalenten Magnet, so findet man die Abnahme des Bogens eben so gross, d. h. die Magneto-Iduction dieses Magneten gleich der Volta-Induction des Stromes im Multiplicator.

Aus diesen Versuchen lässt sich auch die Geschwindigkeit ableiten, welche die inducirende Bewegung haben muss, wenn die Intensität des inducirten Stromes der des inducirenden gleich sein soll.

B. Bestimmung der Dauer momentaner Ströme nebst Anwendung auf physiologische Versuche.

Wenn die Intensität eines *fortdauernden* constanten Stromes bestimmt werden soll, so kann man sich dazu sowohl des Galvanometers (der Sinus- oder Tangenten-Bussole), als auch des Dynamometers bedienen; ist es aber ein Strom blos von *momentaner* Dauer, dessen Intensität bestimmt werden soll, so reicht die Beobachtung eines von jenen beiden Instrumenten nicht hin, weil die beobachtete Ablenkung nicht blos von der Intensität des Stromes, sondern auch von der Dauer desselben abhängt. Es ist daher nothwendig, um die Intensität des Stromes zu erfahren, auch seine Dauer zu bestimmen.

Die beiden Instrumente, nämlich das Galvanometer und Dynamometer, ergänzen nun einander so, dass wenn derselbe momentane Strom durch beide hindurchgeht und die dadurch hervorgebrachte Ablenkung beider Instrumente beobachtet wird, aus diesen beiden Beobachtungen sowohl die Dauer als auch die Intensität des momentanen Stromes bestimmt werden kann. Es gründet sich diese wechselseitige Ergänzung darauf, dass die beobachtete Ablenkung beider Instrumente von der Dauer des momentanen Stromes auf gleiche Weise abhängt, nämlich derselben proportional ist, dagegen aber von der Intensität des Stromes nicht auf gleiche Weise abhängt, weil die Ablenkung des Galvanometers der Stromintensität proportional ist.

s und ς bezeichne die Schwingungsdauer des Galvanometers und Dynamometers;

Digitized by Google

e' und ε' bezeichne die Ablenkung, in welcher beide Instrumente verharren, wenn durch beide derselbe fortdauernde constante Strom von der Intensität i' geht;

e und ε bezeichne dagegen die Elongationsweite, zu welcher beide Instrumente infolge eines momentanen Stromes von der Dauer Θ und von der Intensität i gelangen; so ergiebt sich zur Bestimmung der *Dauer* Θ folgende Gleichung:

$$\Theta = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{ss}{\varsigma} \cdot \frac{\varepsilon'}{e'e'} \cdot \frac{ee}{\varepsilon},$$

zur Bestimmung der *Intensität* des Stromes i aber folgende Gleichung:

$$i = \frac{\varsigma}{s} \cdot \frac{e'}{\varepsilon'} \cdot i' \cdot \frac{\varepsilon}{e}.$$

s, ς, e', ε', i', e und ε sind hierin durch Beobachtung bestimmbare Grössen.

Diese Verbindung des Dynamometers mit dem Galvanometer ist von besonderer Wichtigkeit in der Physiologie zur genaueren Erforschung der Nervenerregung durch galvanische Ströme. Denn es zeigt sich dabei, dass zumal Sinnesnerven durch fortdauernde Ströme schnell abgestumpft werden, und dass daher zu solchen Versuchen häufig momentane Ströme angewendet werden müssen. Die beobachteten Sinneseindrücke hängen dann aber weniger von der Dauer des Stromes als von seiner Intensität ab, und es ist nothwendig, beide zu kennen.

C. Wiederholung des Ampère'schen Fundamentalversuchs mit gemeiner Elektricität und Messung der Dauer des elektrischen Funkens bei Entladung einer Leidener Flasche.

Aus dem Vorhergehenden ergiebt sich, dass die Wirkung eines Stromes auf das Dynamometer mehr von der Intensität des Stromes, deren Quadrate sie proportional ist, als von der Dauer der Stromes, der sie einfach proportional ist, abhängt. Hieraus folgt, dass auch eine kleine Quantität Elektricität, wenn sie in recht kurzer Zeit durch das Dynamometer geführt wird, so also, dass sie zwar einen Strom von sehr kurzer Dauer aber sehr grosser Intensität bildet, eine wahrnehmbare Wirkung hervorbringen werde. Dies ist nun der Fall, wenn man die geringe Quantität Elektricität, welche sich in einer Leidener Flasche oder Batterie ansammeln lässt, bei der Entladung durch das Dynamo-

Digitized by Google

meter führt. Hierdurch wurde es möglich, den bisher nur mit starken galvanischen Säulen gemachten Ampère'schen Fundamentalversuch auch mit gemeiner Elektricität darzustellen.

Wurde dieselbe, in Leidener Flaschen angesammelte, Elektricität, welche durch das Dynamometer geführt wurde, noch ausserdem durch ein Galvanometer geleitet und die dadurch in beiden Instrumenten hervorgebrachte Elongation gemessen, so konnte daraus nach den oben gegebenen Regeln die Dauer des Stromes, d. i. die Dauer des elektrischen Funkens bei der Entladung der Leidener Flasche, und zugleich die Intensität des Stromes bestimmt werden, vorausgesetzt, dass man den Strom während seiner kurzen Dauer als gleichförmig betrachten dürfe.

Es ist bekannt, dass man bei solchen Versuchen die Entladung der Leidener Flaschen durch eine nasse Schnur bewirkt, um zu verhindern, dass die Entladung, statt durch die dünnen Drähte der beiden Instrumente, durch die Luft erfolge.

Auf diese Weise wurde eine Versuchsreihe gemacht, wo die Entladung einer Batterie von acht Flaschen durch eine nasse hanfene Schnur von sieben Millimetern Dicke und verschiedener Länge bewerkstelligt wurde, woraus sich folgende Resultate ergaben:

Länge der Schnur Millimeter	Dauer des Funkens Secunden
2000	0,0851
1000	0,0345
500	0,0187
250	0,0095.

Die Dauer des Funkens war hiernach der Länge der Schnur nahezu proportional; denn die beobachtete Dauer des Funkens ist:

Secunden
0,0816 + 0,0035
0,0408 — 0,0063
0,0204 — 0,0017
0,0102 — 0,0007.

Hierin ist der erste Theil der Funkendauer der Länge der Schnur genau proportional, der zweite Theil aber ist so klein, dass er auf Rechnung der Beobachtungsfehler, welche hierbei unvermeidlich waren, gesetzt werden kann.

Digitized by Google

Man sieht leicht, dass hiermit das von Wheatstone gefundene Resultat, wonach die Dauer des Funkens bei Entladungen durch blos metallische Leiter gegen die hier gefundene Dauer verschwindend klein ist, in vollkommenem Einklange steht.

D. Anwendungen des Dynamometers auf Intensitätsmessungen der Schallschwingungen.

Bei einem schnellen Wechsel positiver und negativer Ströme in einem Leitungsdrahte verwandelt sich die Strombewegung der Elektricität in eine *Schwingung*. Eine solche Schwingung der Elektricität lässt sich aber mit einem Galvanometer (z. B. mit einer Sinus- oder Tangentenbussole) nicht beobachten, weil hier die Wirkungen der auf einander folgenden entgegengesetzten Schwingungen sich aufheben.

Anders verhält es sich aber bei einem Dynamometer, in dessen beiden Ringen die Richtung der Schwingung immer gleichzeitig wechselt und die beobachtete Ablenkung dem Quadrate der Stromintensität proportional ist. Es ergiebt sich nämlich hieraus von selbst, dass der gleichzeitige Wechsel der Richtung in beiden Ringen keinen Einfluss auf die Wirkung habe, weil beim Dynamometer von einem durch beide Ringe geleiteten negativen Strom eine Ablenkung nach derselben Seite hervorgebracht wird, wie von einem durch beide Ringe geleiteten positiven Strom. Ob die Ablenkung des Dynamometers nach der einen oder nach der andern Seite geschieht, hängt nicht wie beim Galvanometer von der Richtung des durchgehenden Stromes, sondern blos von der Verbindung der Drahtenden beider Ringe ab.

Nun lässt sich aber eine elektrische Schwingung in einem Leitungsdrahte durch einen stählernen magnetisirten Klangstab leicht hervorbringen, wenn ein Theil des Leitungsdrahtes als Inductorring das frei schwingende Ende des Klangstabes so umgiebt, dass die Richtung der Schwingungen gegen die Ebene der Drahtwindungen senkrecht ist. Alle Schwingungen des Klangstabes nach der einen Seite induciren dann im Drahte positive Ströme, alle Schwingungen nach der andern Seite negative Ströme, die so schnell auf einander folgen, wie die Schallschwingungen selbst.

Sind nun die Drahtenden des Inductorringes mit den Drahtenden des Dynamometers verbunden, so beobachtet man eine Ablenkung des letzteren

Digitized by Google

während der Schwingung des Klangstabes, die sich genau messen lässt. Diese Ablenkung bleibt so lange unverändert, als die Intensität der Schallschwingungen unverändert bleibt, nimmt aber schnell ab bei abnehmender Intensität der Schallschwingungen, und beträgt, wenn die Amplitude der Schallschwingungen auf die Hälfte herabgesunken ist, nur noch den vierten Theil.

Das Dynamometer bietet auf diese Weise ein Hülfsmittel, die Intensität der Schallschwingungen zu messen, welches von Wichtigkeit ist, weil es noch sehr an geeigneten Methoden für diese Messungen gebricht.

Ausser den bisher betrachteten auf den Gebrauch des Dynamometers begründeten Untersuchungen giebt es noch andere, welche in der Folge behandelt werden sollen, wobei auch einige Modificationen in der Construction dieses Instruments für besondere Zwecke genauer erörtert werden sollen.

4.

ÜBER DEN ZUSAMMENHANG DES GRUNDPRINCIPS DER ELEKTRODYNAMIK MIT DEM DER ELEKTROSTATIK.

[Ableitung des Grundgesetzes der elektrodynamischen Atomistik. Beweis, dass die Wechselwirkung zweier materiellen Punkte nach diesem Gesetze ein Potential besitzt und daher dem Principe von der Erhaltung der Kraft genügt. Z.]

Das Grundprincip der Elektrostatik ist, dass wenn zwei elektrische (positive oder negative) Massen, welche durch e und e' bezeichnet werden, in der Entfernung r von einander sich befinden, die Grösse der Kraft, mit welcher beide Massen auf einander wechselseitig wirken, durch den Ausdruck

$$\frac{ee'}{rr}$$

gegeben sei, und zwar, dass Abstossung oder Anziehung stattfinde, je nachdem dieser Ausdruck einen positiven oder negativen Werth hat.

Das Grundprincip der Elektrodynamik ist dagegen folgendes: Wenn zwei Stromelemente von der Länge α und α' und der Intensität i und i' in der Entfernung $= r$ von einander so liegen, dass die Richtungen, nach denen sich die positive Elektricität in beiden Elementen bewegt, mit einander den Winkel ϵ und mit der verbindenden Gerade die Winkel Θ und Θ' einschliessen, so wird

Digitized by Google

die Grösse der Kraft, mit welcher beide Stromelemente auf einander wechselseitig wirken, durch den Ausdruck

$$-\frac{\alpha\alpha' ii'}{rr}\left(\cos\varepsilon - \frac{3}{2}\cos\Theta\cos\Theta'\right)$$

bestimmt, und zwar Abstossung oder Anziehung, je nachdem dieser Ausdruck einen positiven oder negativen Werth hat. Die Seite 27 und 28 entwickelten Ausdrücke für das von einem Ringe des Dynamometers auf den andern ausgeübte Drehungsmoment sind sämmtlich aus diesem Grundprincipe abgeleitet.

Von den beiden angeführten Grundprincipen bezieht sich das *erstere* auf zwei elektrische Massen und deren Wechselwirkung, das *letztere* auf zwei Stromelemente und deren Wechselwirkung. Ein innerer Zusammenhang zwischen beiden kann nur dadurch erzielt werden, dass man auch in den Stromelementen auf die Betrachtung der elektrischen Massen, welche in den Stromelementen sich befinden, und ihre Wechselwirkung zurückgeht.

Es fragt sich also zunächst, was für elektrische Massen in den beiden Stromelementen enthalten seien, und von welchen gegenseitigen Verhältnissen dieser Massen ihre gegenseitigen Wechselwirkungen abhängen können.

Bezeichnet man mit e die Masse der positiven Elektricität, welche in einem der Längeneinheit gleichen Stücke des Leitungsdrahtes enthalten ist, und folglich mit αe die Masse der positiven Elektricität, welche in dem Stromelemente, dessen Länge $= \alpha$ ist, enthalten ist, und bezeichnet ferner u die Geschwindigkeit, mit welcher diese Masse sich bewegt, so drückt das Product eu diejenige Masse positiver Elektricität aus, welche während der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Leitungsdrahtes geht, mit welcher die Stromintensität i proportional zu setzen ist; folglich, wenn a einen constanten Factor bezeichnet,

$$aeu = i.$$

Ist nun αe die Masse der positiven Elektricität in dem Stromelemente α, und u ihre Geschwindigkeit, so ist $-\alpha e$ die Masse der negativen Elektricität in demselben Stromelemente, und $-u$ deren Geschwindigkeit.

Ebenso ergiebt sich, wenn

$$ae'u' = i'$$

gesetzt wird, $\alpha' e'$ als Masse der positiven Elektricität in dem zweiten Stromelemente α', und u' als deren Geschwindigkeit, und endlich $-\alpha' e'$ als Masse der negativen Elektricität, und $-u'$ als deren Geschwindigkeit.

Digitized by Google

Substituirt man nun für i und i' in dem Ausdrucke der Kraft, welche ein Stromelement auf das andere ausübt, ihre Werthe $i = aeu$ und $i' = ae'u'$, so erhält man dafür

$$-\frac{ae \cdot a'e'}{rr} \cdot aauu' \cdot \left(\cos\varepsilon - \frac{3}{2}\cos\Theta\cos\Theta'\right).$$

Betrachtet man nun *erstens* in diesem Ausdrucke $ae.a'e'$ als das Product der *positiv* elektrischen Massen ae und $a'e'$ in den beiden Stromelementen, und uu' als das Product ihrer Geschwindigkeiten u und u', und bezeichnet man mit r, die veränderliche Entfernung dieser beiden sich bewegenden Massen, endlich noch mit s, und s_1' die Länge eines Stückes von jedem der beiden Leitungsdrähte, zu denen die betrachteten Stromelemente a und a' gehören, von einem bestimmten Anfangspunkte an gerechnet, in der Richtung fortgegangen, in welcher die *positive* Elektricität strömt, bis zu dem betrachteten Stromelemente, so weiss man, dass die Cosinusse der beiden Winkel Θ und Θ', welche die beiden Leitungsdrähte an der Stelle der betrachteten Stromelemente mit der verbindenden Geraden r, machen, durch die partiellen Differentialquotienten von r, in Beziehung auf s, und s_1' dargestellt werden können, nämlich

$$\cos\Theta = \frac{dr_1}{ds_1}, \qquad \cos\Theta' = -\frac{dr_1}{ds_1'},$$

und es ergiebt sich dann für den Cosinus des Winkels ε, welchen die Richtungen der beiden Leitungsdrähte an den betrachteten Stellen mit einander bilden,

$$\cos\varepsilon = -r_1\frac{d\,dr_1}{ds_1 ds_1'} - \frac{dr_1 dr_1}{ds_1 ds_1'}.$$

Substituirt man nun auch für die Cosinusse der drei Winkel ε, Θ und Θ' die angeführten Differentialquotienten, so erhält man für den Ausdruck der Kraft, mit welcher das eine Stromelement auf das andere wirkt,

$$-\frac{ae \cdot a'e'}{r_1 r_1} \cdot aauu' \cdot \left(\frac{1}{2}\frac{dr_1 dr_1}{ds_1 ds_1'} - r_1\frac{d\,dr_1}{ds_1 ds_1'}\right).$$

Betrachtet man *zweitens* in obigem Ausdrucke $-ae.a'e'$ als das Product der *positiv* elektrischen Masse ae des einen Stromelements a in die *negativ* elektrische Masse $-a'e'$ des andern Stromelements und $-uu'$ als das Product ihrer Geschwindigkeiten u und $-u'$, bezeichnet ferner mit r_{11} die veränderliche Entfernung dieser beiden sich bewegenden Massen und mit s_1 und s_{11}' die Länge eines Stückes von jedem der beiden Leitungsdrähte, zu denen die betrachteten Stromelemente gehören, von einem bestimmten Anfangspunkte

Digitized by Google

an gerechnet, in der Richtung fortgegangen, in welcher in dem ersten die *positive*, in dem zweiten die *negative* Elektricität strömt, bis zu dem betrachteten Stromelemente, so erhält man auf gleiche Weise

$$\cos\Theta = \frac{dr_{''}}{ds_{''}}, \qquad \cos\Theta' = \frac{dr_{''}}{ds_{''}'}, \qquad \cos\varepsilon = r_{''}\frac{ddr_{''}}{ds_{''}ds_{''}'} + \frac{dr_{''}dr_{''}}{ds_{''}ds_{''}'}.$$

Substituirt man nun diese Werthe, so erhält man folgenden Ausdruck für die Kraft, mit welcher das eine Stromelement auf das andere wirkt,

$$+\frac{\alpha e.\alpha' e'}{r_{''}r_{''}}\cdot aauu'\cdot\left(\frac{1}{2}\frac{dr_{''}dr_{''}}{ds_{''}ds_{''}'} - r_{''}\frac{ddr_{''}}{ds_{''}ds_{''}'}\right).$$

Betrachtet man *drittens* in dem ursprünglichen Ausdrucke $\alpha e.\alpha' e'$ als das Product der *negativ* elektrischen Massen $-\alpha e$ und $-\alpha' e'$ in den beiden Stromelementen, und uu' als das Product ihrer Geschwindigkeiten $-u$ und $-u'$, und bezeichnet mit $r_{'''}$ die veränderliche Entfernung dieser beiden sich bewegenden Massen, endlich noch mit $s_{''}$ und $s_{''}'$ die Länge eines Stückes von jedem der beiden Leitungsdrähte, zu denen die betrachteten Stromelemente gehören, von einem bestimmten Anfangspunkte an gerechnet, in der Richtung fortgegangen, in welcher die *negative* Elektricität strömt, bis zu dem betrachteten Stromelemente, so erhält man

$$\cos\Theta = -\frac{dr_{'''}}{ds_{''}}, \qquad \cos\Theta' = \frac{dr_{'''}}{ds_{''}'}, \qquad \cos\varepsilon = -r_{'''}\frac{ddr_{'''}}{ds_{''}ds_{''}'} - \frac{dr_{'''}dr_{'''}}{ds_{''}ds_{''}'}.$$

Substituirt man nun diese Werthe, so erhält man für die Kraft, mit welcher das eine Stromelement auf das andere wirkt, einen dritten Ausdruck, nämlich:

$$-\frac{\alpha e.\alpha' e'}{r_{'''}r_{'''}}\cdot aauu'\cdot\left(\frac{1}{2}\frac{dr_{'''}dr_{'''}}{ds_{''}dr_{''}'} - r_{'''}\frac{ddr_{'''}}{ds_{''}ds_{''}'}\right).$$

Betrachtet man endlich *viertens* in dem ursprünglichen Ausdrucke $-\alpha e.\alpha' e'$ als das Product der *negativ* elektrischen Masse $-\alpha e$ des Stromelements α in die *positiv* elektrische Masse $\alpha' e'$ des Stromelements α', und $-uu'$ als das Product ihrer Geschwindigkeiten $-u$ und u', bezeichnet ferner mit $r_{''''}$ die veränderliche Entfernung dieser beiden sich bewegenden Massen und mit $s_{''}$ und $s_{'}'$ die Länge eines Stückes von jedem der beiden Leitungsdrähte, zu denen die betrachteten Stromelemente gehören, von einem bestimmten Anfangspunkte an gerechnet, in der Richtung fortgegangen, in welcher in dem ersten die *negative*, in dem zweiten die *positive* Elektricität strömt, so erhält man

$$\cos\Theta = -\frac{dr_{''''}}{ds_{''}}, \qquad \cos\Theta' = -\frac{dr_{''''}}{ds_{'}'}, \qquad \cos\varepsilon = r_{''''}\frac{ddr_{''''}}{ds_{''}ds_{'}'} + \frac{dr_{''''}dr_{''''}}{ds_{''}ds_{'}'}.$$

Digitized by Google

Substituirt man nun diese Werthe, so erhält man für die Kraft, mit welcher ein Stromelement auf das andere wirkt, den vierten Ausdruck:

$$+\frac{\alpha\varepsilon\,.\,\alpha'\varepsilon'}{r_{,,}r_{,,,}}\cdot aauu'\cdot\left(\frac{1}{2}\frac{dr_{,,,}dr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,}'}-r_{,,,,}\frac{d\,dr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,}'}\right).$$

In dem Augenblicke nun, wo die betrachteten elektrischen Massen in den beiden Elementen α und α' sich befinden, haben die veränderlichen Entfernungen $r_{,}$, $r_{,,}$, $r_{,,,}$, $r_{,,,,}$ alle gleichen Werth, welcher mit r bezeichnet wird. Hierdurch verwandeln sich die vier gefundenen Ausdrücke der elektrodynamischen Kraft der beiden Stromelemente α und α' in folgende:

$$-\frac{\alpha\varepsilon\,.\,\alpha'\varepsilon'}{rr}\cdot aauu'\cdot\left(\frac{1}{2}\frac{dr_{,}dr_{,}}{ds_{,}ds_{,}'}-r\frac{d\,dr_{,}}{ds_{,}ds_{,}'}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$+\frac{\alpha\varepsilon\,.\,\alpha'\varepsilon'}{rr}\cdot aauu'\cdot\left(\frac{1}{2}\frac{dr_{,,}dr_{,,}}{ds_{,}ds_{,,}'}-r\frac{d\,dr_{,,}}{ds_{,}ds_{,,}'}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

$$-\frac{\alpha\varepsilon\,.\,\alpha'\varepsilon'}{rr}\cdot aauu'\cdot\left(\frac{1}{2}\frac{dr_{,,,}dr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,,}'}-r\frac{d\,dr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,,}'}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

$$+\frac{\alpha\varepsilon\,.\,\alpha'\varepsilon'}{rr}\cdot aauu'\cdot\left(\frac{1}{2}\frac{dr_{,,,}dr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,}'}-r\frac{d\,dr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,}'}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

woraus sich noch der 5. Ausdruck bilden lässt, nämlich (5):

$$-\frac{\alpha\varepsilon\,.\,\alpha'\varepsilon'}{rr}\cdot\frac{a\alpha}{4}\cdot uu'\cdot\left[\frac{1}{2}\left(\frac{dr_{,}dr_{,}}{ds_{,}ds_{,}'}-\frac{dr_{,,}dr_{,,}}{ds_{,}ds_{,,}'}+\frac{dr_{,,,}dr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,,}'}-\frac{dr_{,,,}dr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,}'}\right)\right.$$
$$\left.-r\left(\frac{d\,dr_{,}}{ds_{,}ds_{,}'}-\frac{d\,dr_{,,}}{ds_{,}ds_{,,}'}+\frac{d\,dr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,,}'}-\frac{d\,dr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,}'}\right)\right].$$

Die vier veränderlichen Entfernungen $r_{,}$, $r_{,,}$, $r_{,,,}$, $r_{,,,,}$ sind nun respective abhängig von der veränderlichen Grösse der Wege, $s_{,}$ und $s_{,}'$, $s_{,}$ und $s_{,,}'$, $s_{,,}$ und $s_{,,}'$, $s_{,,}$ und $s_{,}'$, welche die beweglichen Massen, auf welche sie sich beziehen, in den beiden gegebenen Leitungsdrähten zurückgelegt haben, und die folglich wiederum Functionen der Zeit t sind. Entwickelt man ihre vollständigen Differentiale, so erhält man:

$$dr_{,} = \frac{dr_{,}}{ds_{,}}ds_{,}+\frac{dr_{,}}{ds_{,}'}ds_{,}',$$

$$dr_{,,} = \frac{dr_{,,}}{ds_{,}}ds_{,}+\frac{dr_{,,}}{ds_{,,}'}ds_{,,}',$$

$$dr_{,,,} = \frac{dr_{,,,}}{ds_{,,}}ds_{,,}+\frac{dr_{,,,}}{ds_{,,}'}ds_{,,}',$$

$$dr_{,,,} = \frac{dr_{,,,}}{ds_{,,}}ds_{,,}+\frac{dr_{,,,}}{ds_{,}'}ds_{,}';$$

Digitized by Google

ferner:

$$\begin{aligned}
ddr_{,} &= \frac{ddr_{,}}{ds_{,}^{2}} ds_{,}^{2} + 2\frac{ddr_{,}}{ds_{,}ds_{,}'} ds_{,} ds_{,}' + \frac{ddr_{,}}{ds_{,}'^{2}} ds_{,}'^{2},\\
ddr_{,,} &= \frac{ddr_{,,}}{ds_{,}^{2}} ds_{,}^{2} + 2\frac{ddr_{,,}}{ds_{,}ds_{,,}'} ds_{,} ds_{,,}' + \frac{ddr_{,,}}{ds_{,,}'^{2}} ds_{,,}'^{2},\\
ddr_{,,,} &= \frac{ddr_{,,,}}{ds_{,,}^{2}} ds_{,,}^{2} + 2\frac{ddr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,}'} ds_{,,} ds_{,}' + \frac{ddr_{,,,}}{ds_{,}'^{2}} ds_{,}'^{2},\\
ddr_{,,,,} &= \frac{ddr_{,,,,}}{ds_{,,}^{2}} ds_{,,}^{2} + 2\frac{ddr_{,,,,}}{ds_{,,}ds_{,}'} ds_{,,} ds_{,}' + \frac{ddr_{,,,,}}{ds_{,}'^{2}} ds_{,}'^{2}.
\end{aligned}$$

Dividirt man diese Differentialwerthe resp. mit dem Zeitelemente dt und dessen Quadrate dt^2, und beachtet, dass

$$\frac{ds_{,}}{dt} = \frac{ds_{,,}}{dt} = u\,, \qquad \frac{ds_{,}'}{dt} = \frac{ds_{,,}'}{dt} = u'$$

ist, so erhält man:

$$\begin{aligned}
\frac{dr_{,}}{dt} &= u\frac{dr_{,}}{ds_{,}} + u'\frac{dr_{,}}{ds_{,}'},\\
\frac{dr_{,,}}{dt} &= u\frac{dr_{,,}}{ds_{,}} + u'\frac{dr_{,,}}{ds_{,,}'},\\
\frac{dr_{,,,}}{dt} &= u\frac{dr_{,,,}}{ds_{,,}} + u'\frac{dr_{,,,}}{ds_{,,}'},\\
\frac{dr_{,,,,}}{dt} &= u\frac{dr_{,,,,}}{ds_{,,}} + u'\frac{dr_{,,,,}}{ds_{,}'};
\end{aligned}$$

ferner:

$$\begin{aligned}
\frac{ddr_{,}}{dt^{2}} &= uu\frac{ddr_{,}}{ds_{,}^{2}} + 2uu'\frac{ddr_{,}}{ds_{,}ds_{,}'} + u'u'\frac{ddr_{,}}{ds_{,}'^{2}},\\
\frac{ddr_{,,}}{dt^{2}} &= uu\frac{ddr_{,,}}{ds_{,}^{2}} + 2uu'\frac{ddr_{,,}}{ds_{,}ds_{,,}'} + u'u'\frac{ddr_{,,}}{ds_{,,}'^{2}},\\
\frac{ddr_{,,,}}{dt^{2}} &= uu\frac{ddr_{,,,}}{ds_{,,}^{2}} + 2uu'\frac{ddr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,}'} + u'u'\frac{ddr_{,,,}}{ds_{,,}'^{2}},\\
\frac{ddr_{,,,,}}{dt^{2}} &= uu\frac{ddr_{,,,,}}{ds_{,,}^{2}} + 2uu'\frac{ddr_{,,,,}}{ds_{,,}ds_{,}'} + u'u'\frac{ddr_{,,,,}}{ds_{,}'^{2}}.
\end{aligned}$$

Aus den vier letzten Gleichungen ergiebt sich unmittelbar:

$$\begin{aligned}
2uu'\frac{ddr_{,}}{ds_{,}ds_{,}'} &= +\frac{ddr_{,}}{dt^{2}} - uu\frac{ddr_{,}}{ds_{,}^{2}} - u'u'\frac{ddr_{,}}{ds_{,}'^{2}},\\
-2uu'\frac{ddr_{,,}}{ds_{,}ds_{,,}'} &= -\frac{ddr_{,,}}{dt^{2}} + uu\frac{ddr_{,,}}{ds_{,}^{2}} + u'u'\frac{ddr_{,,}}{ds_{,,}'^{2}},\\
2uu'\frac{ddr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,,}'} &= +\frac{ddr_{,,,}}{dt^{2}} - uu\frac{ddr_{,,,}}{ds_{,,}^{2}} - u'u'\frac{ddr_{,,,}}{ds_{,,}'^{2}},\\
-2uu'\frac{ddr_{,,,,}}{ds_{,,}ds_{,}'} &= -\frac{ddr_{,,,,}}{dt^{2}} + uu\frac{ddr_{,,,,}}{ds_{,,}^{2}} + u'u'\frac{ddr_{,,,,}}{ds_{,}'^{2}}.
\end{aligned}$$

Digitized by Google

Nun haben die Differentialquotienten $\frac{d\,dr_{,}}{ds_{,}^2}$, $\frac{d\,dr_{,,}}{ds_{,}^2}$, $\frac{d\,dr_{,,,}}{ds_{,,}^2}$, $\frac{d\,dr_{,,,,}}{ds_{,,}^2}$ einen gleichen, blos von der Lage und Gestalt des *ersten* Leitungsdrahtes abhängigen, Werth, welcher mit $\frac{d\,dr}{ds^2}$ bezeichnet werden soll. Dasselbe gilt auch von den Differentialquotienten $\frac{d\,dr_{,}}{ds_{,}'^2}$, $\frac{d\,dr_{,,}}{ds_{,,}'^2}$, $\frac{d\,dr_{,,,}}{ds_{,,}'^2}$, $\frac{d\,dr_{,,,,}}{ds_{,}'^2}$, welche alle dieselbe blos von der Lage und Gestalt des *zweiten* Leitungsdrahtes abhängige Grösse bezeichnen, für welche kurz $\frac{d\,dr}{ds'^2}$ geschrieben werden soll. Summirt man, mit Rücksicht hierauf, die letzten vier Gleichungen, so erhält man:

$$2uu'\left(\frac{d\,dr_{,}}{ds_{,}ds_{,}'}-\frac{d\,dr_{,,}}{ds_{,}ds_{,,}'}+\frac{d\,dr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,,}'}-\frac{d\,dr_{,,,,}}{ds_{,,}ds_{,}'}\right)=\frac{d\,dr_{,}}{dt^2}-\frac{d\,dr_{,,}}{dt^2}+\frac{d\,dr_{,,,}}{dt^2}-\frac{d\,dr_{,,,,}}{dt^2}.$$

Aus den vier ersten Gleichungen ergiebt sich aber, nachdem man sie quadrirt hat:

$$\begin{aligned}
2uu'\frac{dr_{,}dr_{,}}{ds_{,}ds_{,}'} &= +\frac{dr_{,}^2}{dt^2}-uu\frac{dr_{,}^2}{ds_{,}^2}-u'u'\frac{dr_{,}^2}{ds_{,}'^2},\\
-2uu'\frac{dr_{,,}dr_{,,}}{ds_{,}ds_{,,}'} &= -\frac{dr_{,,}^2}{dt^2}+uu\frac{dr_{,,}^2}{ds_{,}^2}+u'u'\frac{dr_{,,}^2}{ds_{,,}'^2},\\
2uu'\frac{dr_{,,,}dr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,,}'} &= +\frac{dr_{,,,}^2}{dt^2}-uu\frac{dr_{,,,}^2}{ds_{,,}^2}-u'u'\frac{dr_{,,,}^2}{ds_{,,}'^2},\\
-2uu'\frac{dr_{,,,,}dr_{,,,,}}{ds_{,,}ds_{,}'} &= -\frac{dr_{,,,,}^2}{dt^2}+uu\frac{dr_{,,,,}^2}{ds_{,,}^2}+u'u'\frac{dr_{,,,,}^2}{ds_{,}'^2}.
\end{aligned}$$

Nun haben auch die Differentialquotienten $\frac{dr_{,}^2}{ds_{,}^2}$, $\frac{dr_{,,}^2}{ds_{,}^2}$, $\frac{dr_{,,,}^2}{ds_{,,}^2}$, $\frac{dr_{,,,,}^2}{ds_{,,}^2}$ gleichen Werth, welcher mit $\frac{dr^2}{ds^2}$ bezeichnet werde, und ebenso $\frac{dr_{,}^2}{ds_{,}'^2}$, $\frac{dr_{,,}^2}{ds_{,,}'^2}$, $\frac{dr_{,,,}^2}{ds_{,,}'^2}$, $\frac{dr_{,,,,}^2}{ds_{,}'^2}$, welcher mit $\frac{dr^2}{ds'^2}$ bezeichnet werde. Summirt man mit Rücksicht hierauf, so erhält man:

$$2uu'\left(\frac{dr_{,}dr_{,}}{ds_{,}ds_{,}'}-\frac{dr_{,,}dr_{,,}}{ds_{,}ds_{,,}'}+\frac{dr_{,,,}dr_{,,,}}{ds_{,,}ds_{,,}'}-\frac{dr_{,,,,}dr_{,,,,}}{ds_{,,}ds_{,}'}\right)=\frac{dr_{,}^2}{dt^2}-\frac{dr_{,,}^2}{dt^2}+\frac{dr_{,,,}^2}{dt^2}-\frac{dr_{,,,,}^2}{dt^2}.$$

Substituirt man diese Werthe in den gefundenen 5. Ausdruck der elektrodynamischen Kraft, so erhält man dafür:

$$-\frac{ae.a'e'}{rr}\cdot\frac{aa}{16}\left[\left(\frac{dr_{,}^2}{dt^2}-\frac{dr_{,,}^2}{dt^2}+\frac{dr_{,,,}^2}{dt^2}-\frac{dr_{,,,,}^2}{dt^2}\right)-2r\left(\frac{d\,dr_{,}}{dt^2}-\frac{d\,dr_{,,}}{dt^2}+\frac{d\,dr_{,,,}}{dt^2}-\frac{d\,dr_{,,,,}}{dt^2}\right)\right],$$

ein Ausdruck, der sich in folgende vier Glieder auflösen lässt:

Digitized by Google

$$-\frac{ae\,.\,a'e'}{r_{,}r_{,}}\cdot\frac{aa}{16}\left(\frac{dr_{,}^{2}}{dt^{2}}-2r_{,}\,\frac{ddr_{,}}{dt^{2}}\right),$$
$$+\frac{ae\,.\,a'e'}{r_{,,}r_{,,}}\cdot\frac{aa}{16}\left(\frac{dr_{,,}^{2}}{dt^{2}}-2r_{,,}\,\frac{ddr_{,,}}{dt^{2}}\right),$$
$$-\frac{ae\,.\,a'e'}{r_{,,,}r_{,,,}}\cdot\frac{aa}{16}\left(\frac{dr_{,,,}^{2}}{dt^{2}}-2r_{,,,}\,\frac{ddr_{,,,}}{dt^{2}}\right),$$
$$+\frac{ae\,.\,a'e'}{r_{,,,,}r_{,,,,}}\cdot\frac{aa}{16}\left(\frac{dr_{,,,,}^{2}}{dt^{2}}-2r_{,,,,}\frac{ddr_{,,,,}}{dt^{2}}\right).$$

Jedes dieser vier Glieder bezieht sich nun ausschliesslich auf *zwei* von den vier in den beiden Stromelementen unterschiedenen elektrischen Massen, nämlich das *erste* Glied auf die beiden positiven Massen ae und $a'e'$, deren relative Entfernung $r_{,}$, Geschwindigkeit $\frac{dr_{,}}{dt}$ und Beschleunigung $\frac{ddr_{,}}{dt^{2}}$ ist; das *zweite* auf die positive Masse ae im ersten und auf die negative Masse $-a'e'$ im zweiten Elemente, deren relative Entfernung $r_{,,}$, Geschwindigkeit $\frac{dr_{,,}}{dt}$ und Beschleunigung $\frac{ddr_{,,}}{dt^{2}}$ ist u. s. f., und zwar sind alle vier Glieder aus den Massen, auf welche sie sich beziehen, deren Entfernung, Geschwindigkeit und Beschleunigung *auf ganz gleiche Weise* zusammengesetzt.

Hieraus ergiebt sich nun, dass, wenn der ganze Ausdruck der elektrodynamischen Kraft zweier Stromelemente als die Summe der Kräfte betrachtet wird, welche je zwei von den vier darin enthaltenen elektrischen Massen auf einander ausüben, jene Summe in ihre *ursprünglichen Bestandtheile* zerlegt worden sei, indem die obigen vier Glieder einzeln die vier Kräfte darstellen, welche die vier elektrischen Massen in den beiden Elementen *paarweise* auf einander ausüben.

Hiernach würde also die Kraft, mit welcher eine beliebige positive oder negative Masse E auf eine beliebige andere positive oder negative Masse E' in der Entfernung R, bei einer relativen Geschwindigkeit $\frac{dR}{dt}$ und Beschleunigung $\frac{ddR}{dt^{2}}$, wirkt, ausgedrückt werden können durch

$$-\frac{aa}{16}\cdot\frac{EE'}{RR}\left(\frac{dR^{2}}{dt^{2}}-2R\frac{ddR}{dt^{2}}\right);$$

denn dieses Grundprincip ist nothwendig und genügt, um daraus die Ampèreschen elektrodynamischen Gesetze abzuleiten, welche durch obige Messungen bestätigt worden sind.

Digitized by Google

Dieses neue Grundprincip der Elektrodynamik ist aber seiner Natur nach ein *allgemeineres* als das früher von Ampère aufgestellte; denn letzteres bezieht sich blos auf den speciellen Fall, wo vier elektrische Massen zugleich gegeben sind, die sich unter den bei unveränderlichen und unverrückten Stromelementen vorausgesetzten Verhältnissen befinden, während eine solche Beschränkung auf die angegebenen Verhältnisse bei dem ersteren nicht stattfindet. Es gestattet also dieses Grundprincip auch eine Anwendung in solchen Fällen, wo jenes unanwendbar ist, und es beruht hierauf seine grössere Fruchtbarkeit.

Vergleicht man nun endlich das gefundene neue Grundprincip der Elektrodynamik mit dem zu Anfang erwähnten Grundprincipe der Elektrostatik, so ersieht man, dass jedes eine Kraft bestimmt, welche *zwei elektrische Massen* auf einander ausüben: dass aber in den bisher betrachteten Fällen eine von beiden Kräften jedesmal verschwindet, weshalb nur die andere berücksichtigt zu werden braucht. Dies findet nämlich *erstens* bei allen zur Elektrostatik gehörigen Fällen statt, weil hier die durch das neue Princip der Elektrodynamik bestimmte Kraft stets verschwindet; dasselbe findet aber auch *zweitens* bei allen bisher betrachteten zur Elektrodynamik gehörigen Fällen statt, wo stets solche Verhältnisse vorausgesetzt wurden, bei welchen sich alle durch das Princip der Elektrostatik bestimmten Kräfte wechselseitig aufhoben.

Beide Principe ergänzen also einander und lassen sich daher zu einem allgemeinen Grundprincipe *für die ganze Elektricitätslehre*, welche Elektrostatik und Elektrodynamik zugleich umfasst, zusammenfügen.

Durch das Grundprincip der Elektrostatik wurde für zwei elektrische Massen E und E' in der Entfernung R eine Kraft gegeben

$$= \frac{EE'}{RR};$$

fügt man also diese Kraft derjenigen noch hinzu, welche nach dem neuen Princip der Elektrodynamik gegeben ist:

$$= -\frac{aa}{16}\cdot\frac{EE'}{RR}\left(\frac{dR^2}{dt^2} - 2\frac{ddR}{dt^2}\right),$$

so erhält man als den allgemeinen Ausdruck zur vollständigen Bestimmung der Kraft, welche eine beliebige elektrische Masse E auf eine andere E' ausübt, sie mögen ruhen oder sich bewegen:

$$\frac{EE'}{RR}\left(1 - \frac{aa}{16}\cdot\frac{dR^2}{dt^2} + \frac{aa}{8}\cdot R\frac{ddR}{dt^2}\right).$$

Digitized by Google

Für ein bestimmtes der Zeitmessung zum Grunde gelegtes Maass, für welches $a = 4$ ist, verwandelt sich dieser Ausdruck in:

$$\frac{EE'}{RR}\left(1 - \frac{dR^2}{dt^2} + 2R\frac{ddR}{dt^2}\right).$$

Beachtet man ferner, dass R sowohl wie auch $\frac{dR}{dt}$ Functionen von t sind; und dass folglich $\frac{dR}{dt}$ auch als Function von R anzusehen sei, welche mit $[R]$ bezeichnet werden soll, so kann man auch sagen, dass das *Potential* der Masse E, in Beziehung auf den Ort der Masse E',

$$= \frac{E}{R}(1 - [R]^2)$$

sei; denn die partiellen Differentialquotienten dieses Ausdrucks nach den drei Coordinaten x, y, z geben die Componenten der nach den Richtungen der drei Coordinatenaxen zerlegten beschleunigenden Kraft.

Versteht man endlich unter *reducirter relativer Geschwindigkeit* der Massen E und E' diejenige relative Geschwindigkeit, welche diesen Massen, denen in dem betrachteten Augenblicke die Entfernung R, die relative Geschwindigkeit $\frac{dR}{dt}$ und Beschleunigung $\frac{ddR}{dt^2}$ zukommt, *wenn die letzte constant wäre*, in demjenigen Augenblicke haben würden, in welchen beide, dieser Voraussetzung gemäss, in einem Punkte zusammenträfen, und bezeichnet V diese *reducirte relative Geschwindigkeit*, so verwandelt sich obiger Ausdruck:

$$\frac{EE'}{RR}\left(1 - \frac{dR^2}{dt^2} + 2R\frac{ddR}{dt^2}\right),$$

in folgenden Ausdruck:

$$\frac{EE'}{RR}(1 - VV),$$

was sich in Worten folgendermaassen aussprechen lässt: *die von der Bewegung herrührende Verminderung der Kraft, mit welcher zwei elektrische Massen auf einander wirken würden, wenn sie nicht bewegt wären, ist dem Quadrate ihrer reducirten relativen Geschwindigkeit proportional.*

Die gegebenen Ausdrücke zur Bestimmung der Kraft, welche zwei elektrische Massen auf einander ausüben, haben nun schon ihre Bestätigung gefunden:

Digitized by Google

1) für das ganze Gebiet der Elektrostatik;
2) für dasjenige Gebiet der Elektrodynamik, welches die Kräfte unveränderlicher und unverrückter Stromelemente betrachtet;

es bleibt also

3) die Bestätigung derselben nur noch für alle diejenigen Gebiete der Elektrodynamik zu wünschen, die sich nicht blos auf unveränderliche und unverrückte Stromelemente beschränken.

5.

THEORIE DER VOLTA-INDUCTION.

Es ist schon erwähnt worden, dass das von Ampère aufgestellte Princip der Elektrodynamik sich nur auf den speciellen Fall bezieht, wo vier elektrische Massen unter den bei zwei unveränderlichen und unverrückten Stromelementen vorausgesetzten Verhältnissen sich befinden. Unter Verhältnissen, wo diese Voraussetzungen nicht stattfinden, könne nur das neue Grundprincip zur Vorausbestimmung der Kräfte und Erscheinungen Anwendung finden, und es werde sich gerade hierdurch die durch die grössere Allgemeinheit des neuen Princips bedingte grössere Fruchtbarkeit desselben zeigen.

Der Fall der Unanwendbarkeit des von Ampère aufgestellten Princips der Elektrodynamik tritt also schon dann ein, wenn das eine Stromelement verrückt oder seine Stromintensität variirt wird, wozu noch kommen kann, dass statt des anderen Stromelements blos ein Element eines Stromleiters, jedoch ohne einen darin vorhandenen Strom, gegeben ist. Aus der Erfahrung weiss man zwar, dass alsdann Ströme erregt oder *inducirt* werden, und man fasst die Erscheinungen dieser inducirten Ströme unter dem Namen der *Volta-Induction* zusammen; keine von allen diesen Erscheinungen hat sich aber weder aus dem Princip der Elektrostatik noch aus dem von Ampère aufgestellten Principe der Elektrodynamik voraussagen oder vorausbestimmen lassen. Dagegen soll nun gezeigt werden, dass aus dem neuen Grundprincipe, wie dasselbe hier aufgestellt worden ist, auch die Gesetze zur Vorausbestimmung aller Erscheinungen der Volta-Induction abgeleitet werden können. Es ergiebt sich, dass die so abgeleiteten Gesetze der Volta-Induction richtig sind, soweit als nur bestimmte Beobachtungen darüber vorliegen.

Digitized by Google

Zum Zwecke dieser Ableitung sollen die dabei in Betracht kommenden Grössen auf folgende Weise bezeichnet werden:

α und α' bezeichnen die Länge zweier Elemente, von denen das erstere *α ruhend* angenommen wird. Diese Annahme beschränkt die Allgemeinheit der Betrachtung nicht, weil jede Bewegung des Elements α auf α' übertragen werden kann, indem man ihr in α' die entgegengesetzte Richtung beilegt. In diesen beiden Elementen werden die vier folgenden elektrischen Massen unterschieden, nämlich:

$$+\alpha e, \qquad -\alpha e, \qquad +\alpha' e', \qquad -\alpha' e'.$$

Die *erste* dieser Massen $+\alpha e$ bewege sich mit der Geschwindigkeit $+u$ in der Richtung des ruhenden Elements α, welche mit der von α nach α' gezogenen Geraden den Winkel Θ macht. Diese Geschwindigkeit ändere sich während des Zeitelements dt um $+du$.

Die *zweite* Masse $-\alpha e$ bewege sich, den für einen galvanischen Strom geltenden Bestimmungen gemäss, in der nämlichen Richtung mit der Geschwindigkeit $-u$, das heisst rückwärts, und diese Geschwindigkeit ändere sich während des Zeitelements dt um $-du$.

Die *dritte* Masse $+\alpha' e'$ bewege sich mit der Geschwindigkeit $+u'$ in der Richtung des Elements α', welche mit der von α nach α' gezogenen und verlängerten Geraden den Winkel Θ' macht. Diese Geschwindigkeit ändere sich in dem Zeitelement dt um $+du'$. Ausserdem theile aber diese elektrische Masse die Bewegung des Elements α' selbst, welche mit der Geschwindigkeit v in einer Richtung geschieht, die mit der von α nach α' gezogenen, verlängerten Geraden den Winkel η macht, und in einer durch diese Gerade gelegten Ebene enthalten ist, welche mit der durch dieselbe Gerade parallel mit dem Elemente α gelegten Ebene den Winkel γ einschliesst. Die Geschwindigkeit v ändere sich während des Zeitelements dt um dv.

Die *vierte* Masse $-\alpha' e'$ bewege sich, den Bestimmungen eines galvanischen Stromes gemäss, in der Richtung des Elements α' mit der Geschwindigkeit $-u'$, die sich in dem Zeitelement dt um $-du'$ ändert; theile aber ausserdem, wie die vorige Masse, die Geschwindigkeit v des Elements α' selbst in der schon bezeichneten Richtung.

Die Entfernungen der beiden ersteren Massen von den beiden letzteren sind sämmtlich, in dem betrachteten Augenblicke, der Entfernung r der beiden

Digitized by Google

Elemente selbst gleich; da sie aber nicht gleich bleiben, sollen sie mit r_1, r_2, r_3, r_4 bezeichnet werden.

Legt man endlich durch die von α nach α' gezogene Gerade zwei Ebenen, die eine mit α, die andere mit α' parallel, so bezeichne ω den von diesen beiden Ebenen eingeschlossenen Winkel.

Man erhält dann für die *Summe* der Kräfte, welche auf die *positive* und *negative* Elektricität im Elemente α' wirken, d. i. für die Kraft, welche das Element α' selbst bewegt, durch Anwendung des neuen Princips, folgenden Ausdruck:

$$-\frac{aa}{16}\cdot\frac{ae.a'e'}{rr}\left\{\left(\frac{dr_1^2}{dt^2}+\frac{dr_2^2}{dt^2}-\frac{dr_3^2}{dt^2}-\frac{dr_4^2}{dt^2}\right)-2r\left(\frac{ddr_1}{dt^2}+\frac{ddr_2}{dt^2}-\frac{ddr_3}{dt^2}-\frac{ddr_4}{dt^2}\right)\right\}.$$

Für die *Differenz* jener Kräfte aber, von welcher die *Induction* abhängt, ergiebt sich folgender Ausdruck:

$$-\frac{aa}{16}\cdot\frac{ae.a'e'}{rr}\left\{\left(\frac{dr_1^2}{dt^2}-\frac{dr_2^2}{dt^2}+\frac{dr_3^2}{dt^2}-\frac{dr_4^2}{dt^2}\right)-2r\left(\frac{ddr_1}{dt^2}-\frac{ddr_2}{dt^2}+\frac{ddr_3}{dt^2}-\frac{ddr_4}{dt^2}\right)\right\}.$$

Ferner findet man, wenn man ausser den Bewegungen der elektrischen Massen in ihren Leitern auch die ihnen mit ihren Leitern gemeinschaftlichen Bewegungen in Rechnung bringt, folgende Ausdrücke für die ersten Differentialcoefficienten:

$$\frac{dr_1}{dt} = -u\cos\Theta + u'\cos\Theta' + v\cos\eta,$$
$$\frac{dr_2}{dt} = +u\cos\Theta - u'\cos\Theta' + v\cos\eta,$$
$$\frac{dr_3}{dt} = -u\cos\Theta - u'\cos\Theta' + v\cos\eta,$$
$$\frac{dr_4}{dt} = +u\cos\Theta + u'\cos\Theta' + v\cos\eta.$$

Es ist also:

$$\left(\frac{dr_1^2}{dt^2}+\frac{dr_2^2}{dt^2}-\frac{dr_3^2}{dt^2}-\frac{dr_4^2}{dt^2}\right) = -8uu'\cos\Theta\cos\Theta',$$
$$\left(\frac{dr_1^2}{dt^2}-\frac{dr_2^2}{dt^2}+\frac{dr_3^2}{dt^2}-\frac{dr_4^2}{dt^2}\right) = -8uv\cos\Theta\cos\eta.$$

Die zweiten Differentialcoefficienten findet man, wenn man auch die Variabilität der Geschwindigkeit u, u', v mitberücksichtigt:

Digitized by Google

$$\frac{ddr_1}{dt^2} = +u\sin\Theta\frac{d\Theta_1}{dt} - u'\sin\Theta'\frac{d\Theta_1'}{dt} - v\sin\eta_1\frac{d\eta_1}{dt}$$
$$-\cos\Theta\frac{du}{dt} + \cos\Theta'\frac{du'}{dt} + \cos\eta_1\frac{dv}{dt},$$
$$\frac{ddr_2}{dt^2} = -u\sin\Theta\frac{d\Theta_2}{dt} + u'\sin\Theta'\frac{d\Theta_2'}{dt} - v\sin\eta_1\frac{d\eta_2}{dt}$$
$$+\cos\Theta\frac{du}{dt} - \cos\Theta'\frac{du'}{dt} + \cos\eta_1\frac{dv}{dt},$$
$$\frac{ddr_3}{dt^2} = +u\sin\Theta\frac{d\Theta_3}{dt} + u'\sin\Theta'\frac{d\Theta_3'}{dt} - v\sin\eta_1\frac{d\eta_3}{dt}$$
$$-\cos\Theta\frac{du}{dt} - \cos\Theta'\frac{du'}{dt} + \cos\eta_1\frac{dv}{dt},$$
$$\frac{ddr_4}{dt^2} = -u\sin\Theta\frac{d\Theta_4}{dt} - u'\sin\Theta'\frac{d\Theta_4'}{dt} - v\sin\eta_1\frac{d\eta_4}{dt}$$
$$+\cos\Theta\frac{du}{dt} + \cos\Theta'\frac{du'}{dt} + \cos\eta_1\frac{dv}{dt}.$$

Es ist folglich:

$$\left(\frac{ddr_1}{dt^2} + \frac{ddr_2}{dt^2} - \frac{ddr_3}{dt^2} - \frac{ddr_4}{dt^2}\right) = +u\sin\Theta\left(\frac{d\Theta_1}{dt} - \frac{d\Theta_2}{dt} - \frac{d\Theta_3}{dt} - \frac{d\Theta_4}{dt}\right)$$
$$-u'\sin\Theta'\left(\frac{d\Theta_1'}{dt} - \frac{d\Theta_2'}{dt} + \frac{d\Theta_3'}{dt} - \frac{d\Theta_4'}{dt}\right)$$
$$-v\sin\eta_1\left(\frac{d\eta_1}{dt} + \frac{d\eta_2}{dt} - \frac{d\eta_3}{dt} - \frac{d\eta_4}{dt}\right)$$

und

$$\left(\frac{ddr_1}{dt^2} - \frac{ddr_2}{dt^2} + \frac{ddr_3}{dt^2} - \frac{ddr_4}{dt^2}\right) = +u\sin\Theta\left(\frac{d\Theta_1}{dt} + \frac{d\Theta_2}{dt} + \frac{d\Theta_3}{dt} + \frac{d\Theta_4}{dt}\right)$$
$$-u'\sin\Theta'\left(\frac{d\Theta_1'}{dt} + \frac{d\Theta_2'}{dt} - \frac{d\Theta_3'}{dt} - \frac{d\Theta_4'}{dt}\right)$$
$$-v\sin\eta_1\left(\frac{d\eta_1}{dt} - \frac{d\eta_2}{dt} + \frac{d\eta_3}{dt} - \frac{d\eta_4}{dt}\right)$$
$$-4\cos\Theta\cdot\frac{du}{dt}.$$

Die Differentialcoefficienten $\frac{d\Theta_1}{dt}$, $\frac{d\Theta_1'}{dt}$, $\frac{d\eta_1}{dt}$ u. s. w. werden leicht nach bekannten trigonometrischen Sätzen entwickelt, und es ergeben sich daraus folgende Ausdrücke für dieselben, nämlich:

Digitized by Google

$$r_1 \frac{d\Theta_1}{dt} = + u \sin\Theta - u' \sin\Theta' \cos\omega - v \sin\eta \cos\gamma,$$

$$r_1 \frac{d\Theta_1'}{dt} = - u' \sin\Theta' + u \sin\Theta \cos\omega - v \sin\eta \cos(\omega+\gamma),$$

$$r_1 \frac{d\eta_1}{dt} = - v \sin\eta + u \sin\Theta \cos\gamma - u' \sin\Theta' \cos(\omega+\gamma),$$

$$r_2 \frac{d\Theta_2}{dt} = - u \sin\Theta + u' \sin\Theta' \cos\omega - v \sin\eta \cos\gamma,$$

$$r_2 \frac{d\Theta_2'}{dt} = + u' \sin\Theta' - u \sin\Theta \cos\omega - v \sin\eta \cos(\omega+\gamma),$$

$$r_2 \frac{d\eta_2}{dt} = - v \sin\eta - u \sin\Theta \cos\gamma + u' \sin\Theta' \cos(\omega+\gamma),$$

$$r_3 \frac{d\Theta_3}{dt} = + u \sin\Theta + u' \sin\Theta' \cos\omega - v \sin\eta \cos\gamma,$$

$$r_3 \frac{d\Theta_3'}{dt} = + u' \sin\Theta' + u \sin\Theta \cos\omega - v \sin\eta \cos(\omega+\gamma),$$

$$r_3 \frac{d\eta_3}{dt} = - v \sin\eta + u \sin\Theta \cos\gamma + u' \sin\Theta' \cos(\omega+\gamma),$$

$$r_4 \frac{d\Theta_4}{dt} = - u \sin\Theta - u' \sin\Theta' \cos\omega - v \sin\eta \cos\gamma,$$

$$r_4 \frac{d\Theta_4'}{dt} = - u' \sin\Theta' - u \sin\Theta \cos\omega - v \sin\eta \cos(\omega+\gamma),$$

$$r_4 \frac{d\eta_4}{dt} = - v \sin\eta - u \sin\Theta \cos\gamma - u' \sin\Theta' \cos(\omega+\gamma).$$

Da nun für den betrachteten Augenblick $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r$ ist, so erhält man hieraus:

$$r\left(\frac{d\Theta_1}{dt} - \frac{d\Theta_2}{dt} - \frac{d\Theta_3}{dt} + \frac{d\Theta_4}{dt}\right) = -4u' \sin\Theta' \cos\omega,$$

$$r\left(\frac{d\Theta_1}{dt} + \frac{d\Theta_2}{dt} + \frac{d\Theta_3}{dt} + \frac{d\Theta_4}{dt}\right) = -4v \sin\eta \cos\gamma;$$

ferner:

$$r\left(\frac{d\Theta_1'}{dt} - \frac{d\Theta_2'}{dt} + \frac{d\Theta_3'}{dt} - \frac{d\Theta_4'}{dt}\right) = +4u \sin\Theta \cos\omega,$$

$$r\left(\frac{d\Theta_1'}{dt} + \frac{d\Theta_2'}{dt} - \frac{d\Theta_3'}{dt} - \frac{d\Theta_4'}{dt}\right) = 0;$$

endlich:

$$r\left(\frac{d\eta_1}{dt} + \frac{d\eta_2}{dt} - \frac{d\eta_3}{dt} - \frac{d\eta_4}{dt}\right) = 0,$$

$$r\left(\frac{d\eta_1}{dt} - \frac{d\eta_2}{dt} + \frac{d\eta_3}{dt} - \frac{d\eta_4}{dt}\right) = +4u \sin\Theta \cos\gamma.$$

Substituirt man diese Werthe, so erhält man:

Digitized by Google

$$r\left(\frac{ddr_1}{dt^2}+\frac{ddr_2}{dt^2}-\frac{ddr_3}{dt^2}-\frac{ddr_4}{dt^2}\right) = -8uu'\sin\Theta\sin\Theta'\cos\omega,$$

$$r\left(\frac{ddr_1}{dt^2}-\frac{ddr_2}{dt^2}+\frac{ddr_3}{dt^2}-\frac{ddr_4}{dt^2}\right) = -8uv\sin\Theta\sin\eta\cos\gamma,$$

$$-4r\cos\Theta\cdot\frac{du}{dt}.$$

Mit diesen Werthen ergiebt sich nun die *Summe* der Kräfte, welche auf die *positive* und *negative* Elektricität im Elemente α' wirken,

$$= -\frac{\alpha\alpha'}{rr}\cdot aeu\cdot a'e'u'\left(\sin\Theta\sin\Theta'\cos\omega-\tfrac{1}{2}\cos\Theta\cos\Theta'\cos\eta\right).$$

Bezeichnet man hierin mit ε den Winkel, welchen die Richtungen der beiden Elemente α und α' mit einander einschliessen, und setzt nach S. 37 i und i' an die Stelle von aeu und $a'e'u'$, so erhält man obige Summe nach einer leichten Umwandlung:

$$= -\frac{\alpha\alpha' ii'}{rr}\left(\cos\varepsilon-\tfrac{3}{2}\cos\Theta\cos\Theta'\right),$$

den nämlichen Ausdruck, welchen Ampère für unveränderliche und unverrückte Stromelemente aufgestellt hat, d. h. die auf das ganze Element α' wirkende elektrodynamische Kraft wird bei bewegten Leitern und veränderlichen Stromintensitäten eben so bestimmt, wie wenn die Stromintensitäten unveränderlich und die Leiter unverrückt beharren. Das Ampère'sche Gesetz findet also hiernach zur Bestimmung der Kräfte, welche auf die ganzen Stromelemente bei gegebener Lage der Stromelemente und gegebenen Stromintensitäten wirken, allgemeine Anwendung. Nur erfordert die Anwendung dieses Gesetzes, dass die Stromintensitäten, wenn sie veränderlich sind, ebenso wie die Lage, wenn sie veränderlich ist, *für jeden einzelnen Augenblick* gegeben seien, und zwar die Stromintensitäten mit Einschluss des infolge der *Induction* in jedem Augenblicke hinzukommenden Theiles.

Was aber die *Differenz* der Kräfte betrifft, welche auf die *positive* und *negative* Elektricität im Element α' wirken, wodurch diese beiden Elektricitäten von einander geschieden und im Leiter nach entgegengesetzten Seiten bewegt werden, so ergiebt sich nun dieselbe:

$$= -\frac{\alpha\alpha'}{rr}\cdot aeu\cdot ae'v\left(\sin\Theta\sin\eta\cos\gamma-\tfrac{1}{2}\cos\Theta\cos\eta\right)-\tfrac{1}{2}\frac{\alpha\alpha'}{r}aaee'\cos\Theta\cdot\frac{du}{dt},$$

oder, weil $aeu = i$ und $ae.du = di$ ist,

$$= -\frac{\alpha\alpha'}{rr}i\left(\sin\Theta\sin\eta\cos\gamma-\tfrac{1}{2}\cos\Theta\cos\eta\right)\cdot ae'v-\tfrac{1}{2}\frac{\alpha\alpha'}{r}ae'\cdot\cos\Theta\cdot\frac{di}{dt}.$$

Digitized by Google

Die hierdurch bestimmte Kraft sucht nun die *positive* und *negative* Elektricität im inducirten Elemente α' nach der Richtung der Geraden r zu scheiden. In dieser Richtung kann aber bei einem linearen Leiter die Scheidung nicht erfolgen, sondern nur in der Richtung des inducirten linearen Elements α' selbst, die mit der verlängerten Geraden r den Winkel Θ' macht. Zerlegt man also jene ganze Scheidungskraft nach dieser Richtung, d. h. multiplicirt man obigen Werth mit $\cos\Theta'$, so erhält man die Kraft, welche die wirkliche Scheidung bewirkt,

$$= -\frac{\alpha\alpha'}{rr} i\left(\sin\Theta\sin\eta\cos\gamma - \tfrac{1}{2}\cos\Theta\cos\eta\right)\cdot a e' v\cos\Theta' - \tfrac{1}{2}\frac{\alpha\alpha'}{r} a e'\cdot\cos\Theta\cos\Theta'\cdot\frac{di}{dt}.$$

Dieser Ausdruck, mit e' dividirt, giebt die vom inducirenden Elemente α auf das inducirte Element α' ausgeübte *elektromotorische* Kraft, im gewöhnlichen Sinne,

$$= -\frac{\alpha\alpha'}{rr} i\left(\sin\Theta\sin\eta\cos\gamma - \tfrac{1}{2}\cos\Theta\cos\eta\right)\cdot a v\cos\Theta' - \tfrac{1}{2}\frac{\alpha\alpha'}{r} a\cos\Theta\cos\Theta'\cdot\frac{di}{dt}.$$

Dies ist also das *allgemeine Gesetz der Volta-Induction, wie dasselbe durch Ableitung aus dem neu aufgestellten Grundprincipe der Elektricitätslehre sich von selbst ergiebt.*

Setzt man nun *erstens* den Fall, *dass keine Aenderung der Stromintensität stattfinde,* also:

$$\frac{di}{dt} = 0$$

sei, so findet sich das *Gesetz der Induction eines constanten Stromelements auf das dagegen bewegte Element eines Leiters;* es ergiebt sich nämlich dafür die *elektromotorische* Kraft:

$$= -\frac{\alpha\alpha'}{rr} i\left(\sin\Theta\sin\eta\cos\gamma - \tfrac{1}{2}\cos\Theta\cos\eta\right)\cdot a v\cos\Theta',$$

oder, wenn man mit ε den Winkel bezeichnet, welchen die Richtung des inducirenden Stromelements mit der Richtung, nach welcher das inducirte Element selbst bewegt wird, einschliesst, nach einer leicht zu machenden Transformation,

$$= -\frac{\alpha\alpha'}{rr} i\left(\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\Theta\cos\eta\right)\cdot a v\cos\Theta'.$$

Je nachdem nun dieser Ausdruck einen *positiven* oder *negativen* Werth hat, ist der inducirte Strom *positiv* oder *negativ*, wo unter positivem Strome ein solcher verstanden wird, dessen positive Elektricität in derjenigen Richtung des

Digitized by Google

Elements α' sich bewegt, welche mit der verlängerten Geraden r den Winkel Θ' einschliesst.

Sind nun z. B. die Elemente α und α' einander parallel, und ist die Richtung, nach welcher das letztere mit der Geschwindigkeit v bewegt wird, in der Ebene jener beiden Parallelen enthalten und auf deren Richtung senkrecht, so ist, *wenn α' durch seine Bewegung von α sich entfernt*,

$$\Theta = \Theta', \qquad \cos\eta = \sin\Theta, \qquad \cos\varepsilon = 0,$$

folglich die *elektromotorische* Kraft:

$$= +\tfrac{3}{2}\frac{\alpha\alpha'}{rr} i \sin\Theta\cos\Theta^2 \cdot av.$$

Dieser Werth ist immer *positiv*, weil $\Theta < 180°$ zu nehmen ist, und dieser *positive* Werth bezeichnet hier einen inducirten Strom von gleicher Richtung wie der inducirende, übereinstimmend mit dem, was die Erfahrung für diesen Fall ergeben hat.

Unter gleichen Verhältnissen, blos mit dem Unterschiede, dass *das Element α' durch seine Bewegung dem Elemente α genähert wird*, ergiebt sich:

$$\Theta = \Theta', \qquad \cos\eta = -\sin\Theta, \qquad \cos\varepsilon = 0,$$

folglich die *elektromotorische* Kraft:

$$= -\tfrac{3}{2}\frac{\alpha\alpha'}{rr} i \sin\Theta\cos\Theta^2 \cdot av.$$

Der *negative* Werth dieser Kraft bezeichnet einen inducirten Strom von entgegengesetzter Richtung, wie der inducirende, ebenfalls übereinstimmend mit dem, was die Erfahrung für diesen Fall ergeben hat.

Die *Volta-Induction* kann bekanntlich auf zwei wesentlich verschiedene Arten hervorgebracht werden: es können nämlich Ströme inducirt werden durch *constante* Ströme und durch *veränderliche*. Durch *constante* Ströme wird inducirt, entweder wenn der Leiter, durch welchen der Strom geht, gegen denjenigen Leiter bewegt wird, in welchem ein Strom inducirt werden soll, oder umgekehrt. Durch *veränderliche* Ströme kann inducirt werden, auch wenn der Leiter, durch welchen der veränderliche Strom geht, gegen denjenigen Leiter, in welchem ein Strom inducirt werden soll, unverrückt bleibt.

So wie nun aus dem oben abgeleiteten *allgemeinen Gesetze der Volta-Induction* das besondere Gesetz für die erstere Art durch die Bedingungsgleichung

Digitized by Google

$$\frac{di}{dt} = 0$$

sich von selbst ergab, so ergiebt sich daraus ebenso auch das besondere Gesetz für die letztere Art der Volta-Induction durch die Bedingungsgleichung

$$v = 0.$$

Setzt man also *zweitens* diesen Fall, *wo keine Bewegung der Leiter gegeneinander stattfindet*, oder

$$v = 0$$

ist, so ergiebt sich *das Gesetz der Induction eines veränderlichen Stromes auf das dagegen nicht bewegte Element eines Leiters*, oder der Werth der *elektromotorischen* Kraft:

$$= -\frac{1}{2}\frac{\alpha\alpha'}{r} a \cos\Theta \cos\Theta' \cdot \frac{di}{dt}.$$

Die Induction während des Zeitelements dt, d. h. das Product dieses Zeitelements in die wirkende elektromotorische Kraft, ist also:

$$= -\frac{a}{2} \cdot \frac{\alpha\alpha'}{r} \cos\Theta \cos\Theta' \cdot di,$$

folglich die Induction für irgend einen Zeitraum, in welchem die Intensität des inducirenden Stromes um i zunimmt, während r, Θ und Θ' unverändert bleiben,

$$= -\frac{a}{2} \cdot \frac{\alpha\alpha'}{r} i \cos\Theta \cos\Theta'.$$

Der *positive* Werth dieses Ausdrucks bezeichnet einen im Elemente α' inducirten Strom nach der Richtung von α', welche mit der verlängerten Geraden r den Winkel Θ' macht, der *negative* Werth einen inducirten Strom von der entgegengesetzten Richtung.

Wenn die beiden Elemente α und α' einander parallel sind und $\Theta = \Theta'$, so hat obiger Ausdruck für *wachsende* Stromintensität, oder für einen positiven Werth von i, einen *negativen* Werth, d. h. bei wachsender Stromintensität in α wird in α' ein Strom in entgegengesetzter Richtung erregt, als der inducirende Strom hat. Das Umgekehrte findet bei abnehmender Stromintensität statt. Beide Resultate stimmen mit bekannten Thatsachen überein. Auch die Proportionalität der Induction mit der Intensitätsänderung i des inducirenden Stromes ist der Erfahrung gemäss.

Digitized by Google

Geht man nun endlich von der Betrachtung dieser beiden besonderen Arten der *Volta-Induction* wieder auf den allgemeinen Fall zurück, wo zugleich die Intensität des inducirenden Stromes veränderlich ist und auch die beiden Leiter gegen einander bewegt werden, so ergiebt sich die *elektromotorische* Kraft eines *variablen* Stromelements auf das *bewegte* Element eines Leiters einfach als die *Summe der elektromotorischen Kräfte*, welche stattfinden würde:

1) wenn das Element des Leiters in dem betrachteten Augenblicke *nicht bewegt* würde;

2) wenn das Element des Leiters zwar bewegt würde, aber die *Stromintensität* des inducirenden Elements in dem betrachteten Augenblicke sich *nicht* änderte.

6.

VERSCHIEDENE AUSSPRÜCHE DES ALLGEMEINEN GRUNDGESETZES DER ELEKTRISCHEN WIRKUNG.

Das gefundene elektrische Grundgesetz lässt sich auf verschiedene Weise aussprechen, was an einigen Beispielen erläutert werden soll.

1) Weil die Entfernung r eine stets positive Grösse ist, so kann man dafür $\varrho\varrho$ schreiben. Es ergiebt sich dann

$$dr = 2\varrho d\varrho, \quad ddr = 2\varrho ddq + 2dq^2,$$

folglich ist:

$$r = \varrho\varrho, \quad \frac{dr^2}{dt^2} = 4\varrho\varrho\frac{d\varrho^2}{dt^2}, \quad \frac{ddr}{dt^2} = 2\varrho\frac{dd\varrho}{dt^2} + 2\frac{d\varrho^2}{dt^2}.$$

Substituirt man diese Werthe in der Formel $\frac{ee'}{rr}\left(1 - \frac{aa\,dr^2}{16\,dt^2} + \frac{aa}{8}r\frac{ddr}{dt^2}\right)$, so erhält man folgende kürzere Formel:

$$\frac{ee'}{\varrho^4}\left(1 + \frac{aa}{4}\varrho^2\frac{dd\varrho}{dt^2}\right).$$

2) Man verstehe unter *reducirter relativer Geschwindigkeit* der Massen e und e' diejenige relative Geschwindigkeit, welche diese Massen, denen am Ende der Zeit t die Entfernung r, die relative Geschwindigkeit $\frac{dr}{dt}$, und die relative Beschleunigung $\frac{ddr}{dt^2}$ zukommt, *wenn die letztgenannte constant wäre*, in dem

Digitized by Google

Augenblicke $(t-\theta)$ besitzen würden, in welchem beide, dieser Voraussetzung gemäss, in einem Punkte zusammenträfen. Bezeichnet nun v diese *reducirte relative Geschwindigkeit*, so ist nach den bekannten Gesetzen der *gleichförmig beschleunigten* Bewegung:

$$\frac{dr}{dt} - v = \frac{ddr}{dt^2} \cdot \theta$$

$$r = v\theta + \frac{1}{2}\frac{ddr}{dt^2} \cdot \theta\theta .$$

Durch Elimination von θ ergiebt sich aus diesen beiden Gleichungen:

$$\frac{1}{2}vv = \frac{1}{2}\frac{dr^2}{dt^2} - r\frac{ddr}{dt^2} .$$

Substituirt man diesen Werth in der Formel $\frac{ee'}{rr}\left(1 - \frac{aa\,dr^2}{16\,dt^2} + \frac{aa}{8}r\frac{ddr}{dt^2}\right)$, so erhält man folgende *kürzere* Formel:

$$\frac{ee'}{rr}\left(1 - \frac{aa}{16}vv\right),$$

welche sich auf folgende Weise in Worten aussprechen lässt: *Die von der Bewegung herrührende Verminderung der Kraft, mit welcher zwei elektrische Massen auf einander wirken würden, wenn sie nicht bewegt wären, ist dem Quadrate ihrer reducirten relativen Geschwindigkeit proportional.*

3) Wenn $\frac{ee'}{rr}\left(1 - \frac{aa}{16}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{aa}{8}r\frac{ddr}{dt^2}\right)$ die *absolute Kraft* ist, mit welcher die Masse e auf die Masse e' und umgekehrt e' auf e wirkt und abstösst, so folgt hieraus die *beschleunigende Kraft* für die Masse e

$$= \frac{e'}{rr}\left(1 - \frac{aa\,dr^2}{16\,dt^2} + \frac{aa}{8}r\frac{ddr}{dt^2}\right),$$

für die Masse e'

$$= \frac{e}{rr}\left(1 - \frac{aa\,dr^2}{16\,dt^2} + \frac{aa}{8}r\frac{ddr}{dt^2}\right).$$

Es resultirt hieraus folgende *relative Beschleunigung* beider Massen:

$$\frac{e+e'}{rr}\left(1 - \frac{aa}{16}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{aa}{8}r\frac{ddr}{dt^2}\right).$$

Fügt man hierzu noch diejenige *relative Beschleunigung*, welche für dieselben Massen theils aus der Fortdauer ihrer Bewegung in ihren bisherigen Bahnen, theils aus der Einwirkung anderer Körper sich ergiebt, welche zusammen mit

Digitized by Google

f bezeichnet werde, so erhält man für die *ganze relative Beschleunigung*, d. i. für $\frac{d\,dr}{dt^2}$, folgende Gleichung:

$$\frac{d\,dr}{dt^2} = \frac{e+e'}{rr}\left(1 - \frac{aa}{16}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{aa}{8}r\frac{ddr}{dt^2}\right) + f.$$

Mit Hülfe dieser Gleichung kann der Differentialcoefficient $\frac{ddr}{dt^2}$ bestimmt und sein Werth in die Formel $\frac{ee'}{rr}\left(1 - \frac{aa}{16}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{aa}{8}r\frac{ddr}{dt^2}\right)$ gesetzt werden, welche dann in folgenden, die Kraft, mit welcher zwei elektrische Massen auf einander wirken, unabhängig von ihrer *relativen Beschleunigung* darstellenden, Ausdruck übergeht:

$$\frac{ee'}{rr - \frac{aa}{8}(e+e')r}\cdot\left(1 - \frac{aa}{16}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{aa}{8}rf\right).$$

Hiernach hängt also diese Kraft von der Grösse der Massen, von ihrer Entfernung, von ihrer relativen Geschwindigkeit und ausserdem endlich von derjenigen relativen Beschleunigung f ab, welche ihnen zukommt theils infolge der Fortdauer der in ihnen schon vorhandenen Bewegung, theils infolge der von *anderen Körpern* auf sie wirkende Kräfte.

Es scheint hieraus zu folgen, dass die *unmittelbare Wechselwirkung zweier elektrischen Massen* nicht ausschliesslich von diesen Massen selbst und ihren Verhältnissen zu einander, sondern auch von der Gegenwart *dritter* Körper abhängig sei. Nun ist bekannt, dass Berzelius eine solche *Abhängigkeit* der *unmittelbaren Wechselwirkung zweier Körper von der Gegenwart eines dritten* schon vermuthet hat, und die daraus resultirenden Kräfte mit dem Namen der *katalytischen* bezeichnet hat. Bedienen wir uns dieses Namens, so kann hiernach gesagt werden, dass auch die *elektrischen Erscheinungen* zum Theil von *katalytischen* Kräften herrühren.

Diese Nachweisung *katalytischer* Kräfte für die *Elektricität* ist jedoch keine *strenge* Folgerung aus dem gefundenen elektrischen Grundgesetze. Sie würde es nur dann sein, wenn man mit diesem Grundgesetze nothwendig die *Idee* verbinden müsste, dass dadurch nur solche Kräfte bestimmt wären, welche elektrische Massen aus der Ferne *unmittelbar* auf einander ausübten. Es lässt sich aber auch *denken*, dass die unter dem gefundenen Grundgesetze begriffenen Kräfte zum Theil auch solche Kräfte sind, welche zwei elektrische Massen

Digitized by Google

auf einander *mittelbar* ausüben, und welche daher *zunächst* von dem *vermittelnden Medium*, und *ferner* von allen *Körpern*, *welche auf dieses Medium wirken*, abhängen müssen. Es kann leicht geschehen, dass solche *mittelbar* ausgeübten Kräfte, wenn sich das vermittelnde Medium unserer Betrachtung entzieht, als *katalytische Kräfte erscheinen*, wiewohl sie es nicht sind. Man müsste wenigstens, um in solchen Fällen von *katalytischen* Kräften zu sprechen, den Begriff von *katalytischer* Kraft wesentlich modificiren. Man müsste nämlich unter *katalytischer* Kraft eine solche *mittelbar* ausgeübte Kraft verstehen, welche sich nach einer *allgemeinen Regel* bestimmen lässt, durch eine gewisse Kenntniss von den Körpern, deren Einflusse das *vermittelnde* Medium unterworfen ist, jedoch ohne Kenntniss dieses *Mediums selbst*. Das gefundene elektrische Grundgesetz giebt eine allgemeine Regel zur Bestimmung *katalytischer* Kräfte in diesem Sinne.

Eine andere noch nicht entschiedene Frage ist es aber, ob nicht die Kenntniss des *vermittelnden* Mediums zur Bestimmung der Kräfte, wenn auch nicht nothwendig, doch *nützlich* sein würde. Die allgemeine Regel zur Bestimmung der Kräfte liesse sich nämlich vielleicht noch *einfacher* aussprechen, wenn das vermittelnde Medium in Betracht gezogen würde, als es ohnedem in dem *hier aufgestellten elektrischen Grundgesetze* möglich war. Die *Erforschung des vermittelnden Mediums*, die vielleicht noch über viele andere Dinge Aufschluss geben würde, ist selbst nun aber zur Entscheidung dieser Frage nöthig.

Die *Idee von der Existenz* eines solchen vermittelnden Mediums findet sich schon in der *Idee des überall verbreiteten elektrischen neutralen Fluidums* vor, und wenn sich auch dieses *neutrale Fluidum*, ausser den Conductoren, den bisherigen Beobachtungen der Physiker fast gänzlich entzogen hat, so ist jetzt doch Hoffnung, dass es gelingen werde, über dieses allgemein verbreitete Fluidum auf mehreren neueren Wegen näheren Aufschluss zu gewinnen. Vielleicht kommen in anderen Körpern, ausser den Conductoren, keine Strömungen, sondern nur *Schwingungen* vor, die man erst künftig mit den Seite 35 [vgl. die Ergänzungen am Schlusse dieses Buches] erörterten Mitteln genauer wird beobachten können. Ferner brauche ich nur an Faraday's neueste Entdeckung des Einflusses *elektrischer Strömungen auf Lichtschwingungen* zu erinnern, welche es nicht unwahrscheinlich macht, dass das überall verbreitete elektrische neutrale Medium selbst derjenige überall verbreitete Aether sei, welcher die Lichtschwingungen mache und fortpflanze, oder dass wenigstens beide so innig mit einander ver-

Digitized by Google

bunden seien, dass die Beobachtungen der Lichtschwingungen Aufschluss über das Verhalten des elektrischen neutralen Mediums zu geben vermöchten.

Auf die Möglichkeit einer *mittelbaren* Wirkung der elektrischen Massen auf einander hat, wie in der Einleitung angeführt worden ist, schon Ampère aufmerksam gemacht, »wonach nämlich die *elektrodynamischen Erscheinungen* den von den elektrischen Strömen *dem Aether mitgetheilten Bewegungen*« zuzuschreiben wären. Ampère erklärt aber selbst die Prüfung dieser Möglichkeit für eine ausserordentlich schwierige Untersuchung, der er sich zu unterziehen keine Zeit gehabt habe.

Sollten auch neue Aufschlüsse der Erfahrung, wie sie z. B. aus weiterem Verfolg der nach Seite 35 [vgl. die Ergänzungen am Schlusse dieses Buches] über *elektrische Schwingungen* auszuführenden Versuche, und aus der Faraday'schen Entdeckung vielleicht hervorgehen werden, vorzüglich geeignet erscheinen, um die von Ampère nicht überwundenen Schwierigkeiten allmälig zu beseitigen, so dürfte doch dabei auch das elektrische Grundgesetz in der hier gegebenen, von dem vermittelnden Medium unabhängigen Form einen nicht unwichtigen Anhaltspunkt gewähren, um dieses Gesetz auch in anderer, von dem vermittelnden Medium abhängigen Form auszudrücken.

Digitized by Google

II.

ÜBER DIE ERREGUNG UND WIRKUNG DES DIAMAGNETISMUS NACH DEN GESETZEN INDUCIRTER STRÖME

UND

DIE DEDUCTION

DER

DIAMAGNETISCHEN ERSCHEINUNGEN AUS DEN PRINCIPIEN DER ATOMISTISCHEN ELEKTRODYNAMIK.

[1847.]

[Poggendorff's Annalen, Bd. LXXVIII p. 241. — »Aus den Berichten der Kgl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig, Sitzung vom 28. August 1847, nebst Zusätzen vom Verfasser.« Auch mit dieser Abhandlung sind Theile der grösseren Abhandlung W. Weber's »Elektrodynamische Maassbestimmungen insbesondere über Diamagnetismus«, Abh. d. K. S. Ges. d. W. Bd. I. p. 485, verschmolzen. Vgl. Ergänzungen zu dieser Abhandlung am Schlusse dieses Buches. Z.]

EINLEITUNG.

Die zuerst von Brugmans im Jahre 1778 beobachtete Abstossung des Wismuths durch einen Magnet ist fast unbeachtet geblieben, bis Faraday sie von Neuem entdeckte und genauer untersuchte, und dadurch den Grund zu der neuen Lehre vom *Diamagnetismus* legte, deren weitere Ausbildung eine wichtige physikalische Aufgabe geworden ist. Zur Lösung dieser Aufgabe lässt sich nun, bei der Kleinheit der diamagnetischen Kräfte der Körper, auch wenn sehr grosse Elektromagnete darauf wirken, von feineren Maassbestimmungen nur wenig erwarten, und es ist daher mehr zu hoffen die Natur des Diamagnetismus aus *verschiedenen Modificationen* seiner Wirkungen kennen zu lernen, deren Entdeckung auch bei kleineren Kräften möglich ist. Die folgenden Versuche haben den Zweck, aus einigen besonderen Modificationen der dia-

Digitized by Google

magnetischen Wirkungen eine schon von Faraday zur Erklärung der diamagnetischen Erscheinungen aufgestellte Annahme sicherer und schärfer zu begründen, und sodann diese zur Erklärung der diamagnetischen Erscheinungen nöthige Annahme selbst wieder aus bekannten Gesetzen abzuleiten.

Der *Diamagnetismus* ist in den wenigen Jahren seit seiner Entdeckung Gegenstand vielseitiger Forschungen gewesen, welche nicht blos zu einer Erweiterung seines Gebietes, sondern auch zur Entdeckung und Untersuchung mehrerer anderen neuen Naturerscheinungen geführt haben. Das Interesse an diesen Forschungen ist dadurch immer mehr gewachsen. Jedoch bedarf die Lehre vom *Diamagnetismus* noch eines *Fundamentalgesetzes*, wenn sie der Lehre vom Magnetismus, Elektromagnetismus und von der Magnetelektricität, womit sie innigst zusammen zu hängen scheint, gehörig begründet zur Seite gestellt werden soll. Auch zu diesem *Fundamentalgesetze* zu gelangen, schien nun gleich anfangs eine Aussicht dadurch eröffnet zu sein, dass es Faraday gelungen war, die beiden hauptsächlichsten von ihm entdeckten Thatsachen, nämlich die diamagnetische *Abstossung* und die *äquatoriale Stellung* diamagnetischer Körper in der Nähe eines starken Magnets, unter einen sehr einfachen und allgemeinen Ausdruck zu bringen, der, wenn er auch nicht selbst als Fundamentalgesetz betrachtet werden konnte, doch in nächster und engster Beziehung mit einem solchen stehen zu müssen schien. Faraday führte nämlich diese diamagnetischen Wirkungen auf die Gesetze *veränderlicher Magnete* (Eisenmagnete) zurück, indem er die Wirkungen diamagnetischer Körper den Wirkungen von magnetischem Eisen verglich, worin Nord- und Südmagnetismus mit einander vertauscht wären. Die hiernach vorhandene Relation des Diamagnetismus zum Magnetismus bildet das von ihm aufgestellte Gesetz der *diamagnetischen Polarität*.

Um keine Ungewissheit über den Sinn zu lassen, welcher mit dem Worte *magnetische* oder *diamagnetische Polarität* zu verbinden sei, möge hier sogleich eine Erklärung desjenigen Sinnes, in welchem dieser Ausdruck in folgender Abhandlung genommen wird, beigefügt werden. Es ist bekannt, dass Gauss bewiesen hat, dass alle Wirkungen, die irgend ein Magnet (oder ein Körper, welcher geschlossene galvanische Ströme enthält) auf andere Körper ausübt, auf die Wirkungen zweier magnetischen Fluida zurückgeführt werden können, welche *auf seiner Oberfläche* auf eine bestimmte Weise vertheilt sind. Gauss hat diese Vertheilung *die ideale Vertheilung der magnetischen Fluida* genannt.

Digitized by Google

Demnach soll nun in der folgenden Abhandlung unter *magnetischer* oder *diamagnetischer Polarität* eines Körpers ein solcher Zustand desselben verstanden werden, vermöge dessen er Wirkungen auf andere Körper ausübt, welche so beschaffen sind, dass sie sämmtlich *aus einer idealen Vertheilung magnetischer Fluida* erklärt werden können.

In diesem Sinne folgt also aus dem Gesetze der *diamagnetischen Polarität*, dass alle *Wirkungen* eines diamagnetischen Körpers sich *aus einer idealen Vertheilung der beiden magnetischen Fluida* auf seiner Oberfläche erklären lassen. Da nun aus dem Gesetze der *magnetischen Polarität* derselbe Ausspruch sich für magnetische Körper ergiebt, so folgt, dass, wenn es in dem angegebenen Sinne wirklich eine *diamagnetische Polarität* giebt,

> *diamagnetische* Körper von *magnetischen* sich nicht wesentlich durch ihre *Wirkungen*, sondern blos durch die Art und Weise ihrer *Entstehung* oder *Veränderung* unterscheiden;

denn vorausgesetzt, dass die von ihrer Entstehung (oder Veränderung) abhängige *ideale Vertheilung* gegeben ist, so sind auch alle Wirkungen gegeben, gleichgültig ob es *Magnetismus* oder *Galvanismus* oder *Diamagnetismus* sei, an dessen Stelle jene *ideale Vertheilung* gesetzt worden.

Soll nun aber das Gesetz der *diamagnetischen Polarität* wirklich eine allgemeine Geltung haben, so darf seine Anwendbarkeit nicht blos auf diejenigen Erscheinungen beschränkt bleiben, welche Faraday zuerst entdeckt hatte, die nämlich auf der Wechselwirkung des diamagnetischen Körpers mit demjenigen Magnet, durch dessen Einfluss er diamagnetisch geworden war, beruhen, sondern sie muss auf alle Arten von Erscheinungen erstreckt werden können, die ein Körper durch eine bestimmte Vertheilung seiner magnetischen Fluida hervorbringen kann, wenn er auf andere Körper wirkt. Alle diese verschiedenen Arten von Erscheinungen werden eingetheilt in *rein magnetische*, *elektromagnetische* und *magnetelektrische*. Es war daher von besonderem Interesse, das wirkliche Vorhandensein dieser *verschiedenen Wirkungsarten* thatsächlich festzustellen. Die *zweite* Wirkung würde nämlich, wenn sie bei diamagnetischen Körpern wirklich vorhanden wäre, den Fundamentalversuch des *Elektrodiamagnetismus*, die *dritte* den Fundamentalversuch der *Diamagnetelektricität* (oder der diamagnetischen Induction elektrischer Ströme) geben. Fänden dagegen nicht alle diese Wirkungen statt, so hiesse das so viel, als das Gesetz der *diamagnetischen Polarität*

Digitized by Google

wäre nicht allgemein gültig, wodurch es seine ganze Wichtigkeit und Bedeutung in theoretischer Beziehung verlöre.

Über den Thatbestand dieser verschiedenen Wirkungsarten diamagnetischer Körper stimmen nun die von verschiedenen Beobachtern gefundenen Resultate noch nicht mit einander überein, was leicht erklärlich ist, wenn man bedenkt, wie schwach nothwendiger Weise namentlich die letzteren Arten von Wirkungen sein müssen, und wie leicht es daher geschehen kann, dass es nicht allen Beobachtern sie darzustellen gelingt, zumal wenn sie nicht alle ganz gleiche Instrumente gebrauchen. Namentlich ist es Faraday nicht gelungen, sich von dem Vorhandensein der letzten (inducirenden) Wirkung diamagnetischer Körper zu überzeugen, ungeachtet er auf die Wiederholung der darüber gemachten Versuche grosse Mühe und Sorgfalt verwendet hat.

Wie schwach z. B. die Wirkungen eines diamagnetischen Körpers auf eine Boussole sein müssen, leuchtet daraus ein, dass selbst die von starken Elektromagneten auf einen von ihnen diamagnetisirten Körper auch in kleiner Entfernung ausgeübten Kräfte sehr schwach sind, obgleich sie den grossen Kräften der Elektromagnete proportional sind. Betrachtet man nun aber, statt der Wechselwirkung eines in gegebener Weise diamagnetisirten Körpers mit so kraftvollen Elektromagneten, die Wechselwirkung desselben diamagnetischen Körpers mit einer schwachen Boussole, so leuchtet ein, dass aus dieser letzteren Wechselwirkung bei gleichem Abstande eine Kraft hervorgeht, welche in dem Verhältnisse der magnetischen Kraft jener Elektromagnete zu der dieser Boussole noch kleiner ist als die aus der ersten Wechselwirkung entsprungene Kraft, die selbst schon sehr klein war.

Unter diesen Verhältnissen, wo man *a priori* übersehen kann, dass die fraglichen Wirkungen, wenn sie vorhanden sind, ausserordentlich schwach sein müssen, bedarf es besonderer Vorkehrungen, um sie von andern kleinen Wirkungen genau zu unterscheiden und zu einem sicheren Resultate über ihr Dasein zu gelangen. Es reicht nicht hin, dass man die Beobachtungsmittel zu schärfen und zu verfeinern sucht, sondern man muss sich auch von der wirklich erreichten Schärfe und Feinheit dieser Mittel, und von der Stärke der fraglichen Wirkungen, welche damit beobachtet werden sollen, nähere Kenntniss zu verschaffen suchen, um darüber gewiss zu werden, dass das *Beobachtete* dem *Gesuchten* wirklich entspricht, — kurz, die Beobachtung so schwacher Wirkungen bedarf, um zu sicheren Resultaten zu führen, der *quantitativen*

Digitized by Google

Controle, an der es bisher gänzlich gefehlt hat. Namentlich kann die Frage über das Vorhandensein oder Nichtvorhandensein einer *diamagnetischen Induction elektrischer Ströme*, um die es sich vorzüglich handelt, auf dem Wege des Versuchs nur dann sicher entschieden werden, wenn die *Stärke des Stromes*, welcher diamagnetisch inducirt werden müsste, d. i. der Gegenstand, um den es sich handelt, einigermaassen ihrer Grösse nach vorausbestimmt ist, weil nur hiernach die Mittel bemessen werden können, welche zur Prüfung nothwendig sind und genügen.

Um nun aber zu einer solchen *quantitativen Controle* der Beobachtungen zu gelangen, muss diejenige Betrachtung, welche auf die Vermuthung einer *diamagnetischen Induction elektrischer Ströme* geführt hat, genauer verfolgt werden. Nach dieser Betrachtung wird nämlich angenommen, dass alle Wirkungen eines diamagnetischen Körpers aus einer bestimmten Vertheilung der beiden magnetischen Fluida auf seiner Oberfläche erklärt werden können, und dass umgekehrt ein diamagnetischer Körper *alle* Wirkungen der so vertheilten magnetischen Fluida ausübe. Hieraus folgt nun, dass jedem diamagnetischen Körper ein bestimmtes *magnetisches Moment* müsse beigelegt, und dass jede Art von diamagnetischer Wirkung müsse benutzt werden können, um dieses magnetische Moment seiner Grösse nach zu bestimmen, und dass sich daraus wieder alle andern Arten von diamagnetischen Wirkungen ihrer Grösse nach entweder genau oder wenigstens näherungsweise müssen vorausbestimmen lassen. Es würde also durch diese Betrachtung, wenn sie richtig ist, der Weg gebahnt sein, von bekannten diamagnetischen Erscheinungen auf unbekannte zu schliessen und dieselben ihrer Grösse nach vorauszubestimmen, so dass jeder Versuch, welcher die dadurch bedingte Feinheit nicht besitzt, sogleich im Voraus verworfen werden kann; jeder Versuch dagegen, welcher bei solcher Feinheit doch kein Resultat, oder ein ganz verschiedenes, ergäbe, zur Widerlegung der ganzen Betrachtung genügen würde. Eine gründliche Entscheidung ist nur auf diesem Wege möglich.

Diesen Weg habe ich nun in der folgenden Untersuchung einzuschlagen versucht und glaube so weit gelangt zu sein, dass die dadurch gewonnenen Resultate keinem Zweifel unterliegen, wenn auch zu wünschen bleibt, dass die quantitativen Bestimmungen künftig noch grössere Präcision erlangen. Wäre mir ein reicheres Material vergönnt gewesen, so würde ich meine Beobachtungsmittel leicht bedeutend haben verstärken und dadurch den quantitativen

Digitized by Google

Bestimmungen schon jetzt einen höheren Grad von Präcision verschaffen können, welcher in jeder Beziehung wünschenswerth bleibt, auch wenn das Hauptresultat hinreichend festgestellt erscheint.

1.

BEOBACHTUNG VON DIAMAGNETISCHEN ERSCHEINUNGEN.

Das diamagnetische Wismuth stösst sowohl den Nordpol wie den Südpol eines Magnets ab, und wird von ihnen abgestossen. Diese *indifferente* Abstossung entgegengesetzter Pole dürfte wenig auffällig erscheinen, wenn man den Grund der magnetischen Kraft in den unveränderlichen metallischen Theilchen des Wismuths selbst sucht; denn wir sind gewohnt von den ponderabeln Körpern überhaupt anzunehmen, dass sie den Bewegungen sowohl der beiden entgegengesetzten magnetischen Fluida als auch der beiden elektrischen ohne Unterschied gleichen Widerstand leisten. Mehr als diese indifferente Wirkung dürfte aber die Wirkung *in die Ferne* auffallen, wenn man annimmt, dass die diamagnetische Kraft in den unveränderlichen metallischen Theilchen des Wismuths selbst ihren Grund habe, weil es der erste Fall wäre, wo die Wirkung eines ponderabeln Körpers auf einen imponderabeln *in die Ferne* beobachtet würde. Es scheint daher vor Allem wichtig, die Frage zu entscheiden, ob der Grund der in die Ferne wirkenden diamagnetischen Kraft in dem unveränderlichen ponderabeln Bestandtheile der Körper enthalten sei, oder ob sie von einem *imponderabeln Bestandtheile* ausgehe und an eine gewisse *Vertheilung* desselben geknüpft sei.

Zur Entscheidung dieser Frage ist nun der von Herrn Reich angestellte, im 7. Hefte der Berichte der Kgl. Sächs. Gesellschaft d. W., S. 252, beschriebene Versuch von besonderer Wichtigkeit, wonach Nordpol und Südpol, wenn sie zugleich von derselben Seite her auf ein Stück Wismuth wirken, keineswegs dasselbe mit der Summe der Kräfte abstossen, welche sie einzeln ausüben würden, sondern vielmehr nur mit der Differenz dieser Kräfte.

Aus diesem einzigen Versuche dürfte schon mit grösster Wahrscheinlichkeit geschlossen werden, dass der Grund der diamagnetischen Kraft nicht in den unveränderlichen metallischen Wismuththeilchen, sondern in einem zwischen

Digitized by Google

ihnen beweglichen imponderabeln Bestandtheile zu suchen sei, welcher bei Annäherung eines Magnetpols verschoben und nach Verschiedenheit dieses Poles verschieden vertheilt wird. Der Grund der diamagnetischen Kraft wird hierdurch, statt in eine Wechselwirkung ponderabler und imponderabler Körper in die Ferne, vielmehr in eine solche Wechselwirkung zweier imponderabeln Körper gesetzt, und die gleiche Wirkung auf entgegengesetzte Pole erklärt sich dann aus der verschiedenen Vertheilung jenes imponderabeln Bestandtheils im Wismuth, welche durch den Gegensatz der Pole hervorgebracht wird. Die gleichzeitige Annäherung zweier entgegengesetzten Pole von derselben Seite her muss aber bewirken, dass der imponderable Bestandtheil im Wismuth weder die eine noch die andere Vertheilung annehmen kann, an welche das Hervortreten der diamagnetischen Kraft geknüpft ist, woraus sich das Verschwinden der diamagnetischen Kraft in diesem Falle von selbst ergiebt.

Fragt man nun aber weiter, was das für ein imponderabler Bestandtheil sei, welcher sich im Wismuth durch Annäherung eines Nordpols oder Südpols auf so verschiedene Weise vertheile, und dann bei dieser Vertheilung stets mit einer abstossenden Kraft auf den genäherten Pol zurückwirke, so bieten sich nur entweder die beiden magnetischen Fluida selbst, oder die beiden elektrischen Fluida in der Form von Molecularströmen dar. Jedenfalls müsste, um eine andere Annahme als zulässig erscheinen zu lassen, die Unmöglichkeit dargethan sein, durch das an bekannte Gesetze geknüpfte Verhalten der genannten Imponderabilien die fraglichen Erscheinungen zu erklären.

Hiernach ersieht man, dass der von Reich gemachte Versuch benutzt werden kann, um eine schon von Faraday (Poggendorff's Annalen, Bd. 70, S. 48, Art. 2429, 2430) aufgestellte Ansicht fester zu begründen. Faraday sagt nämlich daselbst: »Eine Erklärung der Bewegungen diamagnetischer Körper und all der dynamischen Erscheinungen, die aus der Wirkung der Magnete auf sie entspringen, möchte sich in der Annahme darbieten, dass die magnetische Induction in ihnen einen entgegengesetzten Zustand hervorruft, wie er in magnetischen Körpern erzeugt wird, d. h. dass, wenn man von jeder Körperart ein Theilchen in das magnetische Feld brächte, beide magnetisch würden, und jedes seine Axe parallel der durch sie hingehenden magnetischen Resultante stellte, doch mit dem Unterschiede, dass die Theilchen des magnetischen Körpers ihre Nord- und Südpole den entgegengesetzten Polen des inducirenden Magneten zuwendeten, die Theilchen des diamagnetischen aber es umgekehrt

Digitized by Google

machten. Daraus würde denn eine Näherung des einen Körpers und ein Zurückweichen des andern erfolgen.«

»Nach Ampère's Theorie würde diese Annahme damit übereinkommen, dass, während in Eisen und dergleichen magnetischen Körpern Ströme parallel mit den im inducirenden Magnet oder galvanischen Apparat vorhandenen inducirt werden, im Wismuth, schwerem Glase und den übrigen diamagnetischen Körpern Ströme von entgegengesetzter Richtung aufträten. Dies würde den Strömen in diamagnetischen Körpern gleiche Richtung geben mit denen, welche zu *Anfange* des inducirenden Stromes in diamagnetischen Leitern inducirt werden, und den in magnetischen Körpern gleiche mit denen, welche beim *Aufhören* desselben inducirenden Stromes entstehen. Hinsichtlich nichtleitender magnetischer und diamagnetischer Substanzen würde keine Schwierigkeit entspringen, weil die hypothetischen Ströme nicht in der Masse, sondern rings um die Theilchen der Substanz angenommen werden.«

Diese scharfsinnige, von Faraday zuerst aufgestellte Annahme, welche durch Reich's Versuche grössere Wahrscheinlichkeit gewonnen hat, soll nun durch die folgenden Versuche einer noch directeren Prüfung unterworfen werden, die kaum noch einen Zweifel an der Richtigkeit übrig lassen dürften.

Alle bisher beobachteten diamagnetischen Kräfte wirkten abstossend, nie anziehend; aus der von Faraday aufgestellten Annahme folgt aber, dass auch diamagnetische Kräfte vorkommen müssen, welche *anziehend* auf einen Magnetpol wirken, und es lassen sich solche Fälle leicht näher bestimmen und an der Erfahrung prüfen.

Zu diesem Zwecke darf man aber nicht diejenige Kraft beobachten, welche das diamagnetische Wismuth auf denjenigen Magnetpol ausübt, von welchem es selbst diamagnetisirt worden ist, sondern man muss solche Kräfte beobachten, welche jenes Wismuth auf andere Magnetpole in der Ferne ausübt, welche keinen Einfluss auf seinen diamagnetischen Zustand haben.

Stelle ich nun ein Stück Wismuth in der Ebene auf, welche eine symmetrisch magnetisirte, an einem Coconfaden aufgehangene kleine Magnetnadel rechtwinklig halbirt, so leuchtet ein, dass die Pole der kleinen Nadel auf den diamagnetischen Zustand des entfernten Wismuthstückes, nach Reich's Erfahrung, gar keinen oder wenigstens keinen merklichen Einfluss haben werden. In der That kann man sich auch durch den Augenschein leicht überzeugen, dass die Nadel durch das Wismuth nicht die geringste Ablenkung erleidet.

Digitized by Google

Stellt man aber einen starken Hufeisenmagnet so auf, dass der Ort, welchen vorher das Wismuthstück einnahm, in dem freien Raum zwischen seinen beiden Polen liegt, und giebt dabei dem Magnete eine solche Stellung, dass seine magnetische Axe verlängert die Nadel halbirt, so wird dieser starke Magnet ein sehr grosses Drehungsmoment auf die Nadel ausüben. Compensirt man aber dieses vom Hufeisenmagnet auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment durch ein anderes gleich grosses, aber entgegengesetztes Drehungsmoment eines der Nadel von der entgegengesetzten Seite genäherten Stabmagnets, so kann man bewirken, dass die Nadel ihren ursprünglichen Stand und ihre ursprüngliche Schwingungsdauer (Empfindlichkeit) wiedererhält, und dass es in Beziehung auf die Nadel so gut ist, wie wenn gar kein Magnet auf sie wirkte.

Bringt man nun nach diesen Vorbereitungen dasselbe Stück Wismuth, welches früher auf die Nadel gar nicht wirkte, an die nämliche Stelle wie früher, d. i. zwischen die beiden Pole des Hufeisenmagnets, so zeigt sich nun eine sehr wahrnehmbare und messbare Wirkung, nämlich eine Ablenkung der Nadel infolge davon, dass der eine Pol abgestossen, der andere angezogen wird.

Kehrt man die Pole der Magnete, deren Wirkungen auf die Nadel sich compensiren, um, und wiederholt dann den Versuch, so findet man, dass das nämliche Stück Wismuth, an die nämliche Stelle und in die nämliche Lage gebracht, jetzt gerade die entgegengesetzte Ablenkung hervorbringt.

Vertauscht man endlich das Stück Wismuth mit Eisen, so findet man, dass die von ersterem hervorgebrachte Ablenkung der von dem letzteren hervorgebrachten entgegengesetzt ist.

Es lassen sich diese Versuche mehrfach abändern, wobei jedoch immer die Kraft des Wismuths an andern Magnetpolen als dem, welcher den diamagnetischen Zustand des Wismuths bestimmt, beobachtet wird; überall bestätigt sich der Satz, dass Wismuth auf solche Pole stets entgegengesetzt wie Eisen an seiner Stelle wirkt, dass es also abstösst, wo das Eisen anzieht, und anzieht, wo das Eisen abstösst, kurz dass an andern Magnetpolen als dem, welches das Wismuth diamagnetisirt, eben so häufig anziehende wie abstossende Kräfte des Wismuths beobachtet werden. Wurde z. B. das eine Ende des Wismuthstabes an das Nordende eines starken Magnets gebracht, während sein anderes Ende dem Nordende der Magnetnadel genähert wurde, so wurde letzteres angezogen; wurde aber dasselbe Ende des Wismuthstabes an das Südende

Digitized by Google

des starken Magnets gebracht, so wurde das Nordende der Magnetnadel von dem andern ihm genäherten Ende des Wismuthstabes abgestossen.

Hierdurch kann nun die Faraday'sche Annahme als bewiesen betrachtet werden, wenigstens in sofern, als sie den Grund der diamagnetischen Kraft nicht in die unveränderlichen metallischen Wismuththeilchen selbst, sondern in eine veränderliche Vertheilung setzt, welche im Wismuth stattfindet und auf andere Magnete gleich einer bestimmten Vertheilung magnetischer Fluida wirkt.

Um endlich auch jeden Zweifel darüber zu beseitigen, dass es wirklich nichts Anderes sei, als entweder die magnetischen Fluida oder ihnen aequivalente Ampère'sche Ströme, welche jener veränderlichen Vertheilung im Wismuth unterworfen seien, kann noch verlangt werden, dass durch Versuche nicht blos die mit dem *Vorhandensein* des diamagnetischen und eines gewissen magnetischen Zustandes verbundenen Wirkungen, sondern dass auch die mit der *Entstehung* beider Zustände verknüpften Wirkungen gleich befunden würden.

Es ist bekannt, dass nach den Gesetzen der von Faraday entdeckten Induction die Bewegung der magnetischen Fluida in einem Körper, oder die Drehung der Ampère'schen Molecularströme, mit einer elektrischen Wirkung in die Ferne auf benachbarte Leiter verbunden ist, wodurch in letzteren ein elektrischer Strom erregt oder inducirt wird.

Sind daher wirklich in den diamagnetischen Körpern die beiden magnetischen Fluida oder ihnen aequivalente Ampère'sche Ströme vorhanden, welche unter dem Einflusse eines starken Magnets bewegt oder gedreht werden, so müsste auch von ihnen, in dem Augenblicke, wo diese Aenderung vor sich ginge, ein elektrischer Strom in einem benachbarten Leiter inducirt werden.

Um nun diesen inducirten Strom für sich zu beobachten, ist es nöthig, dass in demselben Leiter kein anderer Strom z. B. von dem starken Magnet inducirt werde, dem der Wismuthstab genähert wird. Zu diesem Zwecke ist also die Kraft dieses Magnets während der Versuche unverändert zu erhalten, was bei einem Elektromagnet einen unveränderlichen galvanischen Strom voraussetzt. Andererseits muss auch der Leiter, auf welchen vom Wismuth gewirkt werden soll, eine feste unveränderliche Stellung gegen jenen Magneten erhalten, wobei er ringförmig den Raum umschliesst, in welchen der Wismuthstab gebracht werden soll, um durch den Einfluss des Magneten die

Digitized by Google

diamagnetische Vertheilung in ihm hervorzubringen. Dass endlich der vom Wismuth inducirte Strom beobachtet werden könne, wenn man die beiden Enden obigen ringförmigen Leiters fortführt und mit den Enden des Multiplicators eines empfindlichen Galvanometers verbindet, bedarf keiner weiteren Erörterung.

Was aber die Stärke dieses vom Wismuthstab inducirten Stromes betrifft, so lässt sich leicht im Voraus überschlagen, wie gering sie sein werde, wenn man beachtet, wie klein die diamagnetischen Kräfte im Vergleich zu den magnetischen Kräften des Eisens sind, welches an die Stelle des Wismuths gesetzt wird. Es ergiebt sich bei näherer Prüfung, dass der inducirte Strom so schwach sein müsse, dass er nicht mehr beobachtet werden könne, wenn nicht alle Umstände zu diesem Zwecke auf das Günstigste zusammenwirken.

Zur Erreichung dieses Zweckes, nämlich *galvanische Ströme durch Diamagnetisirung des Wismuths in einen benachbarten Leiter zu induciren, und so inducirte Ströme wirklich zu beobachten*, wurden nun folgende Einrichtungen getroffen.

Ein mit dickem Kupferdrahte mehrfach umwundener 600 Millimeter langer Eisenkern diente als Elektromagnet. Auf die kreisförmige Endfläche von 50 Millimeter Durchmesser dieses Eisenkernes wurde der ringförmige Leiter befestigt, welcher aus einem auf hölzerne Rolle gewickelten, 300 Meter langen, $^2/_3$ Millimeter dicken, umsponnenen Kupferdrahte bestand. Der von diesem ringförmigen Leiter eingeschlossene Raum, in welchen der Wismuthstab gebracht werden sollte, war 140 Millimeter lang und 15 Millimeter weit; der Stab von reinem präcipitirten Wismuthe war etwas dünner. Die Enden des ringförmigen Leiters wurden zu einem Commutator geführt, zu dem auch die Enden des Multiplicators eines sehr empfindlichen Galvanometers führten, dessen Magnetnadel mit Spiegel versehen war, in welchem durch ein darauf gerichtetes Fernrohr das Bild einer entfernten Scale beobachtet wurde. Das Galvanometer war ausserdem mit einem so starken Dämpfer versehen, dass von einer Schwingung der Nadel kaum etwas bemerkt werden konnte.

Während nun ein möglichst starker und constanter galvanischer Strom durch den dicken Draht des Elektromagneten ging, wurde der im ringförmigen Leiter befindliche Wismuthstab herausgezogen; darauf wurde der Commutator gewechselt und der Wismuthstab wieder hineingeschoben; hierauf wurde der Commutator wieder gewechselt und der Wismuthstab herausgezogen u. s. f.

Digitized by Google

Während dieser etwa eine Minute lang fortgesetzten Versuche wurde der Stand des Galvanometers etwa von zehn zu zehn Secunden abgelesen.

Darauf folgte eine zweite Reihe, blos mit dem Unterschiede, dass der Commutator beim Herausziehen des Wismuthstabes diejenige Stellung erhielt, welche er in der ersten beim Hineinschieben des Wismuthstabes gehabt hatte, und umgekehrt.

Die dritte Reihe war dann eine genaue Wiederholung der ersten u. s. f.

Vor dem Beginn jeder Reihe wurde der Galvanometerstab beobachtet, jedoch ohne abzuwarten, bis derselbe ganz zur Ruhe gekommen wäre. Jede Reihe wurde mit Herausziehen des Wismuthstabes begonnen.

In der folgenden Tafel sind die sämmtlichen am Galvanometer gemachten Ablesungen zusammengestellt. Die verschiedenen Reihen sind durch römische Ziffern, die beiden Commutatorstände, welche in verschiedenen Reihen beim Herausziehen des Wismuthstabes stattfanden, sind in der Überschrift durch *A* und *B* unterschieden. Ausserdem ist in der Überschrift der vor Beginn jeder Reihe abgelesene Galvanometerstand bemerkt.

I. *A.*	II. *B.*	III. *A.*	IV. *B.*	V. *A.*	VI. *B.*	VII. *A.*
512,3	517,4	515,9	517.2	517,0	523,0	524,7
513,3	513,0	519,5	517,1	518,2	522,0	526,0
514,1	512,9	520,7	517,5	518,7	519,0	528,0
514,5	512,8	519,1	516,2	525,0	518,5	530,0
515,3	514,2	519,2	516,7	525,1	519,0	530,7
515,6	515,2	518,3	517,7	523,0	521,0	530,0
516,7	516,0	515,5	—	—	—	528,5
514,92	514,02	518,72	517,04	522,00	519,90	528,87

Vergleicht man nun die in den Überschriften angegebenen Galvanometerstände in den ungeraden Reihen, wo der Commutator beim Herausziehen des Wismuthstabes aus dem ringförmigen Leiter die Stellung *A* hatte, mit dem Mittelwerthe der daruntersteheuden Beobachtungen, so ergiebt sich der letztere jedesmal etwas *grösser*. Es sind nämlich diese Mittelwerthe:

1. Reihe $514{,}92 = 512{,}3 + 2{,}62$
3. - $518{,}72 = 515{,}9 + 2{,}82$
5. - $522{,}00 = 517{,}0 + 5{,}00$
7. - $528{,}87 = 524{,}7 + 4{,}17.$

Digitized by Google

Dieselbe Vergleichung giebt für die geraden Reihen, wo der Commutator beim Herausziehen des Wismuthstabes aus dem ringförmigen Leiter die Stellung *B* hatte, den Mittelwerth immer etwas *kleiner*. Es sind nämlich diese Mittelwerthe:

2. Reihe $514{,}02 = 517{,}4 - 3{,}38$
4. - $517{,}04 = 517{,}2 - 0{,}16$
6. - $519{,}90 = 523{,}0 - 3{,}10.$

Es ist hierbei zu beachten, dass der vor Beginn jeder Reihe beobachtete Galvanometerstand nicht genau der Ruhestand der Nadel war. Um die hieraus hervorgehende Ungewissheit zu vermeiden, kann man diese jeder Reihe vorausgeschickte Ablesung von der Rechnung ganz ausschliessen, und kann sich auf die Vergleichung der Mittelwerthe der einzelnen Reihen allein beschränken. Die Vergleichung des Mittelwerthes der 2. bis 6. Reihe mit dem Mittel aus der unmittelbar vorangehenden und nachfolgenden Reihe ergiebt dann folgende Resultate:

2. Reihe $514{,}02 = 516{,}82 - 2{,}80$
3. - $518{,}72 = 515{,}53 + 3{,}19$
4. - $517{,}04 = 520{,}36 - 3{,}32$
5. - $522{,}00 = 518{,}47 + 3{,}53$
6. - $519{,}90 = 525{,}43 - 5{,}53.$

Auch hieraus ersieht man, dass in den ungeraden Reihen, wo der Commutator den Stand *A* hatte, während der Wismuthstab aus dem ringförmigen Leiter herausgezogen wurde, der Galvanometerstand etwas höher war, und dass das Entgegengesetzte in den geraden Reihen stattfand, wo der Commutator beim Herausziehen des Wismuthstabes den Stand *B* hatte. Die Unterschiede sind für die letzten Reihen etwas grösser als für die ersten, was sich leicht daraus erklärt, dass die Inductionswechsel allmählich beschleunigt wurden.

Es wurden nun zum Zweck einer directen Vergleichung Gegenversuche gemacht, wobei der Wismuthstab mit einem dünnen Eisenstäbchen vertauscht wurde. Der inducirte Strom war dann so stark, dass keine Repetition angewendet werden durfte wie beim Wismuth, und dass ferner das Eisenstäbchen auch nur mit dem äussersten Ende in den ringförmigen Leiter gebracht werden durfte. Aber auch dann war der inducirte Strom so stark, dass am Galvano-

Digitized by Google

meter nicht der Ausschlag der Nadel selbst, sondern nur die Richtung beobachtet wurde, ob nämlich der Galvanometerstand wuchs, d. i. von niederen Scalentheilen zu höheren ging, oder umgekehrt.

ERSTER VERSUCH.

Stellung des Commutators *A*.

Wachsende Zahlen beim Hineinschieben des Eisenstäbchens in den ringförmigen Leiter.

Abnehmende Zahlen beim Herausziehen des Eisenstäbchens aus dem ringförmigen Leiter.

ZWEITER VERSUCH.

Stellung des Commutators *B*.

Abnehmende Zahlen beim Hineinschieben des Eisenstäbchens in den ringförmigen Leiter.

Wachsende Zahlen beim Herausziehen des Eisenstäbchens aus dem ringförmigen Leiter.

Zur Vergleichung dieser mit Eisen gemachten Versuche mit den früheren, welche sich auf Wismuth bezogen, diene die Stellung des Commutators *A* und der Fall, wo das Eisenstäbchen aus dem ringförmigen Leiter herausgezogen wurde, für den also eine *Abnahme* des Galvanometerstandes beobachtet worden ist. Dieser Fall entspricht bei den obigen Versuchen mit dem Wismuth den ungeraden Reihen, für die sich bei in gleichem Sinne fortgesetzter Induction ein *höherer* Galvanometerstand ergeben hat. Hieraus folgt also, dass das Wismuth einen positiven Strom inducirte unter den nämlichen Verhältnissen, unter welchen das Eisen einen negativen inducirte, und umgekehrt.

Hierdurch ist also die Induction elektrischer Ströme durch Diamagnetisirung des Wismuths bewiesen, und man ersieht zugleich, dass die Richtung dieser Ströme stets der vom Eisen unter den nämlichen Verhältnissen inducirten Ströme entgegengesetzt ist, ganz so wie es sein müsste, wenn das Wismuth magnetische Fluida oder aequivalente Ampère'sche Ströme enthielte, die unter dem Einflusse starker Magnete gerade entgegengesetzt bewegt oder gedreht würden wie im Eisen, wodurch also auch der letzte Zweifel an der von Faraday aufgestellten Annahme gehoben zu sein scheint.

Obgleich nun aber hiernach eine Regel gefunden ist, nach welcher die

Digitized by Google

veränderlichen diamagnetischen Zustände der Körper für alle Fälle so bestimmt werden, dass sämmtliche Wirkungen nach magnetischen und elektrodynamischen Gesetzen als nothwendige Folge davon erscheinen, so bleibt der *Grund* jener Regel doch noch unbekannt, und nach magnetischen und elektrodynamischen Gesetzen unerklärt. Denn sind magnetische Fluida in den diamagnetischen Körpern wirklich enthalten, so muss bei Näherung eines Magnetpols das eine angezogen, das andere abgestossen werden, und die Richtung der Scheidung beider Fluida ist hiernach durch magnetische Gesetze nothwendig bestimmt. Diese Richtung ist aber der in obiger Regel angegebenen gerade entgegengesetzt. Eben so verhält es sich auch mit der andern Annahme, nach welcher in den diamagnetischen Körpern statt magnetischer Fluida Ampère'sche Molecularströme vorausgesetzt werden, welche bei Annäherung eines Magnetpols in einem durch die elektromagnetischen Gesetze bestimmten Sinne gedreht werden müssen. Diese Drehung ist aber der in obiger Regel angegebenen gerade entgegengesetzt.

Es ist also ein Widerspruch vorhanden zwischen obiger Regel der *Erregung* und den Gesetzen der *Wirksamkeit* des diamagnetischen Zustandes. Bis dieser Widerspruch gelöst ist, bleiben alle diamagnetischen Zustände der Körper eine Gruppe isolirter Facta ausser Zusammenhang mit allen übrigen Erscheinungen, gerade so wie der Rotationsmagnetismus eine solche Gruppe bildete, bis Faraday durch Entdeckung der Induction den Schlüssel dazu gab.

Für unsere bisherigen Betrachtungen, welche sich auf die *Wirkungen* bezogen, war es gleichgültig, ob geschiedene magnetische Fluida oder gleichgerichtete Ampère'sche Molecularströme den erregten diamagnetischen Zustand der Körper constituiren. Dies ist nicht mehr der Fall bei den folgenden Betrachtungen, welche sich auf die *Ursachen* beziehen, d. h. auf die den diamagnetischen Zustand der Körper erregenden Kräfte.

Denn wäre es eine gewisse Vertheilung der magnetischen Fluida, welche den diamagnetischen Zustand der Körper constituirte, so könnte, wie oben gezeigt worden, von den Kräften, die sie hervorbrächten, gar keine Rechenschaft gegeben werden; wenigstens aus den gegebenen *magnetischen* Kräften, welche auf jene Fluida wirken, liesse sich diese Vertheilung nicht erklären.

Anders verhält es sich aber, wenn es gleich gerichtete Molecularströme sind, welche den diamagnetischen Zustand der Körper constituiren. Denn ein System gleichgerichteter Molecularströme kann auf *doppelte* Weise zu Stande

Digitized by Google

kommen. *Erstens* nämlich ist es möglich, dass die Molecularströme selbst in dem Körper schon vorher existirt haben, und dass auf diese schon vorhandenen Ströme nur eine Kraft gewirkt hat, welche ihnen *gleiche Richtung* ertheilte; *zweitens* aber ist es auch möglich, dass die gleichgerichteten Ströme, welche den diamagnetischen Zustand der Körper bilden, vorher gar nicht existirten, sondern bei der Diamagnetisirung des Körpers erst *entstanden* oder *inducirt* worden sind. Fällt nun auch die erste von diesen beiden Möglichkeiten, wie oben gezeigt worden, aus gleichen Gründen weg, wie die der vorher betrachteten Vertheilung magnetischer Fluida, so bleibt doch für die Molecularströme noch die andere Möglichkeit übrig, wonach sie *durch Induction entstanden* wären.

Nun ist zwar von *inducirten Molecularströmen* bisher nie die Rede gewesen, sondern nur von beharrlichen, unveränderlichen Molecularströmen, nach Ampère's Definition, dem überhaupt die Entstehung von Strömen durch Induction noch unbekannt war. Es leuchtet aber ein, dass, wenn die Existenz von Molecularströmen zugegeben wird, auch ferner einzuräumen sei, dass ihre Intensität müsse vermehrt oder vermindert, und dass selbst neue Ströme dieser Art müssen erzeugt werden können, und zwar durch die nämlichen Kräfte, welche Ströme in grösseren Kreisen hervorbringen.

Geht man zur Erklärung des Diamagnetismus auf *Induction* zurück, so könnte man beim ersten Anblick selbst daran zweifeln, ob es wirklich nöthig sei, inducirte Molecularströme zu diesem Zwecke anzunehmen, oder ob nicht selbst die in grösseren Kreisen inducirten Ströme dazu genügten. In der That würden diese Ströme alle diamagnetische Erscheinungen hervorbringen können, wenn sie *beharrlich* wären; da aber diese, den Ohm'schen Gesetzen unterworfenen, Ströme nicht beharrlich sind, sondern augenblicklich mit der inducirenden Kraft verschwinden und nur durch fortgesetzte Induction erhalten werden, so können sie aus diesem einzigen Grunde nicht zur Erklärung des Diamagnetismus dienen.

Wenn nun aber in dem schnellen Verschwinden dieser Ströme wirklich der einzige Grund liegt, den diamagnetischen Zustand der Körper, welcher beharrlich ist, nicht daraus abzuleiten, so scheint gar kein Grund zu sein, warum man den beharrlichen diamagnetischen Zustand der Körper nicht *inducirten Molecularströmen* zuschreiben sollte, da sich diese in allen anderen Beziehungen eben so wie jene Ströme verhalten müssen, und nur darin

Digitized by Google

verschieden sind, dass ihnen die *Beharrlichkeit* zukommt, die jenen fehlt. Denn der Unterschied der Ströme, welche durch Leiter in grösseren Kreisen sich bewegen, von diesen Molecularströmen besteht nur darin, dass der strömenden Elektricität der ersteren beim Vorübergehen an den Moleculen des Leiters ihre lebendige Kraft so schnell entzogen wird, dass sie in einer unmessbar kleinen Zeit zur Ruhe gelangen würde, wenn ihr der erlittene Verlust nicht durch fortdauernde elektromotorische Kräfte immer wieder ersetzt würde, wonach sich dann ergiebt, dass diese Art von Strömen, den Ohm'schen Gesetzen gemäss, stets der vorhandenen elektromotorischen Kraft proportional sind und augenblicklich mit der elektromotorischen Kraft verschwinden. Das Gegentheil gilt von den Molecularströmen, welche nicht durch einen Leiter von Molecule zu Molecule fortgehen, sondern sich um ein einziges Molecul herumbewegen, für die also jener Grund der Entziehung ihrer lebendigen Kraft wegfällt. Diese Ströme beharren also ohne elektromotorische Kraft in gleicher Intensität.

Ist nun eine *inducirende Kraft* gegeben, welche auf die Elektricität eines Leiters wirkt, so wird letztere in eine Strombewegung versetzt, und diese Strombewegung vertheilt sich nach Proportion der Leitungsfähigkeit gesetzmässig unter allen Bahnen, die der Leiter darbietet; folglich muss ein Theil der Strombewegung seinen Weg auch um einzelne Molecule des Leiters einschlagen und *inducirte Molecularströme* bilden, welche, weil sie auf ihrem Wege um die Molecule herum keinen Widerstand finden, durch den sie aufgehalten würden, ungeschwächt fortdauern müssen, bis infolge einer neuen entgegengesetzten Induction neue inducirte Molecularströme hinzukommen, welche die älteren aufheben.

Spricht man also mit Ampère in der Lehre vom Elektromagnetismus von *Molecularströmen*, so muss man jetzt auch consequenterweise, nach Entdeckung der Induction, in der Lehre von der Magnetoelektricität von *inducirten Molecularströmen* sprechen, und muss allen, gleichgültig ob sie immer vorhanden gewesen, oder durch Induction erst entstanden sind, Beharrlichkeit zuschreiben. Dies vorausgesetzt ergiebt sich, dass auf alle Körper, an welchen diamagnetische Wirkungen beobachtet werden, Kräfte gewirkt haben, welche Molecularströme induciren mussten, und zwar solche, welche die mit dem Namen der diamagnetischen bezeichneten Wirkungen hervorbringen.

Letzteres folgt daraus, dass eine magnetische Kraft einen *vorhandenen Strom* so zu richten sucht, dass seine Bahn der eines *durch das Wachsthum jener*

Digitized by Google

magnetischen Kraft inducirten Stromes gerade entgegengesetzt ist. Ist also dieser inducirte Strom ein Molecularstrom, welcher beharrt, so wird er auch beharrlich die entgegengesetzten Wirkungen haben, wie ein anderer Molecularstrom, der unabhängig von dem Wachsthum jener magnetischen Kraft schon existirte (z. B. im Eisen), aber durch diese Kraft seine gegenwärtige Richtung erhalten hat. Das entgegengesetzte Verhalten des diamagnetisirten Wismuths und des magnetisirten Eisens ergiebt sich hiernach von selbst aus bekannten Gesetzen. Der wesentliche Unterschied zwischen Wismuth und Eisen würde nur darin zu setzen sein, dass im Eisen, unabhängig von äusserer Erregung, Molecularströme vorhanden sind, deren Richtung aber nicht unveränderlich, sondern dem Einfluss äusserer Kräfte unterworfen ist, was beim Wismuth nicht der Fall wäre. Uebrigens können Wismuth und Eisen insofern gleichgesetzt werden, als eine wachsende oder abnehmende magnetische Kraft in beiden neue beharrliche Molecularströme inducirt, die jedoch im Eisen viel schwächer sein müssen, als die unabhängig von solcher Induction darin vorhandenen.

2.

FARADAY'S VERSUCHE.

Es soll hier nicht von Faraday's früheren Versuchen gehandelt werden, durch die er zuerst zu der Annahme geführt worden war, welche Plücker am kürzesten in den Worten ausspricht: »Im Wismuth inducirt jeder Nordpol eines Magneten einen Nordpol, jeder Südpol einen Südpol.« Plücker sagt von dieser Annahme, dass jeder Physiker darauf verfallen musste, und dass *diamagnetische Polarität* eine nothwendige Folge derselben sei. Wir beschränken uns hier auf diejenigen Versuche, welche von Faraday neuerlich zur Widerlegung dieser von ihm zuerst vermutheten *diamagnetischen Polarität* gemacht worden sind.

In der That waren bald, nachdem die Wichtigkeit eingeleuchtet hatte, welche die wirkliche Nachweisung der *diamagnetischen Polarität* besitzt, so viele und verschiedene Thatsachen dafür gefunden und mitgetheilt worden, dass diese Polarität fast ausser allem Zweifel gesetzt zu sein schien. Ich habe in meinem ersten Aufsatze (Berichte der K. S. Gesellschaft der Wissenschaften 1847,

Digitized by Google

S. 346 und Poggendorff's Annalen 1848, Bd. 73, S. 242) besonders die Beweiskraft hervorgehoben, welche in dieser Beziehung der von Reich angestellte Versuch besitzt, wonach Nordpol und Südpol, wenn sie von derselben Seite her auf ein Stück Wismuth wirken, keineswegs dasselbe mit der Summe der Kräfte abstossen, welche sie einzeln ausüben würden, sondern vielmehr nur mit der Differenz dieser Kräfte — und habe andere Versuche beigefügt, welche die *beiden Pole* eines in diamagnetischem Zustande erhaltenen Wismuthstabes durch den Gegensatz von *Anziehung* und *Abstossung* unmittelbar erkennen liessen. Endlich fügte ich auch die mit dem auf S. 70 erwähnten Apparate gemachten Versuche bei, welche gleiche von *Diamagnetpolen* wie von *Magnetpolen* ausgeübte *elektromotorische Kräfte* nachzuweisen schienen. Hieran schlossen sich unmittelbar einige Versuche von Poggendorff an (Annalen 1848, Bd. 73, S. 475 f.), welche theils zur Bestätigung, theils zur Ergänzung dienten, indem sie besonders die Nachweisung der beiden *Diamagnetpole* durch den Gegensatz der Wirkung gaben, welche der *galvanische Strom* auf sie ausübt, und geradezu bewiesen, dass ein Wismuthstab in der äquatorialen Lage ein wirklicher *Transversalmagnet* wäre, der die Linie seiner Nordpole dem Nordpole und die Linie seiner Südpole dem Südpole des Magnets zukehrte, was ausserdem Plücker (Annalen 1848, Bd. 73, S. 613 f.) durch eine sehr sinnreiche darauf gegründete Anwendung bestätigt fand, welche ein einfaches und praktisch wichtiges Mittel an die Hand gab, den Diamagnetismus schwingender Körper bedeutend zu verstärken. Plücker erklärte es dabei selbst für unwidersprechlich, dass der *Diamagnetismus* in einer *polaren Erregung* bestehe, eine Theorie, die er zuvor nur wegen der grossen Schwierigkeiten ihrer allgemeinen Begründung fallen gelassen habe und erst dann wieder aufgenommen, als die Polarität so entschieden nachgewiesen worden. Endlich hat Plücker an diesem Orte selbst noch eine der hauptsächlichsten der von ihm erwähnten Schwierigkeiten, nämlich die, welche aus dem bei manchen Körpern beobachteten *magnetischen* Verhalten in *grösserer*, und dem *diamagnetischen* Verhalten in *kleinerer* Entfernung vom Magnetpole entsprang, durch die nähere Untersuchung in solcher Weise erledigt, dass, wie er selbst sagt, »das von ihm nicht vermuthete, aber von rein theoretischem Gesichtspunkte aus zu erwartende Resultat statt der früheren Schwierigkeit eine merkwürdige Bestätigung der von Faraday, Reich, Weber und Poggendorff adoptirten Theorie des Diamagnetismus gebe, zu der auch er sich jetzt entschieden bekenne.«

Digitized by Google

Allen diesen schnell auf einander gefolgten, in demselben 73. Bande von Poggendorff's Annalen enthaltenen Nachweisungen der von Faraday zuerst vermutheten *diamagnetischen Polarität* widerspricht nun Faraday durch seine 23. Versuchsreihe, deren nähere Betrachtung auch für die hier beschriebenen Versuche von Wichtigkeit ist.

Bei der Autorität, welche dieser grosse Naturforscher mit so vollem Rechte geniesst, und dem Interesse, welches seine Arbeiten überall erregen, dürfen die von ihm angeführten Versuche zur Widerlegung der *diamagnetischen Polarität* als bekannt vorausgesetzt werden. Auch kann es sich nicht um die Richtigkeit dieser Versuche handeln, an der bei Faraday's anerkannter Meisterschaft nicht zu zweifeln ist. Es handelt sich hier wesentlich nur darum, ob und in wie weit diese Versuche gegen *diamagnetische Polarität*, wie sie hier gleich zu Anfang definirt worden ist, wirklich zeugen und beweisen. Dabei kommt nun hauptsächlich dreierlei in Betracht: *erstens*, dass Faraday nicht alle Versuche, welche zur Nachweisung der diamagnetischen Polarität gemacht worden sind, wiederholt hat; *zweitens*, dass Faraday, bei aller Meisterschaft im Gebrauche seiner Hülfsmittel, in der Feinheit der Versuche durch die Instrumente, deren er sich bediente, beschränkt war. *Drittens* endlich hat Faraday nach seinen Ansichten manche Erscheinungen, die von andern Physikern auf *diamagnetische Polarität* zurückgeführt werden, auf andere Weise zu erklären gesucht. Es erscheint daher sogar zweifelhaft, ob Faraday die *diamagnetische Polarität* in dem Sinne, in welchem sie hier zu Anfang definirt worden ist, wirklich bestreitet.

Was die von Faraday nicht wiederholten und unberücksichtigt gelassenen Versuche betrifft, so bemerke ich zunächst, dass in Art. 2689 seiner Abhandlung ein von mir mit einem von Reich gemachten Versuche verwechselt zu sein scheint, wodurch es geschehen ist, dass Faraday den von Reich gemachten Versuch, dessen Beweiskraft für *diamagnetische Polarität* von mir besonders hervorgehoben worden war, ganz übersehen hat, wonach nämlich Nordpol und Südpol, wenn sie zugleich von derselben Seite her auf ein Stück Wismuth wirken, keineswegs dasselbe mit der Summe der Kräfte abstossen, welche sie einzeln ausüben würden, sondern nur mit der Differenz dieser Kräfte. Dieser Versuch ist von Reich mit dem feinsten Instrumente gemacht worden, was dazu gebraucht werden kann, nämlich mit der feinen Torsionswaage, womit er die classische Wiederholung der Cavendish'schen Versuche ausgeführt

Digitized by Google

hatte. Ich kann hier nur wiederholen, was ich über diesen Versuch in meinem ersten Aufsatze gesagt habe, dass daraus allein schon mit grösster Wahrscheinlichkeit geschlossen werden kann, dass der Grund der diamagnetischen Kraft in einem im Wismuth vorhandenen beweglichen imponderablen Bestandtheile zu suchen sei, welcher bei Annäherung eines Magnetpols verschieden bewegt oder vertheilt werde. Die gleichzeitige Annäherung zweier entgegengesetzter Pole von derselben Seite her bewirkt dann nämlich, dass der imponderable Bestandtheil weder die eine noch die andere Bewegung oder Vertheilung annehmen kann, an welche das Hervortreten der diamagnetischen Kraft geknüpft ist, woraus sich das Verschwinden dieser Kraft in diesem Falle ergiebt. — Ferner gehören hierher die von Poggendorff angestellten und in demselben 73. Bande der Annalen (S. 475—479) beschriebenen Versuche, durch welche er ohne Hülfe so feiner Messungsmittel, wie ich gebraucht habe, dasselbe Resultat durch einen einfachen, augenfällig überzeugenden Versuch sogar auf zweifache Weise erlangt hat. Die Wiederholung dieser Poggendorff'schen Versuche findet keine Schwierigkeit und ist von verschiedenen Beobachtern ausgeführt worden. (Vgl. die Ergänzungen am Schlusse dieses Buches.)

Unter den Instrumenten, die eine noch grössere Feinheit und Genauigkeit gestatten, als diejenigen, deren sich Faraday bedient hat, kommen hauptsächlich die nach den Gauss'schen Vorschriften eingerichteten *Magnetometer* und *Galvanometer* in Betracht. Auch ich würde ohne diese Instrumente meine Versuche gar nicht auszuführen im Stande gewesen sein. Wenn nun Faraday diese Versuche, aber ohne diese Instrumente anzuwenden, wiederholt hat, so ist es wohl erklärlich, dass er mit seinen wenn auch sonst feinen Hülfsmitteln die von mir beobachteten sehr schwachen Wirkungen nicht wahrnehmen konnte. Faraday's hauptsächliches Bedenken gegen meine im 73. Bde. von Poggendorff's Annalen mitgetheilten Beobachtungen beruht übrigens darauf, dass ich daselbst die von ihm sehr sorgfältig beachteten Erscheinungen der *secundären Volta-Induction* gar nicht erwähnt hätte, welche desto deutlicher hätten hervortreten müssen, je feiner meine Instrumente gewesen wären. Ich bemerke hier deshalb, dass obiger aus den »Berichten der K. S. Gesellschaft der Wissenschaften« entlehnte Artikel in Poggendorff's Annalen nur eine vorläufige Notiz meiner Arbeit geben sollte, wobei die speciellere Erörterung für eine spätere Abhandlung vorbehalten wurde. Es wird genügen, hier noch anzuführen, dass ich bei jenen Versuchen den Einfluss der secundären Volta-Induction zwar

Digitized by Google

durch angemessene Combination der Versuche möglichst zu eliminiren gesucht habe; dass es aber jedenfalls weit vorzuziehen ist, diesen Einfluss, wie es bei den in dieser Abhandlung beschriebenen Versuchen geschehen ist, ganz zu beseitigen.

Fassen wir kurz zusammen, welchen Einfluss hiernach diese Faraday'sche Untersuchung auf die Frage der *diamagnetischen Polarität* habe, in dem Sinne, wie sie hier gleich zu Anfang definirt worden ist, so dürfte derselbe von geringer Bedeutung erscheinen. Faraday hat nämlich mehrere Versuche von Reich und Poggendorff übersehen, bei andern Versuchen, namentlich bei den von Plücker gemachten, hat er blos eine auf andern Ansichten beruhende Erklärung gegeben, wobei es ungewiss erscheint, ob diese Ansichten mit demjenigen Sinne der *diamagnetischen Polarität*, welcher in der hier gleich zu Anfang gegebenen Definition aufgestellt worden ist, in wirklichem Widerspruche stehen. Was endlich noch besonders den Zweifel betrifft, welchen Faraday an der Richtigkeit der Resultate meiner Versuche äussert, so dürfte *erstens* dieser Zweifel durch die obige Bemerkung gehoben sein, *zweitens* findet derselbe auf die in dieser Abhandlung beschriebenen Versuche gar keine Anwendung.

3.

ÜBER DEN ZUSAMMENHANG DER LEHRE VOM DIAMAGNETISMUS MIT DER LEHRE VON DEM MAGNETISMUS UND DER ELEKTRICITÄT.

In den beiden ersten Abschnitten dieser Abhandlung ist versucht worden, das Gesetz der *diamagnetischen Polarität* in einer grösseren Allgemeinheit zu begründen, hauptsächlich dadurch, dass seine Gültigkeit auch auf die *elektrodiamagnetische* und *diamagnetelektrische* Wirkung ausgedehnt wurde. Durch dieses Gesetz allein wird aber, auch wenn es allgemein ist, noch keine *Theorie des Diamagnetismus* begründet; denn der Diamagnetismus wird dadurch nur aus seinen *Wirkungen* definirt: es gehört aber zur Begründung einer Theorie des Diamagnetismus, dass derselbe nicht blos aus seinen Wirkungen, sondern auch aus seinen *Ursachen* definirt werde. Ich werde daher in diesem Abschnitte die hiernach nothwendige Ergänzung der Theorie erörtern und

Digitized by Google

dasjenige, was ich über die *Ursachen* des Diamagnetismus schon in meinem ersten Aufsatze (in den Berichten 1847 und in Poggendorff's Annalen 1848, Bd. 73) gesagt habe, ausführlicher und vollständiger zu entwickeln versuchen. [Vgl. S. 60 ff.]

a. Über den Weg zur Erforschung der Ursachen des Diamagnetismus.

Man unterscheidet in der Lehre vom Magnetismus zwei Arten von Magneten, nämlich *beharrliche* und *veränderliche*. Ein Magnet von glashartem Stahle ist z. B. ein beharrlicher, ein Magnet von weichem Eisen ein veränderlicher. Genau genommen findet nun zwar in der Wirklichkeit kein strenger Gegensatz zwischen beharrlichen und veränderlichen Magneten statt, denn alle Magnete, auch die beharrlichsten, zeigen sich unter der Einwirkung sehr grosser Kräfte veränderlich, und ebenso zeigen sich alle Magnete, auch vom weichsten Eisen, unter der Einwirkung sehr kleiner Kräfte beharrlich. Da man aber in der Regel zu physikalischen Versuchen Magnete wählt und unter Verhältnissen betrachtet, wo entweder der beharrliche oder der veränderliche Theil ihres Magnetismus nicht hervortritt, so kann jene einfache Unterscheidung in den meisten Fällen ohne Nachtheil für die Sache beibehalten werden. Bei der Betrachtung dieser beiden Arten von Magneten soll hier nun hauptsächlich folgender Unterschied, der sich zwischen ihnen machen lässt, hervorgehoben werden, dass nämlich der Magnetismus der beharrlichen Magnete, insofern sie wirklich als beharrlich betrachtet werden, nur aus seinen *Wirkungen* erforscht werden kann; der Magnetismus der veränderlichen Magnete dagegen auf doppelte Weise, nämlich sowohl aus seinen *Wirkungen*, als auch aus seinen *Ursachen*.

Versucht man diese zunächst für Magnete aufgestellte Unterscheidung auch auf Diamagnete anzuwenden, so ergiebt sich, dass es keine *beharrlichen Diamagnete* giebt, oder vielmehr, dass beharrliche Diamagnete von beharrlichen Magneten nicht unterschieden werden können. Es kommen also nur *veränderliche Diamagnete* in Betracht, und diese lassen sich gerade so wie veränderliche Magnete auf doppelte Weise erforschen, theils aus ihren *Wirkungen*, theils aus ihren *Ursachen*.

Nun ist bekannt, dass man durch Erforschung des Magnetismus eines Magnets aus seinen (auf andere Körper ausgeübten) Wirkungen zur Kenntniss

Digitized by Google

der *idealen Vertheilung* der magnetischen Fluida auf der Oberfläche des Magnets gelangen kann, von welcher Gauss bewiesen hat, dass sie die Kenntniss des wahren inneren Zustandes bei der Betrachtung aller *Wirkungen* vollkommen vertritt, und es ist ein grosser Gewinn für viele Forschungen, dass durch die Betrachtung der *idealen Vertheilung* ein Weg gegeben ist, alle Wirkungen einfach und vollständig, ohne Hülfe einer Hypothese über das Innere des Körpers, zusammen zu fassen, besonders dann, wenn die Ursachen jener Wirkungen unbekannt sind und erst erforscht werden sollen. Gerade daraus aber, dass diese Kenntniss von der idealen Vertheilung, welche man aus den beobachteten Wirkungen erwerben kann, zur Übersicht aller Wirkungen so ganz Genüge leistet, leuchtet von selbst ein, dass man auf dem Grunde der beobachteten Wirkungen allein auch nicht weiter gelangen könne, als zur Kenntniss dieser idealen Vertheilung, welche doch noch von der Kenntniss der wahren inneren Natur des Magnets nothwendig unterschieden werden muss: dass man also auf dem blossen Grunde der beobachteten Wirkungen z. B. nicht im Stande ist, die wirkliche Vertheilung der im Magnete enthaltenen magnetischen Fluida, oder die wirkliche Zahl, Stärke und Anordnung der in ihm enthaltenen elektrischen Ströme zu erfahren.

Dasselbe gilt nun auch von den Wirkungen eines Diamagnets, und man könnte also zwar zur Kenntniss einer solchen *idealen Vertheilung* magnetischer Fluida an der Oberfläche eines Diamagnets gelangen, und diese würde die Kenntniss seines wahren inneren Zustandes in der Betrachtung aller seiner Wirkungen vollkommen ersetzen, aber man würde dadurch allein weder einen Aufschluss über den wirklichen inneren Zustand des Diamagnets, noch über das eigentliche Wesen des Diamagnetismus, noch über seine Entstehung und Veränderung erhalten. Um ihnen auf die Spur zu kommen, darf man sich daher auf die Betrachtung der *Wirkungen* und der davon abhängigen *idealen Vertheilung* nicht beschränken, sondern es ist nothwendig, eine andere Betrachtung zu Hülfe zu nehmen, welche auf einem von diesen Wirkungen unabhängigen Fundamente beruht.

Alle möglichen *Ursachen* des *Diamagnetismus*, ebenso wie des Magnetismus, lassen sich im Allgemeinen in *innere* und *äussere* scheiden. Die *äussere* Ursache ist (gleich den Wirkungen) durch die Beobachtung gegeben: sie ist für Magnetismus und Diamagnetismus dieselbe, nämlich *eine ihrer Grösse und Richtung nach bestimmte magnetische oder elektromagnetische Scheidungskraft*. Wäre

Digitized by Google

ausser dieser äusseren Ursache die innere, im Körper selbst liegende, bekannt, so würde durch beide der Diamagnetismus bestimmt sein, und umgekehrt öffnet sich ein Weg, die unbekannte innere Ursache zu bestimmen, wenn ausser der bekannten äusseren Ursache der aus beiden resultirende Diamagnetismus (aus den Wirkungen) schon bekannt ist. Folgt man dem hier angedeuteten Wege und stellt die bekannten magnetischen Scheidungskräfte mit der aus den Wirkungen erforschten idealen Vertheilung sowohl für Eisen als auch für Wismuth zusammen, so ergiebt sich, dass gleiche Scheidungskraft entgegengesetzte ideale Vertheilungen beim Eisen und beim Wismuth hervorbringt, oder umgekehrt, dass eine gleiche ideale Vertheilung bei Eisen und Wismuth entgegengesetzt gerichteten Scheidungskräften entspricht. Der Grund davon, dass entgegengesetzte äussere Ursachen im Eisen und Wismuth gleiche Wirkungen hervorbringen, muss nun in der Verschiedenheit der *inneren*, im Eisen und Wismuth selbst gelegenen, Ursachen enthalten sein. Um nun die hierdurch gegebene *Verschiedenheit der inneren Ursachen* im Eisen und Wismuth näher zu bestimmen, ist es nothwendig, alle möglichen inneren Ursachen, welche solche Wirkungen, die aus einer idealen Vertheilung erklärbar sind, haben können, zu classificiren und dann zu prüfen, ob unter allen, die wir aufzählen können, solche enthalten sind, welche von dem soeben erwähnten bei magnetischen und diamagnetischen Körpern thatsächlich vorhandenen Gegensatze Rechenschaft geben können.

b. Classification der inneren Ursachen, welche den durch eine ideale Vertheilung gegebenen Wirkungen zum Grunde liegen können.

Man kann *vier* wesentlich verschiedene Arten von *inneren*, in den Körpern gelegenen, Ursachen angeben, welche solche, aus einer idealen Vertheilung magnetischer Fluida erklärbare, Wirkungen hervorbringen können:

1) die innere Ursache solcher Wirkungen kann in der Existenz zweier *magnetischen* Fluida, welche (mehr oder weniger) *unabhängig von ihrem ponderablen Träger beweglich* sind, enthalten sein;
2) sie kann in der Existenz zweier *magnetischen* Fluida enthalten sein, welche nur *mit den Moleculen ihres ponderablen Trägers beweglich* sind (drehbare Molecularmagnete);

Digitized by Google

3) sie kann in der Existenz *beharrlicher, von den zwei elektrischen Fluidis gebildeter Molecularströme* enthalten sein, welche *mit den Moleculen* drehbar sind;

4) sie kann in der Existenz zweier *beweglicher elektrischer Fluida* enthalten sein, welche in Molecularströmung versetzt werden können.

Diese vier hier angeführten möglichen inneren Ursachen der durch eine ideale Vertheilung an der Oberfläche erklärbaren Wirkungen sind die einzigen, die man kennt und der Prüfung unterwerfen kann. Der *erste* Fall liegt der von Coulomb und Poisson entwickelten Theorie des Magnetismus zu Grunde; — der *dritte* Fall liegt dem von Ampère entwickelten Zusammenhange der Lehre vom Magnetismus mit der Elektrodynamik zum Grunde; — der *zweite* Fall lässt sich auf den dritten reduciren, indem man nach dem von Ampère bewiesenen Theoreme, dass Molecularmagnete und Molecularströme in allen ihren Wirkungen gleich sind, die ersteren für die letzteren substituirt. — Es bleibt also nur noch der *vierte* Fall übrig, der bisher unbeachtet und unerörtert geblieben ist.

c. Abhängigkeit der idealen Vertheilung von der magnetischen Scheidungskraft, nach Verschiedenheit der aufgeführten vier möglichen inneren Ursachen.

Für jeden dieser vier Fälle ergiebt sich nun leicht ein bestimmter Zusammenhang zwischen der Art der *idealen Vertheilung* und der *Richtung der magnetischen Scheidungskraft*, der sie entspricht. Für den *ersten* Fall ergiebt sich nach Poisson's Theorie, dass, wenn man in der Richtungslinie der magnetischen Scheidungskraft diejenige Richtung als die *positive* bezeichnet, nach welcher der Nordpol einer Magnetnadel getrieben wird, und wenn man für die dieser Scheidungskraft entsprechende ideale Vertheilung die Schwerpunkte des nördlichen und südlichen Fluidums bestimmt, der erstere von diesen beiden Schwerpunkten gegen den letzteren in *positiver* Richtung verschoben ist. — Für den *dritten* Fall ist dieser Zusammenhang von Ampère entwickelt worden, und es hat sich ergeben, dass hier dieselbe Abhängigkeit der idealen Vertheilung von der magnetischen Scheidungskraft stattfindet. Und aus der schon erwähnten Zurückführung des *zweiten* Falles auf den dritten leuchtet von selbst

Digitized by Google

ein, dass dieselbe Abhängigkeit auch für den zweiten Fall gilt. — Es bleibt also in Beziehung auf diese Abhängigkeit nur noch der *vierte* Fall zu erörtern übrig.

Dieser *vierte* Fall setzt *elektrische Fluida* voraus, welche in Molecularströmung versetzt werden können; die Möglichkeit aber, in eine solche Molecularströmung versetzt zu werden, beruht darauf, dass in den einzelnen Moleculen, oder um sie herum, *in sich zurücklaufende Bahnen* vorhanden sind, in denen jene Fluida *ohne Widerstand* beweglich sind, woraus folgt, dass es dann nur einer *stromerregenden Kraft* (d. i. einer Kraft, welche auf das positive und negative Fluidum nach entgegengesetzten Richtungen wirkt) nach der Richtung dieser Bahn bedarf, um die Fluida in dieser Bahn wirklich zu bewegen. Nun beweist die Lehre von der Magnetelektricität, dass durch *die zunehmende oder abnehmende Intensität* einer magnetischen Scheidungskraft wirklich eine *elektromotorische Kraft* gegeben sei, welche auf die beiden beweglichen elektrischen Fluida nach entgegengesetzten Richtungen wirkt und sie also in Strombewegung setzen muss. Die *Richtung dieser Molecularströmung* ist durch das Grundgesetz der magnetischen Induction in ihrer Abhängigkeit von der *Zunahme oder Abnahme der magnetischen Scheidungskraft* gegeben, und die *ideale Vertheilung* ist wiederum in ihrer Abhängigkeit von diesen *Molecularströmen* durch den von Ampère für den dritten Fall entwickelten Zusammenhang der Elektrodynamik mit der Lehre vom Magnetismus gegeben. Es ergiebt sich hieraus also mittelbar auch der Zusammenhang zwischen der *idealen Vertheilung* und der *Zunahme oder Abnahme der magnetischen Scheidungskraft*, der sie entspricht.

Es leuchtet aber ferner daraus ein, dass *in jedem Augenblicke*, wo eine Zunahme oder Abnahme der magnetischen Scheidungskraft stattfindet, eine solche Molecularströmung hervorgebracht werden muss, und dass sich diese nach einander hervorgebrachten Strömungen, wenn sie nicht von selbst wieder verschwinden, *summiren* müssen. Diese Strömungen verschwinden aber nicht von selbst; denn Ampère hat bewiesen, dass den elektrischen Molecularströmen *Beharrlichkeit* zugeschrieben werden muss, d. h. dass die elektrischen Fluida bei ihren Kreisbewegungen um die ponderablen Molecule keinen solchen Widerstand erleiden, wie die elektrischen Fluida, welche einen ponderablen Leiter durchströmen, aus dem sich das schnelle Verschwinden der elektrischen Ströme in diesen Leitern erklärt. (Auf dieser von Ampère bewiesenen *Beharrlichkeit* der Molecularströme beruht auch der oben angeführte Satz, dass

Digitized by Google

die *Möglichkeit*, die elektrischen Fluida in Molecularströmung zu versetzen, voraussetze, dass in den einzelnen Moleculen, oder um sie herum, *in sich zurücklaufende Bahnen* vorhanden seien, in denen jene Fluida *ohne Widerstand* beweglich wären.) Hieraus folgt nun, dass mit *fortgesetzter* Zunahme der magnetischen Scheidungskraft auch *in der idealen Vertheilung* eine *fortgesetzte* Anhäufung der magnetischen Fluida eintreten müsse, woraus sich ergiebt, dass *jeder gegebenen Stärke der magnetischen Scheidungskraft ein bestimmtes Moment ideal vertheilter magnetischer Fluida entspricht*. Es findet aber diese Summation nur bei *Molecularströmen* statt, weil nur bei ihnen die Bewegung der elektrischen Fluida *keinen Widerstand* findet. Die anderen Ströme, die von der nämlichen Scheidungskraft in weiteren Bahnen hervorgebracht werden, die aber durch den *Widerstand*, den sie in diesen Bahnen finden, schnell wieder verschwinden, bringen nur *im Augenblicke ihrer Erregung* magnetische Wirkungen auf andere Körper hervor, welche mit ihnen sogleich verschwinden, sobald die Scheidungskraft, deren *Aenderung* sie hervorbrachte, *constant* geworden ist, und die daher in keinem bestimmten Verhältnisse zur *vorhandenen* Scheidungskraft stehen, was doch nothwendig wäre, wenn sie von den beobachteten magnetischen Wirkungen Rechenschaft geben sollten, wozu daher nur *Molecularströme* brauchbar sind. Entwickelt man nun in Beziehung auf die *Molecularströme* diese Abhängigkeit genauer nach den Gesetzen der *magnetischen Induction*, so findet man, dass, wenn in der Richtungslinie der magnetischen Scheidungskraft diejenige Richtung als die *positive* bezeichnet wird, nach welcher der Nordpol einer Magnetnadel getrieben wird, und wenn man für die von dieser Scheidungskraft abhängige ideale Vertheilung die Schwerpunkte des nördlichen und südlichen Fluidums bestimmt, der erstere von diesen beiden Schwerpunkten gegen den letzteren in *negativer* Richtung verschoben ist, d. i. *gerade umgekehrt wie für die drei anderen Fälle*.

d. Innere Ursache des Diamagnetismus.

Dieses merkwürdige Resultat findet nun seine Anwendung auf die Begründung einer Theorie der diamagnetischen Erscheinungen, welche von dem inneren Zustande des diamagnetischen Körpers und von den Kräften, die ihn hervorbringen, Rechenschaft giebt, an der es bisher gefehlt hatte. Zu einer solchen Theorie genügt es nämlich, wie schon oben auseinander gesetzt worden

Digitized by Google

ist, nicht, dass man den diamagnetischen Zustand eines Körpers in Beziehung auf alle seine Wirkungen durch eine *ideale Vertheilung* magnetischer Fluida an seiner Oberfläche zweckmässig repräsentiren kann, sondern es ist dazu wesentlich erforderlich, dass auch von denjenigen *Kräften* Rechenschaft gegeben werde, durch welche jener Zustand hervorgebracht wird, ferner davon, *worauf* diese Kräfte wirken und *nach welchen Gesetzen* sie wirken.

Aus der obigen Zusammenstellung und Betrachtung der verschiedenen möglichen Fälle, in welchen der durch eine *ideale Vertheilung* magnetischer Fluida repräsentirbare Zustand eines Körpers zu Stande kommen könne, hat sich nur *ein einziger* ergeben, in welchem für die Abhängigkeit dieses Zustandes von den äusseren Verhältnissen solche Bestimmungen resultiren, die mit den *Fundamentalerscheinungen* bei der *Entstehung* des Diamagnetismus vereinbar sind. Daraus folgt, dass von der Entstehung des diamagnetischen Zustandes der Körper nur dann Rechenschaft gegeben werden kann, wenn man diesen einzigen Fall als *wirklich vorhanden* annimmt, wonach der diamagnetische Zustand aus den inducirenden Kräften, welche auf den Körper gewirkt haben, und *aus den inducirten im Körper befindlichen elektrischen Fluidis, welche ohne Widerstand in Kreisbahnen um die einzelnen Molecule beweglich sind*, hervorgeht. Es wird hiernach also angenommen, dass ein Wismuthstab aus Moleculen besteht, welche *in sich zurücklaufende Bahnen* (oder Canäle) *enthalten, in denen die elektrischen Fluida ohne Widerstand beweglich sind*, während sie in allen anderen Bahnen nur mit Ueberwindung eines ihrer Geschwindigkeit proportionalen Widerstands beweglich sind. Die Entstehung eines *reinen*, mit Magnetismus nicht vermischten *Diamagnetismus* setzt ausserdem voraus, dass die Molecule mit jenen Bahnen oder Canälen *nicht drehbar* sind; denn sonst würden *drehbare Molecularströme* entstehen, die, wie Ampère bewiesen hat, einen *magnetischen Zustand* zur Folge haben, wenn sich bei der Drehung ihre Intensität nicht ändert.

4.

ÜBER DIE EXISTENZ MAGNETISCHER FLUIDA.

Wenn eine gewisse Classe von Wirkungen eines Körpers auf andere Körper so beschaffen ist, dass sie aus einer *idealen Vertheilung* magnetischer Fluida auf seiner Oberfläche erklärt werden kann, so lassen sich für die wahren

Digitized by Google

Ursachen aller jener Wirkungen, welche im *Innern* des Körpers liegen, verschiedene Möglichkeiten denken und darnach vier verschiedene Fälle unterscheiden, welche Seite 84 angegeben und in den darauf folgenden Artikeln näher erörtert worden sind. Zwei dieser Fälle beruhten auf der Voraussetzung, dass *zwei magnetische Fluida* existiren, denen in den Moleculen des Körpers entweder eine *constante* oder eine *variable* Scheidung zugeschrieben wird; die beiden anderen Fälle beruhten auf der Voraussetzung, dass die beiden nach der Elektricitätslehre vorhandenen *elektrischen Fluida* in einer bestimmten Kreisbahn um jedes Molecule des Körpers entweder in einer *constanten* oder in einer *variablen* Strombewegung sich befänden. Diese vier verschiedenen Fälle schliessen nun, wie man leicht einsieht, keineswegs einander wechselseitig aus; denn es kann ein Theil der magnetischen Fluida in den Moleculen constant geschieden bleiben, während die Scheidung eines andern Theils variabel ist; und ebenso kann ein Theil der elektrischen Strömung in der für jedes Molecule gegebenen Kreisbahn constant sein, während ein anderer Theil seiner Intensität nach variirt. In letzterer Beziehung liesse sich sogar die Existenz von *constanten* Strömungen ohne das Hinzukommen eines *variablen Theils* bei den vielen vorhandenen elektromotorischen Kräften gar nicht begreifen, weil die elektrischen Fluida, wenn sie wirklich in bestimmten Kreisbahnen um die Molecule frei beweglich sind, wie die Existenz beharrlicher Strömungen beweist, dem Antriebe jener nach der Richtung der Kreisbahnen zerlegten elektromotorischen Kräfte nothwendig folgen müssen. Der erste und zweite Fall können daher entweder einzeln oder zugleich stattfinden; der dritte und vierte stehen aber unter einander in einem nothwendigen Zusammenhange, so dass entweder keiner von beiden oder beide zusammen stattfinden müssen. Jene vier Fälle lassen sich hiernach paarweise verbunden unter zwei Hauptfälle bringen, nämlich 1) dass zwei geschiedene oder scheidbare *magnetische Fluida* in den Moleculen des Körpers existiren, 2) dass die nach der Elektricitätslehre überall vorhandenen *elektrischen Fluida* in bestimmten Kreisbahnen um die Molecule des Körpers *frei beweglich* sind. Diese beiden Hauptfälle können aber als einander wechselseitig ausschliessend in sofern betrachtet werden, als *die wirkliche Nachweisung* eines von beiden den andern als *überflüssige* Hypothese erscheinen lassen würde.

Nun lässt sich für jeden von diesen beiden Hauptfällen eine *Theorie* entwickeln, und jede von diesen Theorien *in zwei Theile* theilen, nämlich in einen solchen, worin beide Theorien in ihren Resultaten übereinstimmen, und in

Digitized by Google

einen solchen, wo sie in ihren Resultaten einander widersprechen. Denn es verhält sich hier gerade so wie in der Optik mit der Emissionstheorie und Wellentheorie, die in ihren Resultaten ebenfalls in sehr vielen Beziehungen mit einander *übereinstimmten*, bis die Entdeckung der *Interferenzerscheinungen* zu einer näheren Erörterung desjenigen Theils führte, in welchem beide Theorien in ihren Resultaten einander *widersprechen*. Haben nun auch bis jetzt die beiden auf der Existenz *magnetischer Fluida* und auf der Existenz *elektrischer Molecularströme* beruhenden Theorien in sehr vielen Beziehungen eine bewundernswürdige Übereinstimmung in den Resultaten ergeben; so durfte man doch auch hier, wie in der Optik, erwarten, dass endlich die Entdeckung irgend einer neuen Classe von Erscheinungen ebenfalls zu einer näheren Erörterung desjenigen Theils führen würde, wo beide Theorien in ihren Resultaten einander widersprächen, und dass alsdann die neuentdeckten Erscheinungen die bisherige Alternative zwischen beiden Theorien entscheiden würden *).

Die beiden optischen Theorien trennten sich in den Folgerungen, welche sich aus ihnen für das *Zusammentreffen* zweier homogenen Lichtstrahlen ergaben; denn nach der einen sollte immer Verstärkung, nach der andern bald Verstärkung bald Aufhebung stattfinden: die *Interferenzerscheinungen* bestätigten die Resultate der *Wellentheorie*. Auf ähnliche Weise kann auch der Scheideweg unserer Theorien bestimmt werden. Beide stimmen zwar 1) in allen, die Erscheinungen *beharrlicher* Magnete betreffenden, Resultaten überein; 2) auch in Betreff der veränderlichen Magnete, darin, dass jede eine Eintheilung derselben *in zwei Classen* gestattet, nämlich in solche, die ihren Magnetismus *der blossen Orientirung fertig vorhandener drehbarer Molecule* (Molecularmagnete oder Molecularströme) verdanken, und in solche, die ihren Magnetismus *der Scheidung oder Bewegung imponderabler Fluida in ruhenden Moleculen* (der Scheidung magnetischer Fluida in den Moleculen, oder der Erregung elektrischer Ströme in bestimmten Kreisbahnen um die Molecule) verdanken; 3) endlich stimmen

*) Ich habe früher in den »Resultaten aus den Beob. d. magn. V. im Jahre 1839« die Vermuthung zu begründen gesucht, dass die daselbst unter dem Namen der »Unipolaren Polarität« beschriebenen Erscheinungen zu einer solchen Entscheidung führen könnten. Dies ist aber nicht der Fall, weil eine andere Erklärung von den dort beschriebenen Erscheinungen sich geben lässt, sobald zwischen den im Innern der Conductoren sich bewegenden elektrischen Fluidis und den ponderablen Theilen der Conductoren eine solche Verbindung stattfindet, dass jede auf die elektrischen Fluida wirkende Kraft ganz oder fast ganz auf die ponderablen Theile übertragen wird, wie ich dies in den »Elektrodynamischen Maassbestimmungen« (Abhandl. bei Begründung der K. S. Gesellsch. d. Wissensch. herausgeg. v. d F. Jabl. Ges. Art. 19, S. 309) näher erörtert habe.

Digitized by Google

beide Theorien auch noch in ihren Resultaten über die *erste* Classe der veränderlichen Magnete mit einander überein; aber *sie widersprechen einander in ihren Resultaten über die zweite Classe;* denn für diese *zweite* Classe ergiebt sich aus den beiden Theorien *eine entgegengesetzte Lage der Pole:* nach der *einen* soll die Lage der Pole für die zweite Classe *gleich* der für die erste Classe sein; nach der *andern* soll die Lage der Pole für die zweite Classe *entgegengesetzt* der für die erste Classe sein.

So lange man also nur solche veränderliche Magnete kannte, wo die Lage der Pole (für gleichgerichtete Scheidungskräfte) *gleich* war, so liessen sie sich nach beiden Theorien erklären, und es bedurfte nur nach der zweiten Theorie der Annahme, dass Magnete der zweiten Classe entweder gar nicht vorkämen oder nur mit Magneten der ersteren Classe so verbunden, dass die Wirkung der letzteren immer vorherrsche. Weil die erste Theorie einer solchen Annahme nicht bedurfte, konnte sie sogar den Vorzug zu verdienen scheinen, so lange man nur Magnete mit *gleicher* Lage der Pole für gleichgerichtete Scheidungskräfte kannte. Sobald man aber veränderliche Magnete (Diamagnete) entdeckte, wo die Lage der Pole (bei gleichgerichteten Scheidungskräften) *entgegengesetzt* war, so blieb keine Wahl mehr zwischen beiden Theorien, denn es konnte dann nur die zweite Theorie gebraucht werden, weil sie allein von der Entstehung zweier Classen von Magneten mit *entgegengesetzter* Lage der Pole bei gleichgerichteten Scheidungskräften Rechenschaft giebt.

Die von Faraday entdeckten *diamagnetischen* Erscheinungen dienen daher zur Entscheidung der Alternative zwischen diesen beiden Theorien, gerade so, wie die Interferenzerscheinungen zur Entscheidung der Alternative zwischen Emissions- und Wellentheorie in der Optik gedient haben, und dies ist die wesentlichste und wichtigste Bedeutung, welche dieser Entdeckung gegeben werden kann. Durch die Entdeckung des Diamagnetismus wird also die Hypothese *der elektrischen Molecularströme im Innern der Körper* bestätigt; die Hypothese *der magnetischen Fluida im Innern der Körper* widerlegt.

Alle unsere Hypothesen oder Vorstellungen von den Körpern finden immer nur innerhalb eines begrenzten Bereiches von Erscheinungen Geltung und unterscheiden sich von einander durch die grössere Beschränkung oder Ausdehnung dieses Bereiches. Wir schreiben ihnen *Realität* zu, so lange wir keine Erscheinungen kennen, die ausserhalb des Bereiches, für welches sie gelten, lägen; im entgegengesetzten Falle bezeichnen wir sie als *ideal*. Wenn nun

Digitized by Google

auch die *magnetischen Fluida* künftig in die Reihe der *idealen* Vorstellungen gesetzt werden müssen, so behalten sie doch die nämliche Wichtigkeit und Bedeutung, die sie bisher besassen, so oft man Betrachtungen auf denjenigen Kreis beschränkt, für welchen sie gelten. — Und wenn wir auch für jetzt *den elektrischen Molecularströmen* im Innern der Körper *Realität* zuschreiben, gleichwie dem Wellen fortpflanzenden Lichtäther in der Optik, so kann es doch geschehen, dass auch sie künftig, bei weiterer Ausbildung der Wissenschaft, in die Reihe der *idealen* Vorstellungen versetzt werden müssen.

III.

ZURÜCKFÜHRUNG DER STROMINTENSITÄTS-MESSUNGEN AUF MECHANISCHES MAASS UND DIE CONSTANTE DER ELEKTRODYNAMISCHEN ATOMISTIK.

[1856.]

[Die folgende Untersuchung enthält den Anfang und Schluss einer in Gemeinschaft mit R. Kohlrausch von W. Weber in den Abandlungen der Köngl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften, Bd. III, p. 221—283, veröffentlichten Arbeit. Um das Ziel und die theoretische Bedeutung dieser Abhandlung deutlicher hervortreten zu lassen, ist der hier fehlende Theil, welcher die Beschreibung der ausgeführten Experimente enthält, unter die Ergänzungen am Schlusse dieses Buches aufgenommen. Z.]

EINLEITUNG.

Die Intensität eines elektrischen Stromes pflegt durch die Beobachtung entweder seiner *magnetischen* oder *elektrodynamischen* oder endlich seiner *elektrolytischen* Wirkung bestimmt zu werden. Es können aber diese Wirkungen unter sehr verschiedenen Verhältnissen beobachtet werden, und es ist Sache des Beobachters, diese Verhältnisse so zu wählen, wie er seinen Beobachtungen die grösste Vollkommenheit geben kann, während die *elektromagnetischen*, *elektrodynamischen* und *elektrolytischen Gesetze* dazu dienen, die unter verschiedenen Verhältnissen beobachteten Wirkungen auf einander zu *reduciren;* denn nur durch eine *Reduction der Beobachtungen auf gleiche Verhältnisse* kann man zu einer *Vergleichung der Stromintensitäten* gelangen. Diese *gleichen Verhältnisse* nun, auf welche alle unter verschiedenen Verhältnissen gemachten Beobachtungen reducirt werden sollen, nennt man die *Normalverhältnisse*, und durch Festsetzung

Digitized by Google

dieser *Normalverhältnisse* wird *das Maass der Stromintensität* nach folgender Regel bestimmt:

> *Das Maass der Stromintensität* ist die Intensität desjenigen Stromes, welcher *unter den Normalverhältnissen* die Einheit der messbaren Wirkung hervorbringt.

Für die Beobachtungen der *magnetischen Wirkungen* eines Stromes sind die Normalverhältnisse folgende: *der Strom geht durch einen kreisförmigen Leiter, welcher die Flächeneinheit umschliesst, und wirkt auf einen Magnet, welcher die Einheit des Magnetismus besitzt, aus einer beliebigen aber grossen Entfernung* $= R$; *der Mittelpunkt des Magnets liegt in der Ebene des Leiters und seine magnetische Axe ist nach dem Mittelpunkte des kreisförmigen Leiters gerichtet.* — Das von dem Strome auf den Magnet ausgeübte *Drehungsmoment* D ist unter diesen Verhältnissen verschieden sowohl nach Verschiedenheit der Stromintensität, als auch nach Verschiedenheit der Entfernung R; das Product R^3D hängt aber blos von der Stromintensität ab und ist daher unter diesen Verhältnissen *die messbare Wirkung* des Stromes, wonach man also zum *Maass der Stromintensität* die Intensität desjenigen Stromes erhält, dessen messbare Wirkung unter den beschriebenen Verhältnissen $R^3D = 1$ ist. — Dieses Maass der Stromintensität — wie sich aus den *elektromagnetischen Gesetzen* ergiebt — ist zugleich auch die Intensität desjenigen Stromes, welcher, wenn er eine Ebene von der Grösse der Flächeneinheit umfliesst, in der Ferne überall die Wirkungen eines im Mittelpunkte jener Ebene befindlichen Magnets ausübt, welcher die Einheit des Magnetismus besitzt und dessen magnetische Axe auf der Ebene senkrecht steht —; oder ist auch die Intensität desjenigen Stromes, von welchem eine *Tangentenboussole mit einfachem Multiplicatorkreise vom Halbmesser* $= R$ bei einer Ablenkung vom magnetischen Meridiane

$$\varphi = arc\,\mathrm{tang}\,\frac{2\pi}{RT},$$

wenn T den horizontalen Erdmagnetismus bezeichnet, *im Gleichgewichte* erhalten wird.

Für die Beobachtungen der *elektrodynamischen Wirkungen* eines Stromes sind die Normalverhältnisse folgende: *derselbe Strom geht durch zwei kreisförmige Leiter, von denen jeder die Flächeneinheit umschliesst und die in einer beliebigen aber grossen Entfernung* $= R$ *von einander liegen: die Durchschnittslinie beider auf einander senkrechten Kreisebenen halbirt den ersten kreisförmigen Leiter.* — Das von dem

Digitized by Google

Strome im *ersten* Leiter auf den durchströmten *zweiten* Leiter ausgeübte, nach mechanischem Maasse ausgedrückte *Drehungsmoment* D ist unter diesen Verhältnissen verschieden sowohl nach Verschiedenheit der Stromintensität, als auch nach Verschiedenheit der Entfernung R; das Product R^2D hängt aber blos von der Stromintensität ab und ist daher unter diesen Verhältnissen die *messbare Wirkung* des Stromes, wonach man also zum *Maass der Stromintensität* die Intensität desjenigen Stromes erhält, dessen messbare Wirkung unter den beschriebenen Verhältnissen $R^2D = 1$ ist.

Für die Beobachtungen der *elektrolytischen Wirkungen* eines Stromes sind die Normalverhältnisse folgende: *der Strom geht durch Wasser während eines beliebigen genau messbaren Zeitraums T hindurch, ohne eine Aenderung der Intensität zu erleiden.* — Die nach dem angenommenen Massenmaasse (Milligramm) ausgedrückte, von dem Strome zerlegte Wassermasse M ist unter diesen Verhältnissen verschieden sowohl nach Verschiedenheit der Stromintensität, als auch nach Verschiedenheit des (in Secunden ausgedrückten) Zeitraums T; der Quotient $\frac{M}{T}$ hängt aber blos von der Stromintensität ab und ist daher unter diesen Verhältnissen die *messbare Wirkung* des Stromes, wonach man also zum *Maass der Stromintensität* die Intensität desjenigen Stromes erhält, dessen messbare Wirkung unter den beschriebenen Verhältnissen $\frac{M}{T} = 1$ ist.

Es bleibt nur übrig, um die Intensitäten aller Ströme, deren *magnetische*, *elektrodynamische* oder *elektrolytische* Wirkungen beobachtet worden sind, unter einander vergleichen zu können, die durch die oben beschriebenen Normalverhältnisse gegebenen drei Maasse auf einander zurückzuführen.

Für die *beiden ersten Maasse* ergiebt sich diese Zurückführung aus den *allgemeinen Gesetzen der Elektrodynamik*, welche, wie Ampère gezeigt hat, die Gesetze des Magnetismus und Elektromagnetismus mit umfassen, es ergiebt sich nämlich daraus, wie schon in den Elektrodynamischen Maassbestimmungen II S. 261 nachgewiesen worden ist, dass das *erste* Maass sich zum *zweiten* verhält wie

$$\sqrt{2} : 1 \text{ *}).$$

*) Es ist hierbei von Interesse zu bemerken, dass sich zwischen diesen beiden Maassen eine vollkommene Identität herstellen lassen würde, wenn man in den oben beschriebenen *Normalverhältnissen für die elektrodynamischen Wirkungen* das von dem Strome im *zweiten* Kreise auf den Strom im *ersten* Kreise

Für das *dritte* Maass hat sich die Zurückführung auf das *erste* und also mittelbar auch auf das *zweite* durch gleichzeitige Beobachtungen der von einem und demselben Strome hervorgebrachten *magnetischen* und *elektrolytischen* Wirkungen ergeben. Aus der Vergleichung dieser auf die oben beschriebenen Normalverhältnisse reducirten Beobachtungen wurde nämlich gefunden, dass

---

ausgeübte Drehungsmoment statt des von dem Strome im *ersten* Kreise auf den im *zweiten* ausgeübten Drehungsmoments setzte. Der Grund, warum dies nicht geschieht, liegt blos darin, dass der von Ampère angegebene Ausdruck der Abstossungskraft zweier Stromelemente unverändert beibehalten werden soll, wonach, wenn α, α' die Länge beider Elemente, i, i' die Stromintensitäten, r die Entfernung, ε den Winkel zwischen α und α', θ den Winkel zwischen α und r, θ' den Winkel zwischen α' und der verlängerten r bezeichnet, jene Kraft durch

$$-\frac{\alpha\alpha'}{rr}ii'\left(\cos\varepsilon-\frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right)$$

oder durch

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{\alpha\alpha'}{rr}ii'\,(3\cos\theta\cos\theta'-2\cos\varepsilon)$$

dargestellt wird. Aus dem Ampère'schen *Fundamentalgesetze der Elektrodynamik* folgt im Allgemeinen aber nur, dass jene Kraft diesem Ausdrucke *proportional* ist, wonach also die Kraft selbst, wenn man das Maass der Stromintensität noch unbestimmt lässt, durch das Product dieses Ausdruckes in eine beliebige Constante dargestellt wird, also durch

$$-C\cdot\frac{\alpha\alpha'}{rr}ii'\left(\cos\varepsilon-\frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right)$$

oder durch

$$D\cdot\frac{\alpha\alpha'}{rr}ii'\,(3\cos\theta\cos\theta'-2\cos\varepsilon),$$

worin C oder D die erwähnte Constante bezeichnet. Ampère hat nun zur Feststellung eines bestimmten Stromintensitätsmaasses der Constanten C den Werth $C=1$ oder der Constanten D den Werth $D=\frac{1}{2}$ beigelegt und hat dadurch den schon erwähnten Ausdruck der Abstossungskraft zweier Stromelemente

$$-\frac{\alpha\alpha'}{rr}ii'\left(\cos\varepsilon-\frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{\alpha\alpha'}{rr}ii'\,(3\cos\theta\cos\theta'-2\cos\varepsilon)$$

erhalten, welcher sich für zwei parallele auf r senkrechte Stromelemente, für die $\varepsilon=0$ und $\theta=\theta'=90°$ ist, auf

$$-\frac{\alpha\alpha'}{rr}ii'$$

reducirt. Es würde aber, der Übereinstimmung mit den elektromagnetischen Messungen wegen, zweckmässiger gewesen sein, $D=1$ oder $C=2$ zu setzen, wo dann der Ausdruck der Abstossungskraft zweier Stromelemente

$$\frac{\alpha\alpha'}{rr}ii'\,(3\cos\theta\cos\theta'-2\cos\varepsilon)=-2\,\frac{\alpha\alpha'}{rr}ii'\left(\cos\varepsilon-\frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right)$$

geworden wäre, und sich für zwei mit r zusammenfallende Stromelemente, für die $\theta=\theta'=\varepsilon=0$ ist, auf

$$\frac{\alpha\alpha'}{rr}ii'$$

reducirt hätte. In Übereinstimmung hiermit würde die angeführte *Aenderung der Normalverhältnisse für* die *elektrodynamischen Stromwirkungen* stehen und dadurch eine vollkommene Identität des *elektrodynamischen* Maasses der Stromintensität mit dem *magnetischen* gewonnen werden.

Digitized by Google

das *dritte Maass* der Stromintensität, oder die Intensität desjenigen Stromes, von welchem 1 Milligramm Wasser in 1 Secunde zersetzt wird, 106⅔ Mal grösser ist, als das *erste Maass*, oder als die Intensität desjenigen Stromes, welcher, wenn er eine Ebene von der Grösse des Flächenmaasses umfliesst, in grossen Entfernungen überall dieselben Wirkungen hervorbringt, wie ein Magnet im Mittelpunkte jener Ebene, der die Einheit des Magnetismus besitzt und dessen magnetische Axe auf der Ebene senkrecht steht. Siehe »Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1840«, S. 96, und Casselmann »Über die galvanische Kohlenzinkkette. Marburg 1844.« S. 70.

Die Intensität eines elektrischen Stromes lässt sich aber nicht blos aus seinen *Wirkungen*, sondern auch aus seinen *Ursachen* bestimmen. Die nächsten Ursachen eines elektrischen Stromes liegen aber in der Masse des neutralen elektrischen Fluidums, welche in einem geschlossenen Leiter enthalten ist, und in der Geschwindigkeit, mit welcher die beiden Bestandtheile desselben, nämlich die Masse des *positiven* und *negativen* Fluidums, gleichzeitig in entgegengesetzten Richtungen sich bewegen. Auf Grund dieser *Ursachen* wird *das Maass der Stromintensität* folgendermassen festgestellt:

> Das Maass der Stromintensität ist die Intensität desjenigen Stromes, welcher *hervorgebracht* wird durch eine solche Geschwindigkeit der beiden elektrischen Fluida, bei welcher die durch den Querschnitt des Leiters fliessende Masse jedes Fluidums dividirt durch die Zeit, in welcher sie durchfliesst, = 1 ist.

Dieses Maass ist *das mechanische Maass der Stromintensität*, und es ist die Aufgabe dieser Abhandlung, die im Vorhergehenden beschriebenen Maasse auf dieses Maass zurückzuführen, welches im Wesen des Stromes am einfachsten begründet liegt und daher bei Fundamentalbestimmungen vor den andern Maassen den Vorzug verdient.

ZURÜCKFÜHRUNG DES MAGNETISCHEN, ELEKTRODYNAMISCHEN UND ELEKTROLYTISCHEN MAASSES DER STROMINTENSITÄT AUF MECHANISCHES MAASS.

Es ist bisher noch kein Versuch gemacht worden, Stromintensitäten nach *mechanischem Maasse* zu bestimmen, und noch weniger die nach andern Maassen

Digitized by Google

bestimmten Stromintensitäten auf dieses Maass *zurückzuführen*. Man weiss blos, dass die *Elektricitätsmenge*, welche selbst bei schwachen, mit den geringsten galvanischen Mitteln dargestellten, Strömen durch den Querschnitt der geschlossenen Kette fliesst, auch für eine sehr kurze Zeit schon sehr gross sein müsse, da die kräftigste Elektrisirmaschine, deren Conductor mit dem Reibzeuge durch einen Leitungsdraht verbunden wird, einen viel schwächeren Strom giebt, als ein einziges galvanisches Element, welches durch einen Leitungsdraht von mässig grossem Widerstande geschlossen wird.

Der Mangel an Bestimmungen der Stromintensität nach *mechanischem Maasse* hat seinen Grund in den Schwierigkeiten, die ihre Ausführung findet, während die Bestimmung der Stromintensitäten nach den andern oben angeführten Maassen sehr leicht ist und dabei einen viel höhern Grad von Genauigkeit gestattet. Die letztern Maasse werden daher für den *praktischen* Gebrauch zunächst immer in Anwendung kommen, und es handelt sich wesentlich nur darum, dass nur irgend *einmal* eine einzige nach einem von diesen letztern Maassen bekannte Stromintensität auch nach *mechanischem Maasse* so genau wie möglich gemessen werde, um das Grössenverhältniss des *mechanischen Maasses* zu einem von jenen Maassen zu ermitteln und dadurch in den Stand gesetzt zu werden, alle nach jenen Maassen gemachten Bestimmungen *auf mechanisches Maass zurückzuführen*.

Zu einer solchen Messung fehlt es vor Allem an der Kenntniss der in einem geschlossenen Leiter in Strömung begriffenen *Elektricitätsmenge*, oder vielmehr, weil diese Kenntniss während der Strömung gar nicht zu erlangen ist, an der Kenntniss einer *Elektricitätsmenge, welche in Strömung versetzt werden soll, und die z. B. in einer Leidener Flasche sich vorher schon angesammelt befindet*. Man besitzt dazu blos die vorzüglich von Coulomb herrührenden Mittel und Methoden, die Elektricität zu messen, von denen aber zur Messung der in einer geladenen Leidener Flasche angesammelten Elektricität noch nie Gebrauch gemacht worden ist*).

*) Buff hat in den »Annalen der Chemie und Physik« Bd. 86, S. 33, mit Hülfe seiner Tangentenboussole mit langem Leitungsdrahte gefunden, dass die Elektricitätsmenge, durch welche 1 Milligramm Wasserstoff aus 9 Milligrammen Wasser elektrisch ausgeschieden wird, wenn man die Mittel besässe, dieselbe zu verdichten, hinreichen würde, eine Batterie von 45480 Leidener Flaschen von 480 Millimeter Höhe und 160 Millimeter Durchmesser bis zu einer Schlagweite von 100 Millimeter zu laden. Diese Bestimmung von Buff ist die beste und genaueste, welche existirt, genügt aber noch nicht zur Bestimmung der *Elektricitätsmenge*, welche in diesen Flaschen enthalten ist, wozu nach *mechanischen Principien* die Kenntniss

Digitized by Google

Die Frage nach der *Elektricitätsmenge*, welche sich in einer Leidener Flasche angesammelt befindet, ist öfters aufgeworfen worden: sie ist, wenn sie gründlich gelöst und die *Elektricitätsmenge* durch die *Kräfte* bestimmt wird, welche sie auszuüben vermag, keineswegs eine blosse Frage der Neugier, sondern es knüpfen sich daran wichtige Bestimmungen, welche der Elektricitätslehre gegenwärtig noch fehlen und ihr den Weg zu interessanten Untersuchungen bahnen können*).

Zu den *elektrodynamischen Maassbestimmungen* steht diese, die Elektricitätsmenge in einer Leidener Flasche betreffende, Frage in einer besondern Beziehung, die jedenfalls nähere Beachtung verdient. Im ersten Theile dieser Maassbestimmungen ist ein Grundgesetz der elektrischen Wirkung aufgestellt, welches die *Elektrostatik*, *Elektrodynamik* und *Induction* zugleich umfasst. Es ist nach diesem Grundgesetze die Kraft, welche die elektrische Masse e auf die elektrische Masse e' aus der Entfernung r ausübt, nicht blos eine Function dieser *Entfernung*, sondern zugleich eine Function des Bewegungszustandes der beiden elektrischen Massen gegen einander, welcher durch ihre *relative Geschwindigkeit* $\frac{dr}{dt}$ und *Beschleunigung* $\frac{ddr}{dt^2}$, mit welcher sie die Entfernung r passiren, gegeben ist. In diesem Grundgesetze der elektrischen Wirkung:

$$\frac{ee'}{rr}\left[1-\frac{1}{cc}\left(\frac{dr^2}{dt^2}-2r\frac{ddr}{dt^2}\right)\right]$$

bedeutet *die Constante c diejenige relative Geschwindigkeit, bei welcher, so lange sie unverändert bleibt, die elektrischen Massen gar keine Wirkung auf einander ausüben würden.* Im zweiten Theile dieser Maassbestimmungen ist sodann entwickelt worden, wie die Werthbestimmung dieser *Constanten c* die Möglichkeit bietet,

der *Abstossungskraft* erforderlich ist, welche diese in einem Punkte concentrirte *Elektricitätsmenge* auf eine gleiche in einem andern davon entfernten Punkte concentrirte Elektricitätsmenge ausüben würde; an der Kenntniss dieser *Abstossungskraft* fehlt es aber noch, und es ist mit den mannichfaltigen Mitteln und Methoden, welche von Coulomb und Anderen angegeben worden sind, solche Kräfte zu messen, bisher nicht versucht worden, auch nur eine genäherte Kenntniss davon zu erlangen.

*) Dahin gehört erstlich, wenn man beachtet, dass die meisten Anwendungen der Naturgesetze von der Werthbestimmung gewisser Constanten abhängen, die Bestimmung der unbekannten *Constanten der Elektricitätslehre*, die grossentheils von der Lösung obiger Frage abhängt. — Es ist ferner sehr wahrscheinlich, dass eine Bestimmung der zur *Wasserzersetzung* erforderlichen Elektricität durch die Kräfte, die sie auszuüben vermag, zur Untersuchung derjenigen Kräfte würde benutzt werden können, welche bei der Zersetzung des Wassers wirksam sind; und dass auf gleiche Weise eine Bestimmung der Elektricitätsmenge, durch die ein Draht in bestimmter Frist zum *Erglühen* gebracht wird, durch die *Kräfte*, die sie auszuüben vermag, zur näheren Einsicht in die bei der Wärmeerzeugung wirksamen Kräfte führen würde u. s. w. Im zweiten Theile werden einige von diesen Anwendungen näher erörtert werden.

Digitized by Google

nicht blos die Messungen der elektromotorischen Kräfte, sondern auch die Stromintensitätsmessungen auf die *Maasse der Mechanik* zurückzuführen, und es ist daselbst die Relation angegeben, nach welcher aus der *Constanten c* die *Elektricitätsmenge* bestimmt werden kann, welche bei den auf die magnetischen und elektrodynamischen Stromwirkungen begründeten Maasseinheiten der Stromintensität in der Zeiteinheit den Querschnitt des Leiters passirt. Umgekehrt würde also auch die auf andern Wegen erworbene Kenntniss dieser *Elektricitätsmenge* zur Werthbestimmung jener *Constanten c* führen, auf die unsere Aufmerksamkeit durch obiges Grundgesetz besonders gelenkt ist. Die Bestimmung einer solchen in der Natur gegebenen *Constante* ist ein für feinere Messung besonders geeigneter Gegenstand. Im vorliegenden Falle lässt sich diese Bestimmung auf folgende Aufgabe zurückführen.

Aufgabe.

Es soll diejenige *Elektricitätsmenge* bestimmt werden, welche bei einem Strome von der Intensität der auf die *magnetische* oder *elektrodynamische* oder *elektrolytische* Wirkung begründeten Maasseinheit in der Zeiteinheit den Querschnitt des Leiters passirt, und zwar soll diese Elektricitätsmenge *durch die Grösse der von ihr ausgeübten elektrostatischen Grundkraft* bestimmt werden; oder specieller:

> *es sei ein constanter Strom gegeben, von welchem eine Tangentenboussole mit einfachem Multiplicatorkreise vom Halbmesser* $= R$ *bei einer Ablenkung* $\varphi = arc\,\mathrm{tang}\frac{2\pi}{RT}$ *im Gleichgewichte erhalten wird, wenn* T *die Intensität des die Boussole lenkenden horizontalen Erdmagnetismus bezeichnet: es soll bestimmt werden, wie die Elektricitätsmenge, welche bei einem solchen Strome in einer Secunde durch den Querschnitt des Leiters fliesst, sich zu der Elektricitätsmenge auf jeder von zwei kleinen gleich geladenen Kugeln verhält, welche einander aus der Einheit der Entfernung mit der Einheit der Kraft abstossen. Es soll dabei zur Einheit der Kraft diejenige Kraft genommen werden, welche der Masse eines Milligramms in einer Secunde die Einheit der Geschwindigkeit ertheilt.*

Der gegebene *Strom* ist nach obiger Bestimmung ein solcher, welcher, wenn er eine Ebene von der Grösse der Flächeneinheit umfliesst, in der Ferne ganz gleiche Wirkungen ausübt wie ein Magnet, welcher die Einheit des

Digitized by Google

magnetischen Moments besitzt, d. i. derjenige Strom, dessen Stärke gewöhnlich bei Beobachtungen mit der Tangentenboussole zum Maasse für die Stärke aller andern Ströme gewählt wird; und die auf jeder der kleinen Kugeln vorhandene *Elektricitätsmenge* ist diejenige, welche bei elektrostatischen Messungen mit der Coulomb'schen Drehwage als Maasseinheit zum Grunde gelegt zu werden pflegt.

Plan zur Lösung der Aufgabe.

Wenn *eine auf einem isolirten Leiter angesammelte Elektricitätsmenge E* durch den Multiplicator eines Galvanometers zur Erde hin entladen wird, so übt sie während ihres Durchfliessens ein Drehungsmoment auf die Magnetnadel des Galvanometers aus. Hat man nun auch durch Einschaltung von *Wassersäulen* in die Strombahn die *Entladungszeit* so viel als nöthig ist verlängert, damit zwischen den Windungen des Multiplicators kein Funke überspringt, sondern alle Windungen nach einander vom Entladungsstrome durchlaufen werden, so bildet diese *Entladungszeit* doch immer nur einen äusserst kleinen Bruchtheil von der *Schwingungsdauer* der Magnetnadel, so dass auch derjenige Theil der Bahn, den die Nadel während dieser *Entladungszeit* (also während der Wirkung des Entladungstromes) zurücklegt, verschwindend klein ist gegen die ganze Bahn der Nadel, d. i. gegen die Grösse der *Elongation*, zu welcher die Nadel nach Verlauf einer *halben Schwingungsdauer* gelangt. Die Wirkung des Entladungsstromes kann daher wie ein *Stoss* betrachtet werden, welcher der Nadel in ihrer Ruhelage ertheilt wird, wonach aus der *Beobachtung der ersten Elongation der Nadel nach der Entladung* die im Augenblicke des Stosses selbst der Nadel vom Entladungsstrome ertheilte *Angulargeschwindigkeit* nach bekannten Schwingungsgesetzen berechnet werden kann.

Übrigens verhält sich hierbei Alles ganz so, wie bei einem *Inductionsstosse*, auch darin, dass die Beschaffenheit des Entladungsstromes ganz gleichgültig ist, möge er aus vielen getrennten aber schnell auf einander folgenden Partialentladungen bestehen, oder möge er stetig sein mit einer nach irgend einem Gesetze rasch bis zu Null abnehmenden Intensität, — *immer wird die Angulargeschwindigkeit, welche der Nadel dadurch ertheilt wird, ganz allein von der Elektricitätsmenge E abhängen**).

*) Man findet dies durch alle Versuche bestätigt. Die Elongation ist nicht nur, wie unter andern die Versuche in Anhang II (vgl. die Ergänzungen) zeigen, proportional der entladenen *Elektricitätsmenge*,

Digitized by Google

Mit einem *constanten Strome* können wir der Nadel desselben Galvanometers einen ähnlichen *Stoss* ertheilen, wenn wir den Strom nur eine sehr kurze Zeit wirken lassen, und zwar wird die erste Elongation dieselbe sein, der Strom mag mit der Intensität i während der Zeit t, oder mit der grösseren Intensität ni während der kürzeren Zeit $\frac{1}{n}t$ gewirkt haben: ist nämlich die Stromdauer t gegen die Schwingungsdauer der Nadel sehr klein, so wird die *Angulargeschwindigkeit* stets gleich gefunden*). Es fliesst aber in der Zeit t bei der Intensität i genau dieselbe *Elektricitätsmenge* durch den Querschnitt des Leiters, wie bei der Intensität ni in der Zeit $\frac{1}{n}t$.

Also auch in diesem Falle, wenn wir der Nadel durch einen *constanten Strom von kurzer Dauer* einen *Stoss* ertheilen, hängt die *Angulargeschwindigkeit* und folglich auch die *Elongation* der Nadel *lediglich und ganz allein von der Elektricitätsmenge ab, welche während der Dauer des Stroms durch den Querschnitt des Multiplicators sich bewegt hat.*

Haben wir nun bei demselben Multiplicator *einmal* durch die Entladung einer bekannten Menge E von positiver Elektricität, *das andere Mal* durch sehr kurze Dauer eines constanten Stromes *gleiche Elongationen der Magnetnadel* hervorgebracht, so kann man daraus schliessen, *dass die positive Elektricitätsmenge x, welche während der kurzen Dauer des constanten Stromes durch den Querschnitt des Leiters floss,*

$$x = \tfrac{1}{2}E$$

ist, ein Resultat, von dessen Richtigkeit man sich leicht überzeugt, welche Vorstellung man auch von dem Vorgange im Innern der Conductoren während der Entladung haben möge.

---

sondern ist auch unabhängig von der *Entladungszeit* innerhalb weiter Grenzen; denn es ist einerlei, wie lang oder kurz die Wassersäule ist, welche man einschaltet, sobald nur nicht Windungen des Multiplicators übersprungen werden, oder die Entladungszeit so verlängert wird, dass die Wirkung des Entladungsstromes noch fortdauert, wenn die Nadel schon merklich aus der Ruhelage gewichen ist.

*) Die *Beschleunigung*, welche einer Nadel, deren magnetisches Moment M und deren Trägheitsmoment K ist, durch einen *constanten Strom* von der Intensität i ertheilt wird, ist, so lange die Richtung ihrer magnetischen Axe von der Ebene der Multiplicatorwindungen wenig abweicht, $= \frac{AMi}{K}$, wo A eine von den Dimensionen des Multiplicators und der Vertheilung des Nadelmagnetismus abhängige Constante bedeutet. Hieraus folgt die während der Zeit t ertheilte *Angulargeschwindigkeit* $= \frac{AMit}{K}$, deren Werth unverändert bleibt, wenn ni für i und gleichzeitig $\frac{1}{n}t$ für t gesetzt wird.

Digitized by Google

Wollte man z. B. von der Entladung annehmen, die *ganze* angesammelte *positive* Elektricitätsmenge E sei allein blos in der Richtung zur Erde, oder eine ihr *gleiche* Menge *negativer* Elektricität sei allein blos in der entgegengesetzten Richtung von der Erde aus durch den *ganzen* Multiplicator geströmt, so würde die magnetische Wirkung eines solchen *Entladungsstromes* genau gleich der Wirkung eines Stromes sein, bei welchem nur die *Hälfte* jener positiven Elektricitätsmenge in der angegebenen Richtung durch jeden Querschnitt des Leiters fliesst, zugleich aber eine gleiche negative Elektricitätsmenge in der entgegengesetzten Richtung, ein Vorgang, wie er bei jenem *constanten Strome* angenommen wird. — Sollte man aber der entgegengesetzten Ansicht sein, dass nämlich gar nichts von der im isolirten Leiter angesammelten Elektricitätsmenge E selbst (und eben so wenig von der in der Erde befindlichen) durch die gesammten Windungen des Multiplicators hindurchfliesse, sondern dass dieselbe blos einen Doppelstrom im Drahte *veranlasse*, in welchem so grosse Massen neutralen Fluidums enthalten seien, dass eine sehr kleine Verschiebung dieser Massen genüge, um dem isolirten Leiter so viel negative Elektricität zuzuführen, dass die darin angesammelte positive Elektricität E neutralisirt wird, so würde man auch hiernach zu demselben Ergebniss gelangen; denn es würde alsdann der ganze Ableitungsdraht in eine sehr grosse Zahl kleiner Abtheilungen zerlegt werden können, so dass aus jeder Abtheilung in die nächst *folgende* die Elektricitätsmenge $+\frac{1}{2}E$, in die nächst *vorhergehende* die Elektricitätsmenge $-\frac{1}{2}E$ überginge, folglich aus der letzten Abtheilung die Elektricitätsmenge $+\frac{1}{2}E$ in die Erde abströmte, welche der ersten Abtheilung des Drahts aus dem isolirten Leiter ersetzt würde, während aus der ersten Abtheilung die Elektricitätsmenge $-\frac{1}{2}E$ in den isolirten Leiter abströmte und die darin zurückgebliebene Elektricität neutralisirte, welche aber der letzten Abtheilung des Drahts aus der Erde ersetzt wird. — Wäre man endlich auch anzunehmen genöthigt, dass etwas mehr als die Hälfte der positiven Elektricitätsmenge E vom isolirten Leiter zum Drahte überginge, mithin etwas weniger als $-\frac{1}{2}E$ an negativer Elektricität in der entgegengesetzten Richtung vom Drahte zum isolirten Leiter überginge, so ändert auch dies nichts am Resultate, weil die magnetische Wirkung von der Summe der beiden bewegten Elektricitäten bedingt wird. —

Genug, *den Stoss*, welchen die Nadel erhält, wenn die *angesammelte Elektricitätsmenge* E durch den Multiplicator *entladen* wird, *eben denselben* erhält sie

Digitized by Google

auch, wenn ein *constanter Strom* während eines solchen Zeitraums τ durch den Multiplicator geht, dass genau die *Hälfte* von E *an positiver Elektricität* in der Richtung des Stromes und eben so viel *an negativer Elektricität* in entgegengesetzter Richtung durch jeden Querschnitt geht, vorausgesetzt, dass der Zeitraum τ nur einen sehr kleinen Theil der Schwingungsdauer der Nadel bildet.

Hiernach läuft die Lösung der Aufgabe auf folgende *zwei Punkte* hinaus:

1) die Elektricitätsmenge E in dem angegebenen elektrostatischen Maasse zu messen und bei ihrer Entladung die Elongation der Magnetnadel eines Galvanometers zu beobachten;
2) die kleine Zeit τ zu bestimmen, während welcher ein constanter Strom von der Intensität $= 1$ (nach magnetischem Maasse) durch den Multiplicator desselben Galvanometers gehen muss, damit er der Nadel dieselbe Elongation ertheile.

Multiplicirt man dann $\frac{1}{2}E$ mit der Zahl, welche anzeigt, wie oft τ in der Secunde enthalten ist, so erhält man durch $\frac{1}{2\tau} \cdot E$ die *positive Elektricitätsmenge* ausgedrückt, welche bei einem Strome, dessen Intensität nach magnetischem Maasse $= 1$ ist, während der Secunde in der Richtung des Stromes den Querschnitt des Leiters passirt; oder mit andern Worten: es ist

$$\frac{1}{2\tau} \cdot E : 1$$

das Verhältniss, in welchem diese den Querschnitt passirende *positive Elektricitätsmenge* zu derjenigen steht, welche der Messung der im isolirten Leiter angesammelten Elektricitätsmenge E als Maass zum Grunde gelegt worden ist, die nämlich auf jeder von zwei kleinen Kugeln sich befinden muss, wenn sie sich aus der Entfernung $= 1$ mit der Kraft $= 1$ abstossen sollen.

Was zunächst den *zweiten* Punkt betrifft, so bedarf es zur Bestimmung von τ keiner besondern Versuche; denn es lässt sich der Werth von τ durch Rechnung aus der Zahl und den Dimensionen der Windungen des Multiplicators, aus der bei der Entladung beobachteten Elongation der Tangentenboussole und aus der Intensität des Erdmagnetismus weit genauer bestimmen, als es durch directe Versuche möglich sein würde, wie man später (vgl. Ergänzungen) sehen wird.

Der *erste* Punkt aber, welcher die Bestimmung der Elektricitätsmenge E betrifft, fordert eine Combination mehrerer Versuche, welche (in den Ergänzungen)

Digitized by Google

beschrieben werden sollen. Es kam dabei nämlich darauf an, *erstens* eine noch unbekannte grössere Elektricitätsmenge in einem *vorher* bestimmten Verhältnisse in zwei Theile zu theilen, *sodann* den *grössern* Theil E durch die Tangentenboussole zu *entladen*, um seine magnetische Wirkung zu beobachten, *endlich* aber den *kleineren* Theil durch die von ihm in der Coulomb'schen Drehwage ausgeübte elektrische Kraft zu messen, um dadurch auch den entladenen Theil E nach demselben Maasse gemessen zu erfahren.

Zum Gefässe für jene Elektricitätsmenge, deren Theil E nicht unbedeutend sein durfte, wenn seine Entladung eine genau messbare Wirkung auf die Nadel der Tangentenboussole hervorbringen sollte, schien eine *Leidener Flasche*, deren äussere Belegung gut leitend mit der Erde verbunden war, am meisten geeignet. Es wurde also (Art. 6) zunächst *das Verhältniss* erforscht, in welchem sich *die positive Ladung dieser Flasche* zwischen ihr und *einer grossen isolirten Kugel* theilte, wenn letztere mit dem Knopfe der Flasche berührt wurde. Mit Hülfe des *Sinuselektrometers* wurde das Verhältniss $n:1$ bestimmt, in welchem die Ladung der Flasche *vor* Berührung der grossen Kugel zu ihrer Ladung *nachher* stand, woraus sich das Verhältniss $1:(n-1)$ ergab, in welchem die in der Flasche zurückgebliebene Elektricitätsmenge E zu der an die Kugel übergegangenen steht. (Vgl. Ergänzungen.)

Nach einer mehrmals wiederholten genauen Bestimmung dieses *Verhältnisses* wurde zur Messung der nach einer solchen Theilung an die grosse Kugel übergegangenen Elektricitätsmenge fortgeschritten, zu welchem Ende die grosse Kugel sogleich nach erfolgter Ladung durch Berührung mit der Leidener Flasche selbst wieder mit der 1 Zoll grossen *Standkugel* einer in grossem Massstabe ausgeführten *Coulomb'schen Drehwage* berührt wurde. Das Verhältniss, in welchem sich die Elektricität zwischen diesen beiden Kugeln theilt, kann aus dem Verhältniss ihrer Halbmesser berechnet werden, wie Poisson und Plana bewiesen haben. Es ist dies in Artikel 8 (vgl. Ergänzungen) geschehen, wonach also aus der auf die *Standkugel der Drehwage* übergegangenen Elektricitätsmenge e die Ladung gefunden werden kann, welche die *grosse Kugel* von der Leidener Flasche erhalten hat und mithin auch die in der Leidener Flasche zurückgebliebene, welche zum *Entladungsstrome* verwendet wurde, dessen *magnetische Wirkung* beobachtet werden sollte.

Die Elektricitätsmenge e wurde aber gemessen, nachdem die *Standkugel*

Digitized by Google

der Coulomb'schen Drehwage, in der sie enthalten war, mit der gleich grossen *beweglichen Kugel* berührt und dadurch e zwischen diesen beiden Kugeln gleich getheilt worden war. Es wurde nämlich sodann (Artikel 7) aus Beobachtungen über die allmälige Abnahme der Torsion, welche erforderlich war, um die beiden Kugeln in einer *bestimmten Entfernung* von einander zu erhalten, diejenige Torsion berechnet, welche im ersten Augenblicke erforderlich gewesen sein würde, wenn in demselben die Ladung der grossen Kugel durch die Leidener Flasche, der Standkugel durch die grosse, und der beweglichen durch die Standkugel mit der Beobachtung der Torsion zugleich hätte geschehen können. — Artikel 9 findet man diejenige *Elektricitätsmenge* e berechnet, welche, zwischen den beiden Kugeln der Drehwage gleich getheilt, bei der nämlichen Entfernung die *Einheit des Drehungsmoments* auf die Wage ausüben würde, wobei auf die ungleichförmige Vertheilung der Elektricität auf den Kugeloberflächen Rücksicht genommen werden musste. — Artikel 10 (Ergänzungen) findet man aus verschiedenen Beobachtungen diejenige *Torsion* der Drehwage bestimmt, die ebenfalls die *Einheit des Drehungsmoments* auf die Wage ausüben würde. — Mit Hülfe der in Artikel 9. 10 enthaltenen Bestimmungen liess sich dann leicht aus der in Artikel 7 gefundenen Torsion die Elektricitätsmenge e selbst bestimmen und mithin auch die, welche in der Leidener Flasche zurückgeblieben war, was Artikel 11 geschehen, wo die letztere mit E' bezeichnet worden ist, um sie von der zum Entladungsstrome, dessen magnetische Wirkung bestimmt werden sollte, verwendeten Elektricitätsmenge E zu unterscheiden. — In der kurzen Zwischenzeit von dem Augenblicke der Theilung bis zum Augenblicke der Entladung der in der Leidener Flasche zurückgebliebenen Elektricität ändert sich nämlich die Ladung der Flasche ein wenig theils durch den Elektricitätsverlust an die Luft, theils durch eine Änderung des *Rückstandes* in der Flasche, und obschon diese Änderung bei einer so kurzen Zwischenzeit von etwa nur 3 Secunden und bei der vortrefflichen Qualität der zu diesen Versuchen ausgewählten Flasche äusserst geringfügig war, so ist sie doch Art. 12 in Rechnung gezogen, woraus man wenigstens ersehen wird, wie bei andern Flaschen und bei längeren Zwischenzeiten die Änderung $E - E'$ zu bestimmen sein würde.

Mit Hülfe der, in Artikel 13 enthaltenen, Bestimmung von τ ist endlich Artikel 14 die Grösse $\frac{1}{2\tau} \cdot E$ berechnet, und damit die oben gestellte Aufgabe

Digitized by Google

gelöst. Die folgenden Artikel enthalten grossentheils *Anwendungen*, zu denen auch die Bestimmung der mehrmals erwähnten *Constante* c gehört.

Die beiden *Anhänge* enthalten eine genauere Beschreibung der *Drehwage* und der *Tangentenboussole;* die des *Sinuselektrometers* siehe Poggendorff's Annalen 1853. Bd. 88. (Vgl. Ergänzungen.)

Aus der befriedigenden Übereinstimmung aller ohne Auswahl mitgetheilten Versuche (von denen die in Artikel 6. 7 am schwierigsten auszuführen waren) lässt sich abnehmen, dass das Resultat auf 1 bis 2 Procent als genau betrachtet werden darf. Die Rechnung ist auf noch kleinere Bruchtheile genau geführt worden, damit die Bestimmung der Unsicherheit des Resultates blos von der Grösse der unvermeidlichen Beobachtungsfehler abhänge*).

Berechnung der Grösse $\frac{1}{2\tau} \cdot E$.

Es bleibt endlich noch übrig, aus den gefundenen Werthen von E und τ die Werthe von $\frac{1}{2\tau} \cdot E$ zu berechnen. Stellen wir nämlich die correspondirenden Werthe von E und τ aus den beiden Artikeln 13 und 14 (vgl. Ergänzungen) in folgender Tafel zusammen

Nr.	E	τ
1.	36060000	0,0001194
2.	41940000	0,0001300
3.	49700000	0,0001568
4.	44350000	0,0001480
5.	49660000	0,0001589

so ergeben sich daraus folgende fünf Werthe von $\frac{1}{2\tau} \cdot E$ als Resultate der in Artikel 7 (s. Ergänzungen) beschriebenen fünf Messungen:

*) In der Originalabhandlung schliesst sich hieran die genaue Beschreibung der angestellten Versuche und Beobachtungen (Artikel 6—13). Es ist diese Beschreibung mit Angabe der betreffenden Artikelnummer in den »*Ergänzungen zum ersten Buche*« abgedruckt. Z.

Digitized by Google

Nr.	$\frac{1}{2\tau} \cdot E$
1.	$151000 \cdot 10^6$
2.	$161300 \cdot 10^6$
3.	$158500 \cdot 10^6$
4.	$149800 \cdot 10^6$
5.	$156250 \cdot 10^6$

Aus allen Messungen zusammengenommen ergiebt sich also der Mittelwerth:

$$\frac{1}{2\tau} \cdot E = 155370 \cdot 10^6.$$

Nun bezeichnet aber nach Seite 104

$$\frac{1}{2\tau} \cdot E : 1$$

das Verhältniss, in welchem bei einem constanten Strome, der von gleich grossen, in entgegengesetzten Richtungen strömenden, Massen positiver und negativer Elektricität gebildet wird, und dessen Intensität dem *magnetischen* Stromintensitätsmaasse gleich ist, die den Querschnitt des Leiters in 1 Secunde passirende *positive Elektricitätsmenge* zu derjenigen steht, welche in einem Punkte concentrirt auf eine gleiche Elektricitätsmenge in 1 Millimeter Abstand eine Kraft ausübt, die der Masse eines Milligramms während einer Secunde die Geschwindigkeit von einem Millimeter in der Secunde ertheilt. Dieses Verhältniss zu bestimmen, war die *Aufgabe*, welche, nach Seite 104, gelöst werden sollte, was hiermit geschehen ist.

Zurückführung des magnetischen, elektrodynamischen und elektrolytischen Maasses der Stromintensität auf mechanisches Maass.

Die Lösung der gestellten Aufgabe soll nun aber, nach Seite 102, benutzt werden, *das magnetische, elektrodynamische und elektrolytische Maass der Stromintensität auf mechanisches Maass zurückzuführen.*

Bei einem constanten Strome, der von gleich grossen, in entgegengesetzten Richtungen strömenden Massen positiver und negativer Elektricität gebildet wird, und dessen Intensität dem *mechanischen* Stromintensitätsmaasse gleich ist, soll nach Seite 97 die den Querschnitt des Leiters in 1 Secunde passirende

Digitized by Google

positive Elektricitätsmenge = 1 sein, d. i. gleich derjenigen, welche in einem Punkte concentrirt auf eine gleiche Elektricitätsmenge in 1 Millimeter Abstand eine Kraft ausübt, die der Masse eines Milligramms während 1 Secunde die Geschwindigkeit von einem Millimeter in der Secunde ertheilt.

Zu dieser *Einheit* der positiven Elektricitätsmenge verhält sich aber, nach dem vorhergehenden Artikel, die bei einem Strome von der Intensität des *magnetischen* Strommaasses den Querschnitt in 1 Secunde passirende *positive Elektricitätsmenge* wie

$$155370 \cdot 10^6 : 1.$$

Da nun die Stromintensitäten den in gleicher Zeit den Querschnitt passirenden Elektricitätsmengen proportional sind, so ergiebt sich hieraus unmittelbar *die Zurückführung des magnetischen Maasses der Stromintensität auf mechanisches Maass*; denn es ist hiernach die in gleicher Zeit den Querschnitt passirende Elektricitätsmenge im *magnetischen* Strommaasse

$$155370 \cdot 10^6 \text{ Mal}$$

grösser als im *mechanischen* Strommaasse, folglich ist nach der angeführten Proportion auch *das magnetische Maass der Stromintensität selbst* $155370 \cdot 10^6$ *Mal grösser als das mechanische Maass.*

Ferner, da nach Seite 95 das *magnetische* Maass der Stromintensität zum *elektrodynamischen* sich verhält wie $\sqrt{2} : 1$, so ist *das elektrodynamische Maass der Stromintensität* $109860 \cdot 10^6$ $(= 155370 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}})$ *Mal grösser als das mechanische Maass.*

Endlich, da nach Seite 96 das *magnetische* Maass der Stromintensität sich zum *elektrolytischen* verhält wie $1 : 106\frac{1}{2}$, so ist *das elektrolytische Maass der Stromintensität* $16573 \cdot 10^9$ $(= 106\frac{1}{2} \cdot 155370 \cdot 10^6)$ *Mal grösser als das mechanische Maass.*

Durch die Zurückführung dieser drei Maasse der Stromintensität auf das mechanische Maass ist die Aufgabe dieser Abhandlung, wie sie Seite 100 ausgesprochen worden ist, gelöst, und es bleiben nur *die Anwendungen* zu erörtern übrig, welche sich von den gefundenen Resultaten machen lassen.

Digitized by Google

BESTIMMUNG DER ZUR AUSSCHEIDUNG VON 1 MILLIGRAMM WASSERSTOFF AUS 9 MILLIGRAMM WASSER ERFORDERLICHEN ELEKTRICITÄTSMENGE.

Die erste Anwendung, welche wir von den gefundenen Resultaten machen können, ist die genaue Bestimmung der zur Ausscheidung von 1 Milligramm Wasserstoff aus 9 Milligramm Wasser erforderlichen Elektricitätsmenge, worüber die von Buff mit Hülfe seiner Tangentenboussole mit langem Leitungsdrahte gefundene und in den »Annalen der Chemie und Physik« Bd. 86 S. 33 mitgetheilte Bestimmung schon in der Note auf S. 98 angeführt worden ist.

Diese Elektricitätsmenge würde nach Buff hinreichen, eine Batterie von 45480 Leidener Flaschen, jede von 480 Millimeter Höhe und 160 Millimeter Durchmesser, bis zu einer Schlagweite von 100 Millimeter zu laden. Dieser von Buff gegebenen Bestimmung fehlt nur die genauere Angabe derjenigen Elektricitätsmenge, welche eine Leidener Flasche von der beschriebenen Ladung enthält.

Aus den in dieser Abhandlung gefundenen Resultaten ergiebt sich nun, dass die zur Ausscheidung von $\frac{1}{9}$ Milligramm Wasserstoff aus 1 Milligramm Wasser erforderliche Elektricitätsmenge der bei einem constanten Strome von der Intensität des *elektrolytischen* Strommaasses den Querschnitt des Leiters in 1 Secunde passirenden *positiven Elektricitätsmenge* gleich ist. Letztere ist aber, nach Proportion der dem *elektrolytischen* und *magnetischen* Strommaasse entsprechenden Stromintensitäten (siehe Seite 97), $106\frac{1}{4}$ Mal grösser als die bei einem constanten Strome von der Intensität des *magnetischen* Strommaasses den Querschnitt in 1 Secunde passirende *positive Elektricitätsmenge*, welche nach Seite 108

$$155370 \cdot 10^6 \text{ Mal}$$

grösser ist, als die *Einheit* der Elektricitätsmenge, welche in einem Punkte concentrirt auf eine gleiche Menge in 1 Millimeter Abstand eine Kraft ausübt, die der Masse eines Milligramms während einer Secunde die Geschwindigkeit von 1 Millimeter in der Secunde ertheilt.

Hieraus folgt, dass

$9 \cdot 106\frac{1}{4} \cdot 155370 \cdot 10^6 = 149157 \cdot 10^9$ *Einheiten, wie sie soeben bestimmt worden*

Digitized by Google

sind, zur Ausscheidung von 1 Milligramm Wasserstoff aus 9 Milligramm Wasser erforderlich sind.

Wäre eine solche positive Elektricitätsmenge in einer Wolke, und eine gleiche negative an der senkrecht darunter liegenden Stelle der Erdoberfläche concentrirt, so würde daraus eine Anziehung der Wolke von der Erde sich ergeben, welche, bei 1000 Meter Abstand beider von einander, einem Gewichte von 45000 Centnern (= 2268000 Kilogramm) gleich wäre.

Dividirt man jene Zahl von Einheiten mit der Zahl der Leidener Flaschen der von Buff beschriebenen Batterie = 45480, so erhält man die genaue Angabe derjenigen Elektricitätsmenge, welche eine Leidener Flasche von der von Buff beschriebenen Ladung enthält, nämlich

$$= 3280 \cdot 10^6 \text{ Einheiten.}$$

Die geladene Oberfläche einer solchen Flasche enthält aber nach Buff's Beschreibung

$$480 \cdot 160 \cdot \pi = 241300 \text{ Quadratmillimeter,}$$

folglich war jedes Quadratmillimeter mit

13600 Einheiten

geladen, wodurch die zu einer Schlagweite von 100 Millimeter nach Buff erforderliche Verdichtung oder Condensation der Elektricität in der Flasche bestimmt ist.

BESTIMMUNG DER CONSTANTEN *c*.

Nach dem in der ersten Abhandlung über Elektrodynamische Maassbestimmungen aufgestellten Grundgesetze der elektrischen Wirkung, welches die *Elektrostatik*, *Elektrodynamik* und *Induction* zusammen umfasst, wird die Kraft, welche die Elektricitätsmenge e auf die Elektricitätsmenge e' aus der Entfernung r bei der relativen Geschwindigkeit $\frac{dr}{dt}$ und Beschleunigung $\frac{ddr}{dt^2}$ ausübt, durch

$$\frac{ee'}{rr}\left[1 - \frac{1}{cc}\left(\frac{dr^2}{dt^2} - 2r\frac{ddr}{dt^2}\right)\right]$$

ausgedrückt. Es zerfällt diese Kraft in zwei Theile, wovon man den ersten $= \frac{ee'}{rr}$ die *elektrostatische*, den zweiten $= -\frac{1}{cc}\frac{ee'}{rr}\left(\frac{dr^2}{dt^2} - 2r\frac{ddr}{dt^2}\right)$ die *elektrodynamische* Kraft nennen kann. Durch die *Constante* c wird das Verhältniss dieser beiden Kräfte bestimmt; c bedeutet denjenigen Werth der, als gleich-

Digitized by Google

förmig vorausgesetzten, relativen Geschwindigkeit, bei welcher die *elektrostatische* Kraft von der *elektrodynamischen* aufgehoben wird. Diese *Constante* c wird nun auf folgende Weise bestimmt.

Artikel 14 ist das Verhältniss $\frac{1}{2r} \cdot E : 1$, das heisst *das Verhältniss des magnetischen Maasses der Stromintensität zum mechanischen*, gefunden worden

$$= 155370 \cdot 10^6 : 1.$$

In der zweiten Abhandlung über Elektrodynamische Maassbestimmungen Artikel 26 S. 261 ist das Verhältniss des *magnetischen* Maasses der Stromintensität zum *elektrodynamischen*

$$= \sqrt{2}\ 1,$$

und Artikel 27 S. 269 das Verhältniss des *elektrodynamischen* Maasses der Stromintensität zum *mechanischen*

$$= c : 4$$

angegeben worden, woraus *das Verhältniss des magnetischen Maasses der Stromintensität zum mechanischen* folgt

$$= c\sqrt{2} : 4.$$

Die Gleichsetzung dieses Verhältnisses mit dem Artikel 14 gefundenen giebt also

$$c = 4 \cdot 155378 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{\tfrac{1}{2}} = 439450 \cdot 10^6.$$

Aus dieser Bestimmung der *Constanten* c ersieht man also, dass zwei elektrische Massen mit sehr grosser Geschwindigkeit gegen einander bewegt werden müssen, wenn die *elektrodynamische* Kraft die *elektrostatische* aufheben soll, nämlich mit einer Geschwindigkeit von 439 Millionen Meter oder 59320 Meilen in der Secunde, welche die Geschwindigkeit des Lichtes bedeutend übertrifft.

Die Geschwindigkeit des Lichtes ist selbst aber nicht die einer Körperbewegung, sondern die einer Wellenbewegung, während alle uns bekannten Geschwindigkeiten von wirklicher Körperbewegung, auch der Weltkörper, nur sehr kleine Bruchtheile davon bilden. Beachtet man nun dabei, dass das Verhältniss der *elektrodynamischen* Kraft zur *elektrostatischen* dem Quadrate dieses Bruchtheils entspricht, so ergiebt sich, dass die elektrodynamische Kraft gegen die elektrostatische in der Wirklichkeit stets als verschwindend betrachtet werden darf. — Von den Geschwindigkeiten, womit elektrische Fluida in metallenen Leitern sich bewegen, besitzen wir zwar noch keine Kenntniss; doch lässt sich aus verschiedenen Umständen abnehmen, dass die Menge der in diesen Leitern enthaltenen neutralen Elektricität ausserordentlich gross sei;

Digitized by Google

je grösser aber letztere ist, desto kleiner ist die Geschwindigkeit der wirklichen Bewegung, die sich alsdann aus den vorhandenen *Stromintensitätsmessungen* ergiebt. Auch die Geschwindigkeit dieser Bewegungen bildet daher wahrscheinlich nur einen kleinen Bruchtheil von der Geschwindigkeit c.

Es ergiebt sich ferner aus dem gefundenen grossen Werthe der *Constanten* c die interessante Folgerung, dass auch der *Gravitationskraft ponderabeler Körper* ein solcher dynamischer Theil beigefügt werden könnte (wodurch eine grössere Analogie zwischen den Wechselwirkungen *ponderabeler* und *imponderabeler* Körper hergestellt würde), ohne dass dieser dynamische Theil der Kraft den geringsten merklichen Einfluss auf die Bewegungen der Weltkörper äussern würde.

Dass bei der Elektricität die Wirkung der *elektrodynamischen* Kraft nicht immer verschwindet, sondern bei galvanischen Strömen oft sehr augenscheinlich hervortritt, hat seinen Grund blos in der bei der *Neutralisation* positiver und negativer Elektricität stattfindenden *vollkommenen Aufhebung aller elektrostatischen Kräfte*, gegen welche jene verschwinden würden. Wo keine solche Neutralisation stattfindet, sondern freie Elektricität vorhanden ist, wird immer in der Wirkung dieser freien Elektricität die *elektrostatische* Kraft allein in Betracht kommen. Hieraus erklärt sich, warum nicht alle Versuche zur Begründung des Grundgesetzes der elektrischen Wirkung blos mit *zwei* Massen freier Elektricität ausgeführt werden können, sondern warum einige Versuche mit *zwei Paaren* von elektrischen Massen (Stromelementen), die sich *elektrostatisch neutralisiren*, gemacht werden müssen.

Bei *ponderabelen* Massen, für welche das Gesetz indifferenter Anziehung gilt, *kann von keiner Neutralisation der Massen* die Rede sein.

Anmerkung. Es ist im Anfang dieses Artikels zur Bestimmung der *Constanten* c die Gleichung aufgestellt worden:

$$c = \frac{E}{\tau} \cdot \sqrt{2},$$

worin $\frac{1}{2\tau} \cdot E : 1$ das (Seite 108) gefundene Verhältniss bezeichnet, in welchem bei einem constanten Strome von der Intensität des *magnetischen* Strommaasses die den Querschnitt des Leiters in 1 Secunde passirende *positive Elektricitätsmenge* zu derjenigen steht, welche in einem Punkte concentrirt auf eine gleiche Elektricitätsmenge in 1 Millimeter Abstand eine Kraft ausübt, die der Masse eines Milligramms während 1 Secunde die Geschwindigkeit von 1 Millimeter in der Secunde ertheilt. — Zum Beweis dieser Gleichung wurde auf die zweite Abhandlung über Elektrodynamische Maassbestimmungen verwiesen. Die Richtigkeit dieser Gleichung lässt sich aber auch unmittelbar aus dem *Grundgesetz der elektrischen Wirkung* und aus der *Definition des magnetischen Strommaasses* entnehmen. Zu diesem Zwecke braucht man blos die Wechselwirkung zweier

gleicher Stromelemente α, α eines geradlinigen Stromes in der Entfernung r zu betrachten, von denen schon in der Note zu S. 95 angeführt ist, dass sie einander mit der Kraft

$$= \frac{\alpha\alpha}{rr} ii$$

abstossen, wenn i nach dem *magnetischen* Strommaasse ausgedrückt wird. Es folgt dies bekanntlich aus dem *Ampère'schen Fundamentalgesetz* und der sich daraus ergebenden Beziehung zwischen *Elektromagnetismus* und *Elektrodynamik*.

Dies vorausgesetzt stelle man sich vor, dass der geradlinige Leiter unseres Stromes in jedem millimeterlangen Stücke die Einheit positiver und negativer Elektricität enthalte. $\frac{1}{2\tau} E$ bezeichnet dann (nach Seite 108) die Zahl der Millimeter, welche beide Elektricitäten nach entgegengesetzter Richtung in der Secunde durchlaufen müssen, wenn

$$i = 1$$

sein soll. Unter diesen einfachen Verhältnissen sind also nicht allein die Elektricitätsmengen in den beiden Stromelementen α, α, deren Entfernung und übrigen Verhältnisse, von denen ihre Abstossungskraft (nach dem Grundgesetze der elektrischen Wirkung) abhängt, sondern auch die *Grösse dieser Abstossungskraft* selbst gegeben, nämlich, weil $i = 1$ ist,

$$= \frac{\alpha\alpha}{rr} .$$

Es kommt also blos darauf an, diese schon bekannte Abstossungskraft aus dem Grundgesetze der elektrischen Wirkung abzuleiten, alsdann wird, weil in diesem Grundgesetze c enthalten ist, ein von c abhängiger Ausdruck jener Kraft erhalten werden, den man dem schon bekannten Werthe nur gleich zu setzen braucht, um c zu finden. Unter den beschriebenen einfachen Verhältnissen lässt sich aber die Abstossungskraft der beiden Stromelemente α, α aus dem Grundgesetze der elektrischen Wirkung sehr leicht ableiten; denn zerlegen wir die ganze durch das Grundgesetz gegebene Kraft in zwei Theile, in die *elektrostatische* und *elektrodynamische* Kraft, so leuchtet von selbst ein, dass die Summe der elektrostatischen Kräfte (wegen der in beiden Stromelementen vorhandenen elektrostatischen Neutralisation) zwischen den beiden Stromelementen Null ist. Ebenso leuchtet ein, dass zwischen den elektrischen Massen beider Stromelemente keine Beschleunigung stattfindet, dass also $\frac{d\,dr}{dt^2} = 0$ ist. Hierdurch reducirt sich der allgemeine Ausdruck der elektrischen Wirkung

$$\frac{ee'}{rr}\left[1 - \frac{1}{cc}\left(\frac{dr^2}{dt^2} - 2r\,\frac{d\,dr}{dt^2}\right)\right]$$

in unserem Falle auf

$$-\frac{1}{cc}\,\frac{ee'}{rr}\,\frac{dr^2}{dt^2} .$$

Dieser Ausdruck nun, angewendet

1) auf die beiden positiven Massen in den beiden Stromelementen $e = +\alpha$ und $e' = +\alpha$, giebt, da die relative Geschwindigkeit dieser Massen $\frac{dr}{dt} = 0$ ist (weil beide mit gleicher Geschwindigkeit in gleicher Richtung bewegt werden) die Abstossungskraft $= 0$;
2) dasselbe gilt für die beiden negativen Massen $e = -\alpha$ und $e' = -\alpha$;
3) derselbe Ausdruck aber, angewendet auf die positive Masse $e = +\alpha$ und die negative $e' = -\alpha$, giebt, da die relative Geschwindigkeit dieser Massen $\frac{dr}{dt} = \frac{1}{\tau} \cdot E$ ist (weil

Digitized by Google

sie beide mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{2\tau} \cdot E$ in entgegengesetzter Richtung bewegt werden) die Abstossungskraft $= + \frac{1}{cc} \frac{\alpha\alpha}{rr} \cdot \frac{1}{\tau\tau} \cdot EE$;

4) dasselbe gilt für die negative Masse $e = -\alpha$ und die positive $e' = +\alpha$.

Hieraus folgt also die Summe aller Abstossungskräfte der in beiden Stromelementen enthaltenen elektrischen Massen

$$= 2 \cdot \frac{1}{cc} \cdot \frac{\alpha\alpha}{rr} \cdot \frac{1}{\tau\tau} EE,$$

und wird diese Summe ihrem schon bekannten Werthe $\frac{\alpha\alpha}{rr}$ gleich gesetzt, so ergiebt sich zur Bestimmung von c folgende Gleichung:

$$\frac{\alpha\alpha}{rr} = 2 \cdot \frac{1}{cc} \cdot \frac{\alpha\alpha}{rr} \cdot \frac{1}{\tau\tau} EE,$$

oder

$$c = \frac{E}{\tau} \cdot \sqrt{2},$$

was zu beweisen war.

DIE ELEKTRISCHEN GESETZE MIT NUMERISCHER BESTIMMUNG DER CONSTANTEN.

Die in der ersten und zweiten Abhandlung über Elektrodynamische Maassbestimmungen entwickelten elektrischen Gesetze sind folgende:

1) *das Grundgesetz der elektrischen Wirkung*, — wonach die Kraft, welche die elektrische Masse e auf die elektrische Masse e' aus der Entfernung r bei der relativen Geschwindigkeit $\frac{dr}{dt}$ und Beschleunigung $\frac{ddr}{dt^2}$ ausübt, durch

$$\frac{ee'}{rr}\left[1 - \frac{1}{cc}\left(\frac{dr^2}{dt^2} - 2r\frac{ddr}{dt^2}\right)\right]$$

ausgedrückt wird;

2) *das Fundamentalgesetz der Elektrodynamik*, — wonach die Kraft, welche ein unveränderliches und unbewegtes Stromelement von der Länge α und der Stromintensität i auf ein gleiches Stromelement von der Länge α' und von der Stromintensität i' aus der Entfernung r ausübt, wenn α mit r den Winkel θ, α' mit der verlängerten r den Winkel θ', und α mit α' den Winkel ε bilden, durch

$$\frac{\alpha\alpha'}{rr} ii' (3\cos\theta\cos\theta' - 2\cos\varepsilon)$$

ausgedrückt wird;

3) *das Gesetz der Volta-Induction eines unveränderlichen gegen den Leiter bewegten Stromelements*, — wonach die elektromotorische Kraft, welche ein Strom-

Digitized by Google

element von der Länge α und von der Stromintensität i auf ein Leiterelement von der Länge α', welches mit der Geschwindigkeit u bewegt wird, aus der Entfernung r ausübt, wenn α mit r den Winkel θ, α' mit r den Winkel φ, u mit der verlängerten r den Winkel θ', und α mit u den Winkel ε bilden, durch

$$\frac{2\gamma 2}{c} \cdot \frac{\alpha\alpha'}{rr} \cdot ui \cos\varphi \,(3\cos\theta\cos\theta' - 2\cos\varepsilon)$$

ausgedrückt wird;

4) *das Gesetz der Volta-Induction eines veränderlichen, gegen den Leiter unbewegten Stromelements*, — wonach die elektromotorische Kraft, welche ein Stromelement von der Länge α, dessen Stromintensität in der Zeit t gleichförmig um i wächst, auf ein Leiterelement von der Länge α' aus der Entfernung r ausübt, wenn α mit r den Winkel θ, und α' mit der verlängerten r den Winkel θ' bilden, durch

$$-\frac{2\gamma 2}{c} \cdot \frac{\alpha\alpha'}{r} \cdot \frac{i}{t} \cdot \cos\theta\cos\theta'$$

ausgedrückt wird;

5) *das Gesetz der Volta-Induction einer Gleitstelle*, — wonach die elektromotorische Kraft, welche ein durch die Gleitstelle gehender Strom von der Intensität i bei der Gleitgeschwindigkeit v auf ein Leiterelement von der Länge α' aus der Entfernung r ausübt, wenn v mit r den Winkel θ, α' mit der verlängerten r den Winkel θ' bilden, durch

$$-\frac{2\gamma 2}{c} \cdot \frac{\alpha'}{r} vi \cos\theta\cos\theta'$$

ausgedrückt wird.

Ein positiver Werth der Ausdrücke (1) und (2) bedeutet eine Abstossungskraft, ein negativer Werth eine Anziehungskraft. Der Zahlenwerth nach unseren Maassen giebt die Grösse der Kräfte im Verhältniss zu derjenigen Kraft an, welche der Masse eines Milligramms während einer Secunde die Geschwindigkeit von 1 Millimeter in der Secunde ertheilt. In dem Ausdruck (2), sowie in allen folgenden, werden die Stromintensitäten i, i' nach *magnetischem* Maasse gemessen vorausgesetzt, was immer mit der *Tangentenboussole* leicht geschehen kann. Bezeichnet man die *elektrische Capacität* des Leiters α', d. h. das Verhältniss der in ihm enthaltenen positiven Elektricitätsmenge in elektrostatischen Einheiten (die der negativen gleich ist) zu seiner Länge, mit ε', so geben für $\varepsilon' = 1$ die Ausdrücke (3) (4) (5) den Unterschied der

Digitized by Google

beiden Kräfte, welche in der Richtung von α' auf die in α' enthaltene positive und negative Elektricitätsmenge wirken, und zwar geben sie diesen *Kraftunterschied* im Verhältniss zu derjenigen Kraft an, welche der Masse eines Milligramms während einer Secunde die Geschwindigkeit von 1 Millimeter in der Secunde ertheilt. — Ist ε' von 1 verschieden, so müssen die Ausdrücke (3) (4) (5) mit ε' multiplicirt werden, um den angegebenen *Kraftunterschied* zu erhalten.

Eine vollständige Bestimmung aller Kräfte durch die angegebenen Gesetze fordert, dass in allen obigen Ausdrücken für die *Constante* c der im vorigen Artikel gefundene Zahlenwerth gesetzt werde. Man erhält alsdann:

$$\frac{ee'}{rr}\left[1 - \frac{1}{cc}\left(\frac{dr^2}{dt^2} - 2r\frac{ddr}{dt^2}\right)\right] = \frac{ee'}{rr}\left[1 - \frac{1}{193120 \cdot 10^{10}}\left(\frac{dr^2}{dt^2} - 2r\frac{ddr}{dt^2}\right)\right] \quad . \quad . \quad . \quad (1.)$$

$$\frac{\alpha\alpha'}{rr} ii' (3\cos\theta\cos\theta' - 2\cos\varepsilon) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2.)$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{c} \cdot \frac{\alpha\alpha'}{rr} \cdot ui\cos\varphi\,(3\cos\theta\cos\theta' - 2\cos\varepsilon)$$

$$= \frac{1}{155370 \cdot 10^6} \cdot \frac{\alpha\alpha'}{rr} \cdot ui\cos\varphi\,(3\cos\theta\cos\theta' - 2\cos\varepsilon) \quad (3.)$$

$$-\frac{2\sqrt{2}}{c} \cdot \frac{\alpha\alpha'}{r} \cdot \frac{i}{t}\cos\theta\cos\theta' = -\frac{1}{155370 \cdot 10^6} \cdot \frac{\alpha\alpha'}{r} \cdot \frac{i}{t}\cos\theta\cos\theta' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4.)$$

$$-\frac{2\sqrt{2}}{c} \cdot \frac{\alpha'}{r} \cdot vi\cos\theta\cos\theta' = -\frac{1}{155370 \cdot 10^6} \cdot \frac{\alpha'}{r} \cdot vi\cos\theta\cos\theta' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5.)$$

»Anmerkung. Die Einheit, in welcher die elektromotorischen Kräfte in (3), (4) und (5) ausgedrückt sind, ist die Differenz der in mechanischem Maasse ausgedrückten Kräfte, welche auf die *elektrostatische* Einheit positiver und negativer Elektricität in α' wirken. Man bezeichnet diese Einheit als *mechanisches Maass* der elektromotorischen Kräfte und unterscheidet dasselbe vom *magnetischen Maasse* der elektromotorischen Kräfte, welches die Differenz der in mechanischem Maasse ausgedrückten Kräfte ist, welche auf die *magnetische Einheit* positiver und negativer Elektricität in α' wirken; i bezeichnet die Stromintensität in magnetischem Maasse.

Da die *magnetische Einheit* $= 155370 \cdot 10^6 = \frac{c}{2\sqrt{2}}$ *elektrostatische Einheiten* ist (nach S. 109), so erhält man durch Multiplication der obigen Werthe (3), (4), (5) mit $\frac{c}{2\sqrt{2}}$ *die elektromotorischen Kräfte in magnetischem Maasse.*« [Handschriftliche Notiz von W. Weber. Z.]

Die elektrischen Gesetze in der letzteren Form, *mit numerischer Bestimmung aller Constanten*, genügen allen *praktischen* Forderungen; für *theoretische* Untersuchungen aber kann es in manchen Fällen erforderlich sein, statt der in *magnetischem* Maasse zu messenden Stromintensitäten i, i' in obigen Ausdrücken die aus den *Ursachen* der Stromintensität (siehe Seite 97) abgeleiteten

Digitized by Google

Werthe von i, i' zu setzen. Bezeichnet nämlich $+\alpha\varepsilon$ und $-\alpha\varepsilon$ die im Leiter α enthaltene positive und negative Elektricitätsmenge, und $+u$ und $-u$ ihre Geschwindigkeiten, womit sie im Leiter bewegt werden, bezeichnet ferner $+\alpha'\varepsilon'$, $-\alpha'\varepsilon'$, $+u'$ und $-u'$ das nämliche für den Leiter α'; so sind εu und $\varepsilon' u'$ die Werthe der Stromintensitäten nach *mechanischem* Maasse bestimmt, und es müssen diese Werthe, nach dem Seite 109 gefundenen Verhältnisse, mit $155370 \cdot 10^6$ dividirt werden, um die Werthe derselben Stromintensitäten nach *magnetischem* Maasse ausgedrückt zu erhalten; folglich ist in obigen Ausdrücken

$$i = \frac{\varepsilon u}{155370 \cdot 10^6}, \qquad i' = \frac{\varepsilon' u'}{155370 \cdot 10^6},$$

und es können diese Werthe, wenn es erforderlich sein sollte, in obigen Ausdrücken für i und i' substituirt werden.

MECHANISCHE THEORIE DER ELEKTROLYSE.

Alle elektrischen Kräfte, welche durch die im vorhergehenden Artikel angeführten Gesetze bestimmt werden, sind Kräfte, welche unmittelbar nur auf elektrische Massen wirken. *Alle Kräfte aber, welche unmittelbar nur auf elektrische Massen wirken, wirken mittelbar auch auf die ponderabelen Träger jener elektrischen Massen.* Es wird dadurch der Anwendung der elektrischen Gesetze auf die Untersuchung der ponderabelen Körper ein weites Feld eröffnet; denn die Elektricität wird dadurch für uns zu einem Instrumente, mit dessen Hülfe wir bekannte Kräfte auf ponderabele Körper unter Verhältnissen wirken lassen können, unter denen keine anderen bekannten Kräfte wirken.

Obiger Satz leuchtet von selbst ein, wenn elektrische Massen mit ihrem ponderabelen Träger so verbunden sind, dass sie ohne denselben nicht bewegt werden können. Aber auch in metallischen Leitern, in denen sich die Elektricität bewegen kann, während ihr ponderabeler Träger (das Metall) in Ruhe verharrt, wo also die elektrischen Massen von einem Metalltheilchen zum andern übergehen, findet doch eine Verbindung statt, welche die elektrischen Massen mit den Metalltheilchen verknüpft, und welche gelöst werden muss, ehe die elektrische Masse von dem einen Metalltheilchen zum andern übergehen kann. So lange diese Verbindung besteht, werden alle Kräfte, welche unmittelbar nur auf die elektrischen Massen wirken, doch mittelbar auf die damit verbundenen Metalltheilchen übertragen, und nur diejenigen Kräfte,

Digitized by Google

welche auf die elektrischen Massen wirken, nachdem sie von den Metalltheilchen sich abgelöst haben, werden auf diese Metalltheilchen nicht mehr übertragen, sondern ertheilen den elektrischen Massen, bis sie zu den nächsten Metalltheilchen gelangen, eine bestimmte Geschwindigkeit, die aber durch die Verbindung, in welche jene elektrischen Massen mit diesen nächsten Metalltheilchen treten, wieder aufgehoben wird, was dieselbe Wirkung hat, wie wenn die elektrischen Kräfte, welche jene Geschwindigkeit hervorgebracht hatten, auf diese nächsten Metalltheilchen übertragen worden wären. Alle diese Kräfte, welche aus der Verbindung elektrischer Massen mit einzelnen Metalltheilchen hervorgehen, nennt man *Widerstandskräfte*, welche das Metall der Bewegung der Elektricität in seinem Innern entgegensetzt, aus denen das *Ohm'sche Gesetz* folgt, dass die Elektricität in den metallischen Leitern in einer gleichförmigen Bewegung nur dann beharren kann, wenn sie fortwährend von einer gleich grossen Kraft vorwärts getrieben wird, und dass der Strom augenblicklich verschwindet, sobald die treibende Kraft aufhört. — Es folgt also hieraus, dass auch bei Leitern, durch den *Widerstand* der Leiter, alle Kräfte, welche unmittelbar auf die Elektricität im Leiter wirken, mittelbar auf den Leiter selbst übertragen werden.

In der *Elektrolyse* hat man es nun mit keinem metallischen Leiter zu thun, welcher in Ruhe verharrt, während die elektrischen Fluida sich in ihm bewegen, sondern mit einem aus verschiedenartigen ponderabelen Theilchen zusammengesetzten Körper (Wasser), von denen die eine Art (Wasserstofftheilchen) der Bewegung der *positiven* Elektricität folgt, die andere Art (Sauerstofftheilchen) der Bewegung der *negativen* Elektricität. Es entsteht also die Frage, woher die Kräfte rühren, welche diese verschiedene Bewegung der beiden Bestandtheile des Wassers hervorbringen? Die elektrolytischen Gesetze beweisen, dass diese Bewegungen, wenn auch keine unmittelbare, doch eine mittelbare Wirkung der elektrischen Kräfte sein müssen. Wenn nun die elektrischen Kräfte unmittelbar nur auf die mit den Wasserstoff- und Sauerstofftheilchen verbundenen elektrischen Massen wirken, so beweist das Faktum, dass die Wasserstofftheilchen der Bewegung der positiven, die Sauerstofftheilchen der Bewegung der negativen Elektricität folgen, dass jene mit freier positiver, diese mit freier negativer Elektricität verbunden im Wasser enthalten sein müssen, wobei es dahin gestellt bleibt, ob sie ausser der freien Elektricität auch noch eine Quantität neutralen Fluidums enthalten. Es mag auch

Digitized by Google

unerörtert bleiben, wie stark diese Verbindung der Wasserstofftheilchen mit der freien positiven und der Sauerstofftheilchen mit der freien negativen Elektricität im Wasser sei; ob sie so stark sei, dass sie gar nicht gelöst werde, also die Elektricität bei der Elektrolyse sich nur mit ihrem ponderabelen Träger bewege, oder ob sie sich verhalte wie in metallischen Leitern, so dass der Elektricität ausser der Bewegung mit dem ponderabelen Träger auch noch eine von demselben unabhängige Bewegung zukomme. Nur könnte in letzterem Falle das Gesetz der Zersetzung verschiedener zusammengesetzten Körper durch denselben Strom nach Proportion der chemischen Aequivalente keine strenge Gültigkeit haben, wie es nach den neuesten Untersuchungen der Fall zu sein scheint.

Werden nun die elektrischen Kräfte, welche unmittelbar nur die elektrischen Fluida zu scheiden suchen, durch irgend ein Band, was diese Fluida mit den Bestandtheilen des Wassers verbindet, auf diese Bestandtheile übertragen, so kann eine nähere Bestimmung der *chemischen Scheidungskräfte*, welche die Trennung der ponderabelen Bestandtheile hervorbringen, durch die genaue Kenntniss der elektrischen Scheidungskräfte gewonnen werden, und es beruht hierauf das besondere Interesse, welches die Elektrolyse vor andern Methoden der chemischen Zersetzung besitzt. Die Elektricität lässt sich nämlich wie ein Instrument benutzen, durch welches wir an jedes Wasserstoff- und Sauerstofftheilchen im Wasser einen Faden knüpfen und beide Fäden in entgegengesetzter Richtung mit bekannten Kräften spannen können, bis die Wasserstoff- und Sauerstofftheilchen von einander gerissen werden.

Um dieses Instrument zu benutzen und dadurch wirklich die zur Trennung chemisch verbundener Theile erforderlichen Kräfte nach bekannten Maassen zu bestimmen, mussten *die elektrischen Gesetze mit numerischer Bestimmung ihrer Constanten* gegeben sein. Nachdem dies geschehen ist, wollen wir auch diese Anwendung von den gewonnenen Resultaten noch zu machen versuchen.

Die Kräfte, welche die elektrischen Fluida in Strombewegung versetzen, werden *elektromotorische Kräfte* genannt. Diese besondere Benennung (welche zur Unterscheidung *dieser Art von Kräften* und nicht blos ihrer *Wirkungen* gebraucht wird) hat ihren Grund blos darin, dass diese Kräfte bisher nicht nach bekannten Maassen gemessen, sondern nur auf *indirecte* Weise durch die Wirkungen der von ihnen hervorgebrachten Ströme (Wärmewirkungen, chemische und magnetische Wirkungen) bestimmt werden konnten, wodurch

Digitized by Google

sie zwar unter einander verglichen, aber *absolut* nach keinem bekannten Maasse ausgedrückt und daher auch mit andern bekannten Kräften nicht verglichen werden konnten. Dieser Grund fällt weg, wenn man diese Kräfte nach den im vorhergehenden Artikel angegebenen Gesetzen bestimmt, wodurch sie in bekannten Maassen ausgedrückt werden. Auch diejenigen Kräfte, welche man nicht unmittelbar nach obigen Gesetzen berechnen kann, erhält man in bekannten Maassen ausgedrückt, durch Vergleichung mit jenen. — Da man endlich die Vertheilung des Widerstandes in einer geschlossenen Kette genau bestimmen kann und bei einem constanten Strome nach dem Ohm'schen Gesetz elektromotorische Kraft und Widerstand überall in gleichem Verhältniss stehen müssen, so lernt man dadurch auch die Vertheilung der elektromotorischen Kräfte auf die verschiedenen Theile der Kette kennen. Ist also in einer Kette ein Voltameter eingeschaltet, so lassen sich die im Wasser des Voltameters wirkenden elektrischen Scheidungskräfte, durch welche das Wasser zersetzt wird, genau ermitteln.

Es tritt nun aber beim Wasser der besondere Umstand ein, dass es in reinem Zustande einen sehr schlechten Stromleiter bildet und sehr schwer zersetzbar ist. Alle elektrolytischen Messungen beziehen sich daher auf Wasser, was mit Schwefelsäure oder anderen Stoffen vermischt ist: für verschiedene Mischungen erhält man verschiedene Resultate in Beziehung auf Zersetzbarkeit. Es ist daher nothwendig, sich zunächst auf eine bestimmte Mischung zu beschränken, und es soll hier also nach Horsford's in Poggendorff's Annalen 1847, Bd. 70, S. 238, mitgetheilten Untersuchungen eine Mischung von Wasser und Schwefelsäure von 1,25 spec. Gew. gewählt werden, welche unter allen Mischungen von Wasser und Schwefelsäure am leichtesten zersetzt wird.

Der *Widerstand*, welchen diese Mischung dem Strome entgegensetzt, ist von Horsford für gleiche Länge und Querschnitt

696700 Mal

grösser als der Leitungswiderstand des Silbers gefunden worden, oder, wenn man das Leitungsverhältniss von Silber zu Kupfer nach Lenz (Poggendorff's Annalen Bd. 34. 418 Bd. 45. 105) wie 1 : 0,7417 setzt,

516750 Mal

grösser als der Leitungswiderstand des von Lenz gebrauchten Kupfers. — Nach den in den »Abhandlungen der K. Gesellschaft der Wissenschaften in

Digitized by Google

Göttingen« Bd. 5 (Über die Anwendung der magnetischen Induction auf Messung der Inclination mit dem Magnetometer) mitgetheilten Messungen ist der Widerstand eines Kupferdrahts von 1 Millimeter Länge und 1 Milligramm Masse ($= \frac{1}{8,4127}$ Quadratmillimeter Querschnitt) nach absolutem Maasse des *magnetischen* Systems

$$= 2310000$$

gefunden worden,*) d. i. für einen Kupferdraht von 1 Millimeter Länge und 1 Quadratmillimeter Querschnitt

$$= 274100.$$

Hieraus ergiebt sich der Widerstand obiger Mischung nach *magnetischem* Widerstandsmaass für 1 Millimeter Länge und 1 Quadratmillimeter Querschnitt

$$= 141640 \cdot 10^6.$$

Es sind aber in dieser Mischung dem Volumen nach nahe 9 Theile Wasser auf 1 Theil Schwefelsäure enthalten, und es kommt daher von dem ganzen Querschnitt nur $\frac{9}{10}$ auf das reine Wasser. Setzt man voraus, dass der ganze Strom blos durch das Wasser geht (weil, wenn ein Theil des Stromes durch die Schwefelsäure geleitet würde, dieser einen Nebenstrom bildete, welcher bei Betrachtung der Zersetzung des Wassers ausgeschlossen werden müsste), so würde der Widerstand blos auf Wasser (unter Einfluss der benachbarten Schwefelsäure) bezogen, für 1 Milligramm Länge und 1 Quadratmillimeter Querschnitt

$$= 127476 \cdot 10^6$$

zu setzen sein.

Soll nun aber bei diesem *Widerstande* die Stromintensität nach *magnetischem* Maasse $= 106\frac{1}{4}$ sein, nämlich so stark, dass (nach Seite 95) 1 Milligramm Wasser in 1 Secunde zersetzt wird, so müsste die elektromotorische Kraft für jedes Millimeter nach *magnetischem* Maasse

$$106\tfrac{1}{4} \cdot 127476 \cdot 10^6$$

*) An der angeführten Stelle findet man den Widerstand verschiedener Kupfersorten angegeben, unter denen der obige, dem von Jacobi zu seinem Widerstands-Etalon gebrauchten Kupfer entsprechende Werth der grösste ist. Dieser Werth ist gewählt worden, weil Lenz, mit Jacobi zu gemeinschaftlichen Arbeiten oft verbunden, sich bei seinen Versuchen wahrscheinlich auch der nämlichen Kupfersorte wie Jacobi bedient hat.

Digitized by Google

betragen, was mit $\frac{2\sqrt{2}}{c} = \frac{1}{155370 \cdot 10^6}$ zu multipliciren ist, um dieselbe Kraft nach *mechanischem* Maasse ausgedrückt zu erhalten.

Diese Zahl bedeutet nun aber nach dem vorhergehenden Artikel den *Unterschied der Kräfte*, welche in der Richtung des Stromes auf *jede Einheit* der freien positiven Elektricität (in den Wasserstofftheilchen) einer 1 Millimeter langen Wassersäule und auf *jede Einheit* der freien negativen Elektricität (in den darin befindlichen Sauerstofftheilchen) wirken, und diese Zahl muss daher, um die *ganze wirksame Kraft* zu erhalten, noch mit n multiplicirt werden, wenn n Einheiten freier positiver oder freier negativer Elektricität in den Wasserstoff- oder Sauerstofftheilchen der 1 Millimeter langen Wassersäule enthalten sind.

Der Wasserstoff von 1 Milligramm zerlegten Wassers giebt aber an die Elektrode, an der er sich entwickelt, seine freie positive Elektricität ab, welche darauf durch die Elektrode weiter strömt (oder, was in der Wirkung einerlei ist, durch Zuführung von negativer Elektricität daselbst neutralisirt wird,) und den Querschnitt in 1 Secunde durchfliesst. Da nun aber die Stromintensität nach *elektrolytischem* Maasse = 1 ist und (nach Seite 110) bei dieser Stromintensität $106\frac{1}{2} . 155370 . 10^6$ Einheiten positiver und eben so viel negativer Elektricität durch den Querschnitt in 1 Secunde hindurchgehen, so ergiebt sich (wenn die Hälfte der an der Elektrode frei gewordenen positiven Elektricität durch die Elektrode weiter strömt, während die andere Hälfte von der durch die Elektrode zugeführten negativen Elektricität neutralisirt wird),

$$\tfrac{1}{2} n = 106\tfrac{1}{2} \cdot 155370 \cdot 10^6.$$

Multiplicirt man also obige Zahl mit

$$\frac{2\sqrt{2}}{c} \cdot n = 2 \cdot 106\tfrac{1}{2},$$

so giebt das Product

$$2 \cdot (106\tfrac{1}{2})^2 \cdot 127476 \cdot 10^6$$

den *Unterschied der Kräfte*, welche in der Richtung des Stromes auf die in den Wasserstofftheilchen von 1 Milligramm Wasser, welches eine 1 Millimeter lange Säule bildet, enthaltene freie positive, und auf die in den Sauerstofftheilchen enthaltene negative Elektricität (unter Einfluss der benachbarten Schwefelsäure) wirken müssen, wenn die Zersetzung des Wassers mit der Geschwindigkeit von 1 Milligramm in der Secunde erfolgen soll, und zwar ist dieser *Kraftunterschied* durch obige Zahl im Verhältniss zu derjenigen Kraft

Digitized by Google

bestimmt, welche der Masse eines Milligramms während 1 Secunde die Geschwindigkeit von 1 Millimeter in der Secunde ertheilt.

Das Gewicht eines Milligramms ist eine Kraft, welche der Masse eines Milligramms in 1 Secunde die Geschwindigkeit von 9811 Millimetern in der Secunde ertheilt; dividirt man daher die angegebene Zahl mit 9811, so erhält man jenen *Kraftunterschied* im Milligrammengewicht ausgedrückt

$$= \tfrac{2}{9811} \cdot (106\tfrac{2}{3})^2 \cdot 127476 \cdot 10^6 = 2 \cdot 147830 \cdot 10^6.$$

Man kann dieses Resultat auf folgende Weise aussprechen: *Wären alle Theilchen Wasserstoff in 1 Milligramm Wasser einer 1 Millimeter langen Säule an einen Faden geknüpft, und an einen andern Faden alle Theilchen Sauerstoff; so müssten beide Fäden in entgegengesetzten Richtungen jeder mit dem Gewicht von*

147830 *Kilogrammen*

oder etwa 2956 *Centnern gespannt werden, um eine Zersetzung des Wassers mit solcher Geschwindigkeit hervorzubringen, nach welcher 1 Milligramm Wasser in der Secunde zerlegt werden würde.* Die Spannung bleibt dieselbe für Säulen von verschiedenem Querschnitt, wächst aber proportional mit der Länge der Säule.

Sollte das Wasser unter gleichen Verhältnissen mit geringerer Geschwindigkeit zerlegt werden, z. B. mit der Geschwindigkeit von 1 Milligramm in 2956 Secunden, so würde obige Spannung proportional kleiner sein, z. B. nur 1 Centner betragen. Überhaupt würde die Spannung hiernach beliebig klein sein können, immer würde Zersetzung erfolgen, nur aber mit desto geringerer Geschwindigkeit, je kleiner die Spannung wäre. Doch gilt dies nur unter der Voraussetzung, dass die *Widerstandskraft*, welche das Wasser seiner Zersetzung (der Bewegung des Wasserstoffs und Sauerstoffs in entgegengesetzten Richtungen) entgegengesetzt, analog der *Widerstandskraft*, welche nach dem Ohm'schen Gesetze metallische Leiter der Bewegung der positiven und negativen Elektricität in ihrem Innern entgegensetzen, der Geschwindigkeit der Zersetzung proportional sei.*) Es ist aber selbst bei metallischen Leitern sehr wahrscheinlich, dass das Ohm'sche Gesetz der Wirklichkeit nicht genau entspreche, sondern dass streng genommen die Widerstandskraft aus zwei Theilen bestehe, von denen der eine der Geschwindigkeit proportional, der andere constant ist,

*) Nach dem Ohm'schen Gesetze ist das Verhältniss der Widerstandskraft, welche ein Leiter der Bewegung der Elektricität in seinem Innern entgegensetzt, zur Geschwindigkeit dieser Bewegung eine *Constante*, welche der *Widerstand* des Leiters genannt wird.

Digitized by Google

weil dadurch allein die besseren Leiter (Metalle) mit den schlechteren (Isolatoren) unter ein gemeinschaftliches Gesetz gebracht werden können. Dasselbe gilt wahrscheinlich auch von der Widerstandskraft, welche das Wasser der Bewegung des Wasserstoffs und Sauerstoffs nach entgegengesetzten Richtungen in seinem Innern entgegensetzt. Der *Widerstand* (die Widerstandskraft dividirt durch die Stromgeschwindigkeit) wird dann durch die Summe einer Constanten w und eines der Stromgeschwindigkeit umgekehrt proportionalen Theils $\frac{k}{i}$ dargestellt. Substituirt man nun diese Summe für den *Widerstand* im Ohm'schen Gesetze, so erhält man die Stromintensität i durch die elektromotorische Kraft E und durch die angegebene Summe auf folgende Weise ausgedrückt:

$$i = \frac{E}{w + \frac{k}{i}}$$

oder

$$E = k + wi.$$

Bei den metallischen Leitern ist k sehr klein gegen die bei den Messungen vorkommenden Werthe von wi; bei den Isolatoren verschwindet wi gegen k.

Sind nun auch keine genauen Versuche über das Wasser vorhanden, aus denen der Werth der Constanten k bestimmt werden könnte; so sind doch Versuche vorhanden, durch welche bewiesen wird, dass diese Constante, wenn auch einen kleinen, doch keinen ganz verschwindenden Werth hat. Leitet man nämlich magnetisch inducirte Ströme durch Wasser, so lässt sich aus den messbaren Stromwirkungen entnehmen, dass dieselbe Induction, je nachdem sie schneller oder langsamer ausgeführt wird, mehr oder weniger Wasser zersetze, was nicht der Fall sein dürfte, wenn $k = 0$ wäre. — Bei elektrolytischen Messungen pflegt wi so gross zu sein, dass k dagegen nicht in Betracht kommt.

Man bezeichnet die Kräfte, welche der Trennung des Wasserstoffs und Sauerstoffs im Wasser Widerstand leisten, als *chemische Affinitätskräfte*, die man aber bisher nicht im Stande war, in bekannten Maassen auszudrücken. In diesem Artikel sollte an einem Beispiele gezeigt werden, wie die Resultate der vorhergehenden Untersuchung zur wirklichen Ausführung einer solchen Bestimmung benutzt werden können. Es wird dadurch der Weg zur näheren Erforschung der *Gesetze der chemischen Affinitätskräfte* gebahnt, wozu aber zahlreichere Messungen dieser Kräfte nöthig sind, wovon hier nur eine Messung als Beispiel gegeben werden sollte.

Digitized by Google

ELEKTRICITÄTSGEHALT DER LEITER.

Die Intensität des durch einen Leiter gehenden Stromes ist proportional der Geschwindigkeit, mit welcher die im Leiter enthaltene positive und negative Elektricität *durch den Querschnitt des Leiters* fliesst, und hängt daher von zwei Faktoren ab: 1) von der in jedem *Längenelemente* des Leiters enthaltenen Elektricitätsmenge (welche die *Capacität* des Leiters genannt werden kann), 2) von der Geschwindigkeit, mit welcher diese Elektricitätsmenge (positive und negative nach entgegengesetzter Richtung) sich im Leiter fortbewegt. Lässt sich nun auch die Intensität des Stromes messen, das heisst die positive und negative Elektricitätsmenge nach bekannten Maassen bestimmen, welche *durch den Querschnitt des Leiters* fliesst, so lässt sich doch weder die in einem *Längenelement* des Leiters enthaltene Elektricitätsmenge noch die *Geschwindigkeit*, mit welcher sich dieselbe im Leiter fortbewegt, einzeln bestimmen: es würde dies nur in solchen Fällen geschehen können, wo die eine Elektricität sich nicht allein bewegte, sondern die Leitertheilchen, in denen sie enthalten wäre, mit fortführte.

Ob nun dieser Fall beim Überspringen der Elektricität von einem Conductor zum andern (durch eine Luftschicht), wobei kleine Theilchen von dem einen Conductor abgerissen und zum andern Conductor hinübergeführt werden, stattfinde, ist zwar auf experimentellem Wege nicht ermittelt, und wird sich auch nicht vollständig und sicher ermitteln lassen; doch scheint es unter gewissen Verhältnissen faktisch fest zu stehen, dass nur von dem positiv geladenen Conductor kleine Theilchen abgerissen und zum negativen Conductor hinüber geführt werden. Auch unterliegt es keinem Zweifel, dass diese kleinen abgerissenen Theilchen mit freier positiver Elektricität geladen sind und dass durch dieselben der Übergang einer bestimmten Elektricitätsmenge von einem Conductor zum andern vermittelt werde. Ob aber nur der Übergang eines Theils oder aller positiver Elektricität von jenem Conductor zu diesem auf diese Weise vermittelt werde, ferner ob in diesen kleinen abgerissenen Theilchen blos freie positive Elektricität oder ausserdem auch eine bestimmte Menge neutralen Fluidums enthalten sei, endlich wie sich dabei die negative Elektricität des andern Conductors verhalte, ist bisher keiner näheren Erörterung unterworfen worden.

Digitized by Google

Was zunächst das Verhalten der Elektricität des negativ geladenen Conductors betrifft, von welcher unter den erwähnten Verhältnissen kein Theilchen abgerissen und zum positiven Conductor geführt wird, so scheint daraus hervorzugehen, dass die negative Ladung dieses Conductors unter jenen Verhältnissen irgend eine Verzögerung erlitten, und dass daher, ehe diese Ladung die zum Abreissen kleiner Theilchen erforderliche Stärke erreicht habe, die vom positiv geladenen Conductor abgerissenen Theilchen schon zum negativen gelangen und durch Mittheilung ihrer positiven Ladung das Wachsthum der negativen Ladung verhindern. Unter diesen Verhältnissen würde also gar keine Elektricität vom negativ geladenen Conductor zum positiv geladenen übergehen.

Was die andere Frage betrifft, ob die abgerissenen Theilchen blos freie positive Elektricität enthalten, oder ob sie ausserdem eine bestimmte Quantität neutrales Fluidum mit sich führen, so lässt sich eine bestimmte Ansicht hierüber nur auf das Faktum der äussersten Feinheit der abgerissenen Theilchen begründen.

Es ist nämlich bekannt, dass, wenn eine grössere und kleinere Kugel nach der Berührung getrennt werden, die in beiden enthaltene freie Elektricität sich zwischen ihnen nach einem bestimmten Verhältnisse theilt, und zwar so, dass die mittlere Dicke der an der Oberfläche jeder Kugel befindlichen Elektricitätsschicht nicht gleich, sondern dass die an der Oberfläche der kleineren Kugel grösser ist, als die an der Oberfläche der grösseren, und zwar dass das Verhältniss sich dem Verhältniss

$$1{,}6449 : 1$$

desto mehr nähert, je ungleicher beide Kugeln sind.

Ein abgerissenes Theilchen kann nun als eine äusserst kleine Kugel betrachtet werden, und es wird daher, wenn man die Dicke der an der Oberfläche des positiv geladenen Conductors vorhandenen Elektricitätsschicht mit ε bezeichnet, die Dicke der an der Oberfläche des abgerissenen Theilchens vorhandenen $= 1{,}6449 \cdot \varepsilon$ zu setzen sein. Während nun bekanntlich bei dem positiv geladenen Conductor ε gegen den Krümmungshalbmesser seiner Oberfläche verschwindet, lässt sich keineswegs annehmen, dass auch $1{,}6449 \cdot \varepsilon$ gegen den Halbmesser des kleinen abgerissenen Theilchens verschwinde, im Gegentheil darf man bei der äussersten Kleinheit dieses Theilchens voraus-

Digitized by Google

setzen, dass sein Halbmesser kleiner oder wenigstens nicht grösser sei als $1{,}6449 \cdot \epsilon$. Alsdann folgt aber, dass diese Schicht freier positiver Elektricität das ganze Theilchen erfülle, und dass also kein von dieser Schicht eingeschlossener Raum vorhanden sei, der eine bestimmte Menge neutralen Fluidums enthielte. Die kleinen abgerissenen Theilchen würden also blos freie positive Elektricität enthalten.

Was endlich die Frage betrifft, ob von dem positiv geladenen Conductor die freie Elektricität nur von den abgerissenen Theilchen zum negativen Conductor hinübergeführt werden, oder ob daneben eine andere Quantität positiver Elektricität ohne ponderabelen Träger sich selbst einen Weg zum negativ geladenen Conductor bahne, so kann nur der Mangel alles physischen Grundes geltend gemacht werden, von dem es abhinge, dass der eine Theil der Elektricität, unter ganz gleichen Verhältnissen, sich unabhängig von seinem ponderabelen Träger bewegen sollte, während der andere seinen ponderabelen Träger mit nachziehen müsste. Da es also von einem Theile der übergehenden Elektricität faktisch feststeht, dass sie ihren ponderabelen Träger mit fortzieht, so muss dasselbe von aller übergehenden Elektricität so lange angenommen werden, bis das Gegentheil bewiesen wird.

Es würde hier also der Fall eines Stromes wirklich vorliegen, bei welchem sich die Leitertheilchen, welche nur positive Elektricität enthalten, fortbewegen. Nun lässt sich nach den gewonnenen Maassbestimmungen die fortbewegte Elektricitätsmenge, welche von dem einen Conductor zum andern übergegangen ist (durch Messung der Stromintensität) genau bestimmen; folglich bleibt nur übrig, auch die Menge der ponderabelen Masse genau zu bestimmen, welche gleichzeitig von dem positiven Conductor abgerissen und an den negativen Conductor angesetzt worden ist. So klein diese ponderabele Masse auch sein mag, so lässt sie sich doch deutlich beobachten, und es ist danach anzunehmen, dass auch ihr Gewicht mit den feinsten Wagen, die wir besitzen, sich werde bestimmen lassen.

Jedenfalls wird sich ergeben, dass selbst für sehr grosse Elektricitätsmengen, welche vom positiv geladenen Conductor zum negativ geladenen übergehen, die ponderabele Masse der mit fortgerissenen Leitertheilchen sehr klein sei, dass folglich die in jedem *Längenelemente* des Leiters enthaltene Elektricitätsmenge ausserordentlich gross sei. Je grösser aber diese Elektricitätsmenge ist, desto kleiner ist, bei gegebener Stromintensität, die *Geschwindigkeit*, mit

Digitized by Google

welcher sich diese Elektricitätsmenge im Leiter fortbewegt, und es darf daher diese geringe Geschwindigkeit, mit welcher sich die elektrischen Fluida in ihren Leitern bewegen, in keiner Weise mit der ausserordentlich grossen Geschwindigkeit verwechselt werden, mit welcher die Störung des Gleichgewichts der elektrischen Fluida durch metallische Leiter fortgepflanzt wird, auf welche die bekannten von Wheatstone gemachten Versuche sich beziehen.

Dass die in einem Längenelemente eines *metallischen Leiters* enthaltene Elektricitätsmenge sehr gross, und die Geschwindigkeit, mit welcher sich diese Elektricitätsmenge im Leiter bewegt, bei allen wirklich dargestellten Strömen sehr klein sei, liess sich nach Analogie aus dem für *feuchte Leiter* (Wasser) auf Seite 110 gefundenen Resultate im voraus erwarten. Denn es ist dort gefunden worden, dass bei einem Strome, dessen Intensität nach *elektrolytischem* Maasse = 1 ist, eine positive Elektricitätsmenge von $106\frac{2}{3} \cdot 155370 \cdot 10^6$ Einheiten zusammen mit $\frac{1}{9}$ Milligramm Wasserstoff in der einen Richtung, und eine gleich grosse negative Elektricitätsmenge mit $\frac{8}{9}$ Milligramm Sauerstoff verbunden in entgegengesetzter Richtung durch den Querschnitt des Leiters in 1 Secunde geht, woraus folgt, dass in 1 Milligramm Wasser $106\frac{2}{3} \cdot 155370 \cdot 10^6$ Einheiten positiver und gleich viel negativer Elektricität enthalten sein müsse, die sich aber (zusammen mit ihren ponderabelen Trägern) nur mit der geringen Geschwindigkeit von $\frac{1}{4}$ Millimeter in der Secunde fortbewegen, wenn der Querschnitt des feuchten Leiters nur 1 Quadratmillimeter gross ist. Ist der Querschnitt grösser, so ist die Geschwindigkeit nach Verhältniss noch kleiner.

DIE ZURÜCKFÜHRUNG ALLER MAASSE AUF EIN EINZIGES GRUNDMAASS DES RAUMES.

Die in der Physik gebräuchlichen Maasse werden in *Grundmaasse* und *abgeleitete Maasse* eingetheilt. In der allgemeinen Mechanik, wo alle Kräfte einzeln als gegeben betrachtet werden, lassen sich alle Maasse auf die drei bekannten Grundmaasse für *Raum*, *Zeit* und *Masse* zurückführen. — In allen denjenigen Theilen der Physik, wo das *Gravitationsgesetz* vorausgesetzt werden darf, lassen sich alle Maasse blos auf die beiden Grundmaasse für *Raum* und *Zeit* zurückführen, aus denen mit Hülfe des Gravitationsgesetzes auch das Maass der *Masse* abgeleitet wird. Man kann nämlich diejenige Masse zur Maass-Einheit nehmen, welche, wenn sie in einem Punkte concentrirt wäre,

Digitized by Google

auf eine andere Masse in der Einheit der Entfernung nach dem Gravitationsgesetze eine Kraft ausübt, die ihr in der Zeiteinheit eine Geschwindigkeit ertheilt gleich der Längeneinheit in der Zeiteinheit.

Es ist nun interessant zu bemerken, dass auch dieses Maasssystem noch einer Vereinfachung fähig ist, und dass es möglich ist alle in der Physik gebrauchten Maasse *aus dem einzigen Grundmaass für Raum* abzuleiten, wenn man zwei Grundgesetze der Natur zu diesem Zwecke voraussetzen darf, nämlich ausser dem *Gravitationsgesetze ponderabeler Massen* das *Grundgesetz der elektrischen Wirkung*. Denn mit Hülfe des letzteren kann auch *das Maass der Zeit aus dem Raummaasse abgeleitet werden*. Man kann nämlich diejenige Zeit zum Maasse nehmen, in welcher sich zwei mit gleichförmiger relativer Geschwindigkeit bewegte elektrische Massen um die Längeneinheit einander nähern oder von einander entfernen müssen, wenn sie nach diesem Gesetze gar keine Wirkung auf einander ausüben sollen.

Wählt man das *Millimeter* zum Raummaasse, so würde unter Voraussetzung des Grundgesetzes der elektrischen Wirkung aus diesem Raummaass ein Zeitmaass abgeleitet werden, welches der

439450 *Millionste Theil einer Secunde*

wäre; denn wenn zwei mit gleichförmiger relativer Geschwindigkeit bewegte elektrische Massen in diesem kleinen Zeitraume um 1 Millimeter sich einander nähern oder von einander entfernen, so üben sie nach dem Grundgesetz der elektrischen Wirkung gar keine Wirkung auf einander aus.

Nachdem auf diese Weise aus dem Raummaass das Zeitmaass abgeleitet worden ist, kann ferner aus diesen beiden Maassen unter Voraussetzung des Gravitationsgesetzes auch das Maass der Masse abgeleitet werden. Es ist nämlich nach dem Gravitationsgesetze die Erde eine Masse, welche, wenn sie in einem Punkte concentrirt wäre, einer andern Masse in einer dem Erdhalbmesser gleichen Entfernung die Beschleunigung = 9811 ertheilt, wenn das Millimeter zum Raummaass und die Secunde zum Zeitmaass gebraucht werden. Nimmt man nun statt der Secunde das eben abgeleitete Zeitmaass, welches 439450 Millionen Mal kleiner ist, so ist das abgeleitete Beschleunigungsmaass 439450^4 Billionen Mal grösser, und es ist nach diesem grösseren Maasse obige Beschleunigung

$$= \frac{9811}{439450^4 \cdot 10^{24}}$$

Digitized by Google

Setzt man nun den Erdhalbmesser $= 6370 \cdot 10^6$ (Millimeter), so ergiebt sich nach dem Gravitationsgesetze die Erde als eine Masse, welche, wenn sie in einem Punkte concentrirt wäre, einer andern Masse in der Einheit der Entfernung die Beschleunigung

$$= \frac{9811 \cdot 6370^2 \cdot 10^{12}}{439450^2 \cdot 10^{12}}$$

ertheilt, folglich ist eine Masse, welche $\frac{439450^2}{9811 \cdot 6370^2}$ oder fast die Hälfte von der Erdmasse beträgt, diejenige Masse, welche nach dem Gravitationsgesetze, unter Annahme des Millimeters als Raummaasses und mit Hülfe des daraus schon abgeleiteten Zeitmaasses, als *abgeleitetes Massenmaass* erhalten wird.

Aus dem Millimeter als Raummaass und aus dem daraus eben abgeleiteten Zeit- und Massenmaasse werden endlich alle übrigen in der Physik gebrauchten Maasse auf bekannte Weise abgeleitet.

Nach diesem Systeme, wo alle Maasse aus dem einzigen Grundmaasse des Raumes abgeleitet werden, ist die Anziehungskraft zweier Massen m, m' in der Entfernung r gleich $\frac{mm'}{rr}$ und die Abstossungskraft zweier Elektricitätsmengen e, e' in der Entfernung r gleich $\frac{ee'}{rr}\left(1 - \frac{dr^2}{dt^2} + 2r\frac{ddr}{dt^2}\right)$, ohne dass diesen Ausdrücken oder einzelnen Gliedern derselben constante Faktoren beizufügen sind.

Digitized by Google

IV.

THEORIE DES ELEKTRISCHEN WIDERSTANDES

NACH DEN

PRINCIPIEN DER ATOMISTISCHEN ELEKTRODYNAMIK.

[1861.]

[Das Folgende enthält den ersten und fünften Abschnitt einer Arbeit, welche im 10. Bande der Abhandlungen der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen unter dem Titel »Zur Galvanometrie von Wilhelm Weber« erschienen ist. Die übrigen Abschnitte, welche hier nicht wiedergegeben sind, beziehen sich im Wesentlichen auf die praktische Ausführung von Widerstandsmessungen und die Herstellung allgemein vergleichbarer Etalons nach den im Folgenden entwickelten Principien. Z.]

DIE METHODE DER ABSOLUTEN WIDERSTANDSMESSUNG.

1.

Verhältniss einer elektromotorischen Kraft zu einer Stromintensität.

Ein galvanischer Strom i, welcher mit seinem ponderabelen Träger gegen einen Leiter mit der Geschwindigkeit v bewegt wird, übt nach dem von Faraday entdeckten Inductionsgesetze eine *elektromotorische Kraft* e auf den Leiter aus, welche sowohl mit der Intensität des inducirenden Stromes i als auch mit der Geschwindigkeit der inducirenden Bewegung v proportional ist. Das Verhältniss dieser elektromotorischen Kraft zu dem Product aus der Intensität des inducirenden Stromes in die Geschwindigkeit der inducirenden Bewegung, $\frac{e}{iv}$, hat also einen von der Intensität i sowohl als auch von der Geschwindigkeit v unabhängigen Werth, und zwar wird dieser Werth aus geometrisch gegebenen Verhältnissen des Stromträgers und des Leiters zu einander als ein *reiner Zahlenwerth* bestimmt, d. h. unabhängig von dem zu den geo-

Digitized by Google

metrischen Abmessungen gebrauchten Raummaasse, so wie auch von den Maassen der elektromotorischen Kräfte, Stromintensitäten und Geschwindigkeiten. Betrachtet man nämlich von dem inducirenden Strome i ein einziges Längenelement α, welches mit der Geschwindigkeit v gegen das Längenelement des Leiters α' bewegt wird, in dem Augenblicke, wo die Entfernung beider Elemente von einander $= r$ ist, und bezeichnet man die vier Winkel, welche von den Richtungen der beiden Elemente, $[\alpha]$, $[\alpha']$, von der Richtung ihrer Verbindungslinie $[r]$ und von der Bewegungsrichtung des Stromelements $[v]$ gebildet werden, mit $\theta = [r, \alpha]$, $\theta' = [r, v]$, $\varepsilon = [\alpha, v]$, $\varphi = [r, \alpha']$; so ist nach dem bekannten, für die Volta-Induction geltenden, Gesetze die elektromotorische Kraft e, welche von dem Elemente α des inducirenden Stromes i auf das inducirte Element α' ausgeübt wird,

$$e = iv \cdot \frac{\alpha\alpha'}{rr}\left(3\cos\theta\cos\theta' - 2\cos\varepsilon\right)\cos\varphi\,,$$

oder es ist das Verhältniss

$$\frac{e}{iv} = \frac{\alpha\alpha'}{rr}\left(3\cos\theta\cos\theta' - 2\cos\varepsilon\right)\cos\varphi\,,$$

dessen Werth hiernach in einer *reinen Zahl* ausgedrückt erhalten wird, da die Verhältnisse zweier Linien $\frac{\alpha}{r}$ und $\frac{\alpha'}{r}$ sowohl wie die Cosinus der Winkel reine Zahlen sind.

Nennt man nun diejenigen Verhältnisse des Stromträgers und Leiters zu einander, unter welchen diese Zahl $= 1$ ist, die *Normalverhältnisse*, so ergiebt sich, dass unter diesen Normalverhältnissen das Verhältniss der elektromotorischen Kraft zur Stromintensität, $\frac{e}{i}$, der Geschwindigkeit v, mit welcher der Stromträger bewegt wird, gleich ist, oder dass

$$\frac{e}{i} = v\,.$$

Im Allgemeinen ersieht man hieraus, dass der Quotient irgend einer elektromotorischen Kraft dividirt durch irgend eine Stromintensität irgend einer Geschwindigkeit gleich ist, was durch den Satz ausgedrückt wird: *eine elektromotorische Kraft verhält sich zu einer Stromintensität wie eine Weglänge zu einer Zeit.*

Derselbe Satz ergiebt sich auch unmittelbar aus den Begriffen, welche in der Lehre vom Galvanismus mit *elektromotorischen Kräften* e und *Stromintensitäten* i verbunden werden.

Digitized by Google

Bezeichnet nämlich ε die Menge positiver oder negativer Elektricität in der Längeneinheit des Stromleiters nach elektrostatischem Maasse (in Theilen derjenigen Menge, welche auf eine gleiche Menge in der Einheit der Entfernung eine Kraft ausübt, die der ponderabelen Masseneinheit in der Zeiteinheit die Einheit der Geschwindigkeit ertheilen würde), und u die Geschwindigkeit, mit welcher die Elektricität im Leiter sich bewegt; so ist i proportional mit εu und wird daraus durch Multiplication mit dem Faktor $\frac{1}{c}\sqrt{8}$ erhalten, worin c eine aus dem Grundgesetz der elektrischen Wirkung bekannte *constante Geschwindigkeit* bezeichnet, die im 5. Bande der Abhandlungen der math.-phys. Classe der K. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. S. 264 $= 439450 . 10^6 \frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$ gefunden worden ist. (Vgl. Seite 112.)

Bezeichnet ferner f den Unterschied der Kraft, welche auf die im inducirten Leiter enthaltene positive Elektricität nach der Richtung des Leiters wirkt, von der Kraft, welche auf die darin enthaltene negative Elektricität wirkt, ausgedrückt in Theilen derjenigen Kraft, welche der ponderabelen Masseneinheit in der Zeiteinheit die Einheit der Geschwindigkeit ertheilen würde; so ist die auf den inducirten Leiter wirkende elektromotorische Kraft e proportional mit f und wird daraus durch Multiplication mit dem Factor $\frac{c}{\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{8}}$ erhalten.

Es sind diese Bedeutungen von i und e dieselben, wonach ein Strom von der Intensität $= 1$, wenn er um die Flächeneinheit herum geht, gleiche Wirkungen mit der Einheit des magnetischen Moments ausübt; und wonach ferner die Einheit der magnetischen Kraft auf einen geschlossenen Leiter, während derselbe so gedreht wird, dass die Projection der von ihm umschlossenen Fläche auf die gegen die Richtung der magnetischen Kraft senkrechte Ebene gleichförmig in der Zeiteinheit um die Flächeneinheit wächst, die Einheit der elektromotorischen Kraft ausübt. Diese Bedeutungen von i und e sind ihrer Beziehung zum Magnetismus wegen allen *absoluten Messungen* zu Grunde zu legen.

Nach diesen auch den absoluten Widerstandsmessungen zu Grunde zu legenden Bedeutungen von e und i ergiebt sich das Verhältniss

Digitized by Google

$$\frac{e}{i} = \frac{\frac{fc}{\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{8}}}{\frac{\varepsilon u}{c}\sqrt{8}} = \frac{cc}{8u} \cdot \frac{f}{\varepsilon\varepsilon}$$

Bezeichnet man die elektrostatische Kraft, welche die in einem Stücke x des Leiters enthaltene Menge positiver oder negativer Elektricität, $= \varepsilon x$, auf eine gleiche Menge in der Entfernung x ausübt, mit f'; so ist bekanntlich

$$f' = \frac{\varepsilon x \cdot \varepsilon x}{xx} = \varepsilon\varepsilon,$$

folglich

$$\frac{e}{i} = \frac{cc}{8u} \cdot \frac{f}{f'}.$$

Nun wird aber das Verhältniss zweier Kräfte $\frac{f}{f'}$ sowohl wie das Verhältniss zweier Geschwindigkeiten $\frac{c}{u}$ durch reine Zahlen ausgedrückt, woraus sich also ergiebt, dass

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{c}{u} \cdot \frac{f}{f'} = n$$

ein reiner Zahlenfaktor ist, und hieraus folgt, dass $\frac{e}{i}$ eine Geschwindigkeit ist, und zwar eine n Mal grössere, als die Geschwindigkeit c.

2.

Darstellung einer dem Widerstande eines Leiters gleichen Geschwindigkeit.

Nach dem Ohm'schen Gesetze der galvanischen Kette ist die Stromintensität i der auf die Kette wirkenden elektromotorischen Kraft e direct proportional, und dem Widerstande der Kette w umgekehrt proportional, und es kann, wenn das Widerstandsmaass danach gewählt wird,

$$i = \frac{e}{w}$$

gesetzt werden, woraus folgt, dass der Quotient

$$\frac{e}{i} = w$$

für jede gegebene Kette einen *constanten* Werth hat, den man ihren *Widerstand nach dem absoluten Maasse* nennt.

Digitized by Google

Dieser *Widerstand* also, weil er der Quotient aus einer elektromotorischen Kraft dividirt durch eine Stromintensität ist, muss nach dem vorhergehenden Artikel einer gewissen *Geschwindigkeit* gleich sein, und es ist von Interesse, diese Geschwindigkeit nicht blos ihrer Grösse nach zu bestimmen, sondern auch wirklich so darzustellen, wie sie dem Verhältniss $\frac{e}{i}$ in allen physischen Beziehungen entspricht.

Man gebe dem Leitungsdrahte die Form eines Kreises, welcher der magnetischen Meridianebene parallel aufgestellt, und um seinen horizontalen Durchmesser gedreht werde, während eine kleine Boussole im Mittelpunkte des Kreises sich befindet. Diese Boussole wird dann nach bekannten Gesetzen vom magnetischen Meridiane abgelenkt, desto mehr, je schneller der Kreis gedreht wird; denn die bei dieser Drehung vom verticalen Theile des Erdmagnetismus im Kreise inducirten Ströme wirken auf die Boussole und üben eine gegen die Meridianebene senkrechte Directionskraft auf sie aus, deren *Mittelwerth für die Dauer einer halben Umdrehung* proportional mit der Drehungsgeschwindigkeit wächst. — Während der Dauer einer halben Umdrehung ist diese Directionskraft freilich veränderlich, woraus folgt, dass die Nadel nicht in Ruhe beharren kann, sondern innerhalb gewisser Grenzen schwanken muss; je kleiner aber bei beschleunigter Drehung die Dauer einer halben Umdrehung gegen die der Nadel vermöge der erdmagnetischen Directionskraft zukommende Schwingungsdauer wird, desto mehr nähern sich jene Grenzen einander, und obige Nadelschwankung lässt sich dadurch so verkleinern, dass sie ganz unwahrnehmbar wird und die Nadel ganz ruhig erscheint. — Diejenige *Geschwindigkeit* nun, mit welcher die Leitertheilchen in einem dem Kreishalbmesser gleichen Abstande von der Drehungsaxe durch die Drehung bewegt werden müssen, damit jener *Mittelwerth* $\pi\pi$ Mal grösser sei, als die vom verticalen Theile des Erdmagnetismus auf die Boussole unmittelbar ausgeübte verticale Directionskraft, ist *die dem Widerstande des Leitungsdrahtes gleiche Geschwindigkeit.*

Jener *Mittelwerth* und diese von der Erde auf die Boussole unmittelbar ausgeübte verticale Directionskraft verhalten sich aber wie die Tangenten der von ihnen hervorgebrachten Ablenkungen v und I, wo v die während der Drehung beobachtete horizontale Ablenkung der Boussole und I die erdmagnetische Inclination bezeichnet. Beobachtet man also, dass bei n Um-

Digitized by Google

drehungen in der Zeiteinheit, $\frac{\text{tang}\, v}{\text{tang}\, l} = \pi\pi$, so ist der Widerstand des kreisförmigen Leiters

$$w = 2n\pi r,$$

wenn r den Halbmesser des kreisförmigen Leiters bezeichnet.

Diese so dargestellte dem Widerstande gleiche Geschwindigkeit steht nun wirklich auch in gleichen physischen Beziehungen wie das Verhältniss der elektromotorischen Kraft zur Stromintensität oder der Widerstand des Leiters; denn es lässt sich nachweisen, dass jene Geschwindigkeit, ebenso wie dieser Widerstand ganz unabhängig ist sowohl von der Stärke und der Richtung der erdmagnetischen Kraft, welche auf den Leiter inducirend wirkt, als auch von der Stärke der Boussole, auf welche der Erdmagnetismus und die im Leiter inducirten Ströme wirken.

Zum Beweis dieser Beziehung der eben beschriebenen Geschwindigkeit zum Widerstand mögen folgende Erläuterungen dienen.

Ist φ der Winkel, welchen die Kreisebene mit der Meridianebene bildet, $\frac{d\varphi}{dt}$ die Drehungsgeschwindigkeit und r der Halbmesser des Kreises, so erhält man die vom verticalen Theile des Erdmagnetismus T' auf den Kreis ausgeübte elektromotorische Kraft, nach der Artikel 1 angegebenen Bedeutung,

$$e = \pi rr . T' . \cos\varphi \frac{d\varphi}{dt}.$$

Ist nun ferner die Drehungsgeschwindigkeit $\frac{d\varphi}{dt} = \varrho$ constant, also $e = \pi rr T' \varrho \cos\varphi$, mit $\cos\varphi$ proportional, so ist, nach dem Ohm'schen Gesetze, auch die Intensität des im Leiter inducirten Stromes i mit $\cos\varphi$ proportional, und kann

$$i = i_0 \cos\varphi$$

gesetzt werden, wo i_0 einen constanten Werth hat.

Nach elektromagnetischen Gesetzen übt nun dieser inducirte Strom auf die Nadel m im Mittelpunkte des kreisförmigen Leiters ein Drehungsmoment aus, welches, wenn die Kreisebene vertical, oder $\varphi = 0$, und ebenso die Ablenkung der Nadel vom magnetischen Meridiane $v = 0$ wäre, aus der Theorie der Tangentenboussole bekannt und durch den Quotienten des Products der Länge des Leiters $2\pi r$ in die Stromintensität i und in den Nadelmagnetismus m, dividirt durch das Quadrat des Kreishalbmessers rr, dargestellt würde, also $= \frac{2\pi im}{r}$; sind aber φ und v von Null verschieden, so muss dieser Quotient,

Digitized by Google

wie leicht gezeigt werden kann, noch mit $\cos\varphi\cos v$ multiplicirt werden, wonach also das vom inducirten Strome i auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment

$$= \frac{2\pi im}{r}\cdot\cos\varphi\cos v = \frac{2\pi m}{r}i_0\cos v\cdot\cos\varphi^2$$

erhalten wird.

Der *Mittelwerth* dieses Drehungsmoments für die Dauer einer halben Umdrehung $= \frac{\pi}{\varrho}$ ergiebt sich hieraus

$$\frac{2\pi m}{r}i_0\cos v\cdot\frac{\varrho}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{\varrho}}\cos\varphi^2 dt = \frac{2\pi m}{r}i_0\cos v\cdot\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos\varphi^2 d\varphi = \frac{\pi m}{r}i_0\cos v.$$

Nun ist ferner das von der Erde auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment, wenn T den horizontalen Theil des Erdmagnetismus bezeichnet,

$$= Tm\sin v,$$

was also, wenn v keine wahrnehmbare Aenderung erleidet, als constant genommen werden kann. Es muss alsdann dieses von der Erde auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment jenem *Mittelwerthe* des vom inducirten Strome ausgeübten gleich sein, das heisst,

$$Tm\sin v = \frac{\pi m}{r}i_0\cos v,$$

folglich

$$i_0 = \frac{rT}{\pi}\operatorname{tang} v$$

$$i = \frac{rT}{\pi}\operatorname{tang} v\,.\cos\varphi.$$

Nun war aber

$$e = \pi r r T'\varrho\,.\cos\varphi,$$

folglich ist

$$\frac{e}{i} = \frac{\pi\pi}{\operatorname{tang} v}\cdot\frac{T'}{T}\cdot r\varrho,$$

oder es ist, weil $\frac{T'}{T} = \operatorname{tang} I$, wenn I die erdmagnetische Inclination bezeichnet,

$$\frac{e}{i} = \frac{\operatorname{tang} I}{\operatorname{tang} v}\cdot\pi\pi r\varrho.$$

Bezeichnet endlich $2n\pi$ denjenigen Werth von ϱ, für welchen

$$\frac{\operatorname{tang} v}{\operatorname{tang} I} = \pi\pi$$

beobachtet wird, so ist

$$\frac{e}{i} = 2n\pi r$$

das heisst, die *Geschwindigkeit*, mit welcher sich alsdann das im Abstande r von der Drehungsaxe befindliche Leitertheilchen in seiner Kreisbahn bewegt, stellt den *Widerstand des Leiters* $w = \frac{e}{i}$ dar.

Bezeichnet man den Widerstand der *Längeneinheit* des Leiters mit dem Namen seines *specifischen Widerstandes*, so ist der specifische Widerstand eines kreisförmigen Leiters einer bestimmten *Drehungsgeschwindigkeit* dieses Leiters gleich, nämlich, da $2\pi r$ die Länge des Leiters ist, der Drehungsgeschwindigkeit n, für welche

$$\frac{\text{tang } r}{\text{tang } I} = \frac{\pi}{2}$$

beobachtet wird.

3.

Bestimmung des Widerstandes aus dem Verhältnisse $\frac{\int e\,dt}{\int i\,dt}$ bei einem Inductionsstosse.

Aus der Möglichkeit einer wirklichen Darstellung derjenigen Geschwindigkeiten, welche den Widerständen von Leitungsdrähten gleich sind, wird zugleich die Möglichkeit erkannt, diese Geschwindigkeiten, und damit auch die ihnen gleichen Widerstände, zu *messen*. Diese Messungen heissen *die absoluten Widerstandsmessungen*.

Wenn aber auch die Möglichkeit der absoluten Widerstandsmessungen hieraus einleuchtet, so ist doch damit noch keineswegs die genaueste und feinste Methode für die wirkliche Ausführung gegeben, von der die praktische Bedeutung dieser Messungen abhängt; vielmehr bedarf es zu deren Ermittelung weiterer Erörterungen, die der Ausführung vorausgeschickt werden müssen.

Der im vorigen Artikel erwähnte, in die Form eines Kreises gebrachte und um dessen horizontalen Durchmesser drehbare Leitungsdraht, nebst der im Mittelpunkte des Kreises befindlichen Boussole, bildet im Wesentlichen dasselbe Instrument, von welchem unter dem Namen des *Inductions-Inclinatoriums* schon in den »Resultaten aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1837« S. 81—96 gehandelt worden ist. Durch dieses *Inductions-Inclinatorium* können also die Widerstandsmessungen auf Geschwindig-

Digitized by Google

keitsmessungen reducirt werden. Eine genaue Ausführung dieser Geschwindigkeitsmessungen setzt aber, wie von selbst einleuchtet, eine vollkommen gleichförmige Drehungsgeschwindigkeit voraus, deren Darstellung, wenn auch nicht unmöglich, doch mit grossen praktischen Schwierigkeiten verknüpft ist. Es ist daher für die Ausführung einer genauen absoluten Widerstandsmessung von grösster Wichtigkeit, dass sie von der Darstellung und Messung einer so vollkommen gleichförmigen Drehungsgeschwindigkeit unabhängig gemacht werde.

Die Methode, diesen Zweck zu erreichen, beruht nun im Allgemeinen darauf, dass man, statt einen bestimmten Mittelwerth der elektromotorischen Kraft e und der Stromintensität i durch fortgesetzte gleichförmige Drehung lange Zeit constant zu erhalten, und dieselben während dieser Zeit zu messen, genau bestimmte und messbare, aber auf ganz kurze Zeit beschränkte Integralwerthe $\int e dt$ und $\int i dt$ darzustellen sucht, unter Umständen, unter welchen der Quotient $\frac{e}{i}$ für alle Zeitelemente dt constant bleibt, wenn auch e und i variiren. Aus genauer Messung der Integralwerthe $\int e dt$ und $\int i dt$ ergiebt sich dann der Quotient $\frac{\int e dt}{\int i dt} = \frac{e}{i}$, gleich dem gesuchten Widerstande des Leitungsdrahtes w, wobei es gleichgültig ist, ob der kurze Zeitraum, über welchen sich jene Integrale erstrecken, welcher gar nicht gemessen zu werden braucht, etwas grösser oder kleiner ist, da das Resultat davon ganz unabhängig ist.

4.

Ausführung mit dem Inductions-Inclinatorium.

Die im vorigen Artikel angegebene Methode würde nun mit dem *Inductions-Inclinatorium* leicht auf folgende Weise zur Ausführung gebracht werden können. Den aus dem Leitungsdrahte gebildeten Kreis, statt ihn in eine fortgesetzte gleichförmige Drehung zu versetzen, dreht man blos ein Stück, zum Beispiel halb herum, am zweckmässigsten von der horizontalen Lage des Kreises anfangend bis wieder zur horizontalen Lage, und zwar in recht kurzer Zeit, was mit dem Namen eines *Inductionsstosses* bezeichnet wird. Der Integralwerth $\int e dt$ für einen solchen Inductionsstoss ist nämlich leicht zu bestimmen; denn es ist (nach Art. 2): $e = \pi r r\, T' \cos\varphi \frac{d\varphi}{dt}$, folglich ist der Integralwerth von $e dt$, von $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ bis $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ genommen,

$$\int e dt = 2\pi r r\, T',$$

Digitized by Google

wenn r den Halbmesser des Kreises und T' den verticalen Theil des Erdmagnetismus bezeichnet.

Der Integralwerth $\int i dt$ kann ebenfalls sehr einfach bestimmt werden, durch Vermittelung der Drehungsgeschwindigkeit, in welche die Boussole durch einen solchen Inductionsstoss versetzt wird; denn wird diese Drehungsgeschwindigkeit mit γ, der Magnetismus und das Trägheitsmoment der Boussole mit m und k bezeichnet, so ist

$$\int i dt = \frac{2rk}{\pi\pi m} \cdot \gamma^*).$$

Nun verhält sich aber bei einer in Schwingung gesetzten Nadel die grösste Drehungsgeschwindigkeit γ (im Augenblicke wo sie durch die Gleichgewichtslage geht) zur grössten Ablenkung von der Gleichgewichtslage, d. i. zur Elongationsweite α, wie π zur Schwingungsdauer t der Nadel, oder es ist $\gamma = \frac{\pi}{t}\alpha$, also

$$\int i dt = \frac{2rk}{\pi m t} \cdot \alpha.$$

Hieraus ergiebt sich, da $\int e dt = 2\pi r r T'$ war, der gesuchte Widerstand des Leitungsdrahtes

$$w = \frac{\int e dt}{\int i dt} = \frac{\pi\pi m r t T'}{k\alpha}.$$

Bezeichnet T den horizontalen Theil des Erdmagnetismus und I die Inclination, so ist bekanntlich $\frac{T'}{T} = \text{tang}\, I$ und $\frac{mT}{k} = \frac{\pi\pi}{tt}$; folglich

*) Nach Artikel 2 war das von dem inducirten Strome $i = i_0 \cos\varphi$ auf die Nadel ausgeübte horizontale Drehungsmoment $= \frac{2\pi m}{r} i_0 \cos v \cos\varphi^2$, folglich, wenn im Augenblicke des Inductionsstosses die Nadel in Ruhe und $v = 0$ ist, $= \frac{2\pi m}{r} i_0 \cos\varphi^2$. Dieses Drehungsmoment mit dem Trägheitsmoment k dividirt giebt die Drehungsbeschleunigung der Nadel $\frac{d\gamma}{dt} = \frac{2\pi m}{rk} i_0 \cos\varphi^2$. Hieraus erhält man, wenn die Drehungsgeschwindigkeit des Kreises $\frac{d\varphi}{dt}$ mit ϱ bezeichnet wird, $d\gamma = \frac{2\pi m}{rk} \cdot \frac{i_0}{\varrho} \cdot \cos\varphi\, d\varphi$, und den Integralwerth hiervon, zwischen $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ und $\varphi = +\frac{\pi}{2}$, $\gamma = \frac{\pi\pi m}{rk} \cdot \frac{i_0}{\varrho}$, also $i = i_0 \cos\varphi = \frac{rk}{\pi\pi m} \cdot \varrho\gamma \cos\varphi$, woraus $i dt = \frac{rk}{\pi\pi m} \gamma \cos\varphi\, d\varphi$, und der Integralwerth hiervon $\left(\text{zwischen den Grenzen } \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ und } \varphi = +\frac{\pi}{2}\right)$ $\int i dt = \frac{2rk}{\pi\pi m} \cdot \gamma$ erhalten wird. Es ist hierbei die Drehungsgeschwindigkeit des Kreises ϱ als constant angenommen worden; man sieht aber leicht ein, dass das Resultat unverändert bleiben würde, auch wenn ϱ veränderlich wäre; denn es würde dann auch i_0 veränderlich sein, das Verhältniss $\frac{i_0}{\varrho}$ aber constant bleiben.

Digitized by Google

$$w = \frac{\pi^4 r}{a \cdot t} \operatorname{tang} I.$$

Bildete der Leitungsdraht, statt eines einfachen Kreises, einen aus n gleich grossen, von einander isolirten Windungen zusammengesetzten Ring, so würde man finden:

$$w = \frac{n n \pi^4 r}{a \cdot t} \cdot \operatorname{tang} I.$$

5.

Trennung des Inductors vom Galvanometer.

So einfach auch die im vorigen Artikel beschriebene Methode der absoluten Widerstandsmessung mit dem *Inductions-Inclinatorium* erscheint, so bewährt sie sich doch nicht in der praktischen Ausführung. Denn *erstens* ist die durch eine einzige halbe Umdrehung des Kreises (Inductionsstoss) der Nadel ertheilte Drehungsgeschwindigkeit und die dadurch hervorgebrachte Elongationsweite viel zu klein, um mit einer gewöhnlichen Boussole beobachtet und gemessen zu werden; es würden zu diesem Zwecke sogar die feinsten magnetometrischen Beobachtungen nicht genügen, wenn die Boussole durch ein mit Spiegel und Skale versehenes Magnetometer ersetzt werden könnte, dessen Aufstellung übrigens in der Mitte des drehbaren Kreises mit grossen praktischen Schwierigkeiten verbunden sein würde. *Zweitens* aber kommt noch hinzu, dass bei dieser Methode die Horizontalität der Nadelaxe vollkommen verbürgt werden müsste; denn sonst würde, wie man leicht einsieht, bei der Drehung des Kreises um seinen horizontalen Durchmesser die Induction des verticalen Theils des Erdmagnetismus mit der Induction des verticalen Theils des Nadelmagnetismus vermischt werden.

Diese Gründe lassen es daher als weit zweckmässiger erscheinen, statt eines Kreises *zwei Kreise* aus dem Leitungsdrahte zu bilden, von denen der eine zum *Inductor* gebraucht und gedreht wird, der andere zum *Multiplicator* dient und feststeht. Man gewinnt durch diese Trennung freie Hand für die zweckmässigste Einrichtung des Inductors sowohl wie des zum Galvanometer erforderlichen Multiplicators, wo dann jeder für sich, ohne auf den andern Rücksicht nehmen zu müssen, viel vollkommner construirt werden kann. Auf dieser Trennung des Inductors vom Multiplicator beruht die im ersten Bande

Digitized by Google

der Abhandlungen der K. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften entwickelte Methode, worüber hier folgende Bemerkung genügen wird.

Die Berechnung des Widerstandes des Leitungsdrahtes aus den Beobachtungen wird durch die Trennung des Inductors vom Multiplicator nur wenig verändert, nämlich blos infolge der festen Stellung, in welcher der getrennte Multiplicator, der an der Drehung des Inductors nicht mehr Theil nimmt, verharrt, wonach *erstens* das von dem inducirten Strome $i = i_0 \cos\varphi$ auf die Nadel ausgeübte horizontale Drehungsmoment $= \frac{2\pi m}{r} i_0 \cos\varphi$ gefunden wird (statt des in der Note zu Artikel 4 angeführten Werthes $= \frac{2\pi m}{r} i_0 \cos\varphi^2$), woraus dann $\int i dt = \frac{rk}{2\pi m} \cdot \gamma$ folgt; und wonach *zweitens* die Elongationsweite α aus der Drehungsgeschwindigkeit γ nicht mehr nach dem Artikel 4 angeführten Gesetze $\gamma = \frac{\pi}{t} \alpha$ bestimmt werden kann, weil dieses Gesetz nur für eine frei schwingende Nadel gilt, die keine Dämpfung erleidet (was Artikel 4 der Fall war), weil der mit dem Inductor verbundene Multiplicator vor und nach dem Inductionsstoss sich stets in horizontaler Lage befand. Beharrt dagegen der vom Inductor getrennte Multiplicator während der ganzen Nadelschwingung in seiner der Meridianebene parallelen verticalen Stellung, so erleidet die schwingende Nadel eine Dämpfung und die Elongationsweite α ist dann aus der Drehungsgeschwindigkeit γ nach den von Gauss in den »Resultaten aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1837« entwickelten Gesetzen zu bestimmen. Wird γ nach diesen Gesetzen aus der beobachteten Elongationsweite und aus der zugleich beobachteten Abnahme der Schwingungsbögen der Nadel bestimmt, so ergiebt sich zur Berechnung von w folgende Gleichung, nämlich entweder für einfache Kreise von gleichem Halbmesser r, sowohl als Inductor wie auch als Multiplicator:

$$w = \frac{4\pi^4 r}{\gamma \cdot tt} \cdot \operatorname{tang} I$$

oder für einen aus n Windungen vom Halbmesser r zusammengesetzten Ring als Inductor und für einen aus n' Windungen vom Halbmesser r' zusammengesetzten Ring als Multiplicator:

$$w = \frac{4nn'\pi^4}{\gamma \cdot tt} \cdot \frac{rr}{r'} \cdot \operatorname{tang} I.$$

Digitized by Google

6.

Dämpfung als Maass der Empfindlichkeit des Galvanometers.

Die Freiheit, den Halbmesser der Multiplicatorwindungen r' kleiner zu machen als den der Inductorwindungen r, und dafür die Zahl der Multiplicatorwindungen n' zu vergrössern, welche durch die im vorigen Artikel erörterte Trennung des Multiplicators vom Inductor erlangt wird, gewinnt sodann eine höhere Bedeutung dadurch, dass *erstens* bei der festen Stellung des Multiplicators die Vertauschung der Boussole mit einem Magnetometer kein Hinderniss mehr findet, *zweitens*, dass ausserdem der der Nadel durch einen Inductionsstoss ertheilten Drehungsgeschwindigkeit γ eine für die feinere Beobachtung angemessene Grösse gegeben werden kann. Denn aus der Gleichung am Schlusse des vorigen Artikels ersieht man, dass wenn r' den halben Werth und n' den doppelten erhält, unter sonst ganz gleichen Umständen, bei unverändertem Leitungsdrahte, die von einem Inductionsstosse hervorgebrachte Drehungsgeschwindigkeit γ einen 4 Mal grösseren Werth annimmt. Nur auf diese Weise ist es möglich, bei einer so schwachen Induction wie der Erdmagnetismus bietet, der von γ abhängigen Elongationsweite der Nadel α die zu genauer Messung nöthige Grösse zu geben.

Es leuchtet aber ein, dass wenn der Multiplicator die Nadel eng umschliesst, statt nach Maassgabe einer Tangentenboussole einen weiten Kreis um dieselbe zu bilden, das für Tangentenboussolen gültige Gesetz, wonach die von einem Inductionsstosse der Nadel ertheilte Drehungsgeschwindigkeit γ bestimmt wurde, nämlich die Artikel 5 angeführte Gleichung $\int i dt = \frac{rk}{2\pi m} \cdot \gamma$, wonach also $\gamma = \frac{2\pi m}{rk} \cdot \int i dt$ war (oder, für eine Mehrzahl von Umwindungen n' vom Halbmesser r', $\gamma = \frac{2n'\pi m}{r'k} \cdot \int i dt$) keine Anwendung mehr findet, weil alsdann die Verschiedenheit der Lage der verschiedenen Umwindungen, aus denen der Multiplicator zusammengesetzt wird, und die Vertheilungsweise des Magnetismus in der Nadel Einfluss gewinnen und genauer in Rechnung zu bringen sind; doch bleibt auch dann γ mit $\int i dt$ proportional und das constante Verhältniss $\frac{\gamma}{\int i dt}$, welches der *Empfindlichkeitscoefficient* des Galvanometers genannt werden kann, und mit f bezeichnet werden möge, lässt sich leicht für

Digitized by Google

jedes gegebene Galvanometer auf dem Wege der Beobachtung, durch gleichzeitige Messung von γ und $\int i dt$ bestimmen. Doch ist dabei zu beachten, dass die Constanz des Coefficienten $\frac{\gamma}{\int i dt} = f$ nothwendig an die Unveränderlichkeit des Instruments geknüpft ist, eine Unveränderlichkeit, die so empfindlichen Galvanoskopen mit eng umschliessenden Multiplicatoren keineswegs *auf die Dauer* zugeschrieben werden darf, weshalb die Empfindlichkeit solcher Instrumente, wie schon in der Einleitung bemerkt worden, gar nicht *voraus* bestimmt werden kann. Es muss also der Coefficient f, oder die Empfindlichkeit des Instruments, für den Augenblick der Beobachtung selbst bestimmt werden.

Eine solche Bestimmung wird durch die nach der Methode der *Zurückwerfung* (welche im ersten Bande der Abhandl. der K. Sächs. Ges. d. Wiss. S. 349 näher erörtert worden ist) combinirten Beobachtungen, welche die durch einen Inductionsstoss der Nadel ertheilte *Drehungsgeschwindigkeit* und zugleich deren *Dämpfung* betreffen, gewonnen; denn diese Dämpfung ist dem Quadrate des Coefficienten f proportional. Wird nämlich aus solchen Beobachtungen die von der Schliessung der Kette herrührende Dämpfung durch den Werth des logarithmischen Decrements λ (nach dem natürlichen Systeme) bestimmt, so ist, wenn w den Widerstand der Kette, k das Trägheitsmoment der Nadel und τ deren Schwingungsdauer unter dem Einflusse der Dämpfung bezeichnet,

$$ff = \frac{2w}{k\tau} \cdot \lambda^{*}).$$

*) Nach *elektromagnetischem* Gesetze war, wie oben angeführt worden, die von den durch einen Inductionsstoss inducirten Strömen der Nadel ertheilte Drehungsgeschwindigkeit

$$\gamma = f \cdot \int i dt,$$

also, während des Inductionsstosses, $d\gamma = f i dt$. Es ist also die vom Strome i im Multiplicator der Nadel ertheilte Drehungsbeschleunigung $\frac{d\gamma}{dt} = fi$, und folglich, wenn k das Trägheitsmoment der Nadel bezeichnet, das vom Strome i im Multiplicator auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment $= kfi$.

Der Ausdruck dieses Drehungsmoments giebt aber, wenn darin $i = 1$ gesetzt wird, nach *magnetelektrischem* Gesetze den Faktor, welcher, mit der Drehungsgeschwindigkeit der Nadel γ multiplicirt, der von der bewegten Nadel auf den Multiplicator ausgeübten *elektromotorischen Kraft* gleich ist, $= kf\gamma$, woraus, nach dem Ohm'schen Gesetze, der von der bewegten Nadel im Multiplicator inducirte Strom $i = \frac{kf\gamma}{w}$ folgt. Setzt man nun diesen Werth von i in die Gleichung $d\gamma = fi dt$, so findet man, dass die durch Schliessung der Kette hervorgebrachte Dämpfung die Drehungsgeschwindigkeit der Nadel retardirt und dass diese Retardation $\frac{d\gamma}{dt} = \frac{kff}{w} \cdot \gamma$ ist. Nun ist aber die Differentialgleichung der schwingenden Nadel (siehe Resultate aus den Beobacht. des magnet. Vereins 1837, S. 74) $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{dx}{dt} + nnx = 0$, worin

Digitized by Google

Nun war aber $f = \frac{\gamma}{fidt}$, und (nach Artikel 3 und 4)

$$w = \frac{fedt}{fidt} \text{ und } fedt = 2n\pi rrT';$$

folglich ergiebt sich, wenn aus diesen vier Gleichungen f, $fedt$ und $fidt$ eliminirt werden,

$$w = \frac{8(n\pi rrT')^2}{k\gamma\gamma\tau} \cdot \lambda.$$

Hierbei ist in Beziehung auf die Ausführung der Beobachtungen noch zu bemerken, dass *erstens* bei starker Dämpfung der Fall vorkommen kann, dass die Schwingungsdauer τ bei geschlossener Kette sich unmittelbar nicht genau bestimmen lässt, und dass es daher nothwendig wird, die Schwingungsdauer t bei geöffneter Kette dafür zu beobachten; dass *zweitens* auch bei geöffneter Kette sehr häufig eine noch wahrnehmbare Dämpfung statt findet, welche durch Beobachtung des logarithmischen Decrements λ_0 bestimmt wird. Bei geschlossener Kette kommt dann zu λ_0 noch λ hinzu und das alsdann beobachtete logarithmische Decrement ist also $\lambda_0 + \lambda = \lambda_1$. Unter solchen Verhältnissen muss (wie sich aus vorhergehender Note leicht ergiebt) in obige Gleichung $\lambda = \lambda_1 - \lambda_0$ und $\tau = t_0\sqrt{\frac{\pi\pi + \lambda_1\lambda_1}{\pi\pi + \lambda_0\lambda_0}}$ substituirt werden, um den Widerstand w in seiner Abhängigkeit von den beobachteten Werthen t_0, λ_0 und λ_1 darzustellen, nämlich:

$$w = \frac{8(n\pi rrT')^2}{k\gamma\gamma t_0} \cdot (\lambda_1 - \lambda_0)\sqrt{\frac{\pi\pi + \lambda_0\lambda_0}{\pi\pi + \lambda_1\lambda_1}}.$$

7.

Induction durch den horizontalen Theil des Erdmagnetismus.

Auf ähnliche Weise wie die Artikel 5 angegebene Sonderung des Multiplicators vom Inductor benutzt werden kann, um ein Galvanometer mit eng umschliessendem *Multiplicator* von höchster Empfindlichkeit für die Messung

---

die Drehungsgeschwindigkeit $\gamma = \frac{dx}{dt}$ und die von der Dämpfung herrührende Drehungsretardation $\frac{kff}{w} \cdot \gamma = 2\varepsilon \frac{dx}{dt}$ gesetzt ist, folglich $\frac{kff}{w} = 2\varepsilon$. — Aus dieser Differentialgleichung folgt aber $x = p + Ae^{-\varepsilon t} \sin [t\sqrt{(nn - \varepsilon\varepsilon)} - B]$, wonach die Schwingungsdauer $\tau = \frac{\pi}{\sqrt{(nn - \varepsilon\varepsilon)}}$ und das Decrementum logarithmicum naturale $\lambda = \varepsilon\tau$ ist. Hiernach ist also $\frac{kff}{w} = 2\varepsilon = \frac{2\lambda}{\tau}$, oder $ff = \frac{2w}{k\tau} \cdot \lambda$, was zu beweisen war.

Digitized by Google

zu gewinnen, ebenso kann diese Sonderung auch dazu dienen, um dem *Inductor* eine angemessenere und vortheilhaftere Einrichtung zu geben.

Der Halbmesser der Inductorwindungen braucht nicht mehr des Galvanometers wegen beschränkt, sondern kann so weit vergrössert werden, als es mit einer raschen und leichten Drehung des Inductors verträglich ist, wodurch die Inductionsstösse bedeutend verstärkt werden. Denn die Stärke des Inductionsstosses ist $\int e dt = 2n\pi r r T'$ gefunden worden, und man sieht leicht, dass dieser Werth m Mal vergrössert wird, auch bei unveränderter Drahtlänge, wenn der Halbmesser r der Inductorwindungen m Mal grösser und folglich die Zahl n der Inductorwindungen m Mal kleiner genommen wird.

Ausserdem fällt aber auch infolge der Sonderung des Inductors vom Multiplicator der Grund weg, aus welchem bei vereinigtem Inductor und Multiplicator die Inductordrehung um den *horizontalen* Durchmesser des Inductors geschehen musste, nämlich der Grund, dass bei Drehung des Inductors blos eine Induction durch den Erdmagnetismus, und nicht zugleich auch durch den Nadelmagnetismus statt finde, weil die letztere schwer zu bestimmen oder zu eliminiren wäre. Infolge der Sonderung des Inductors vom Multiplicator kann also die Drehung auch um den *verticalen* Durchmesser des Inductors geschehen, wodurch die Induction von dem *horizontalen* Theil des Erdmagnetismus T, statt vom *verticalen* Theile T', abhängig gemacht wird. Durch diese Vertauschung von T mit T' verwandelt sich die Gleichung am Schlusse des vorigen Artikels in folgende:

$$w = \frac{8(n\pi r r T)^2}{k\gamma t_0} \cdot (\lambda_1 - \lambda_0) \cdot \sqrt{\frac{\pi\pi + \lambda_0\lambda_0}{\pi\pi + \lambda_1\lambda_1}}.$$

Diese Vertauschung gewährt den Vortheil, dass die Messung des *horizontalen* Theils des Erdmagnetismus T genügt, während im andern Falle ausserdem noch die Messung der *Inclination* I nöthig war, um den *verticalen* Theil $T' = T \operatorname{tang} I$ bestimmen zu können.

ÜBER DIE ALLGEMEINEN PRINCIPIEN DER WIDERSTANDSMESSUNG.

Die Principien der galvanischen Widerstandsmessung waren aus dem Wesen des galvanischen Widerstandes zu entnehmen, welcher eine *Eigenschaft ponderabeler Körper*, z. B. eines Kupferdrahts, ist, und mussten daher aus der

Digitized by Google

von dieser Eigenschaft gegebenen Definition abgeleitet werden. Eine solche Definition war nun zuerst auf Grund des Ohm'schen Gesetzes aufgestellt worden, welches die Abhängigkeit der *Stromintensität* in einem ponderabelen Körper von den auf die darin enthaltene Elektricität wirkenden *elektrischen Kräften* bestimmt. Den aus dieser Definition abgeleiteten Principien gemäss ist in den ersten Abschnitten dieser Abhandlung die Methode entwickelt worden, wie der Widerstand eines gegebenen Körpers (eines Kupferdrahts) sich am genauesten bestimmen lasse. Im letzten Abschnitte wurde endlich noch erörtert, auf welche Weise die Widerstände anderer Körper mit dem so erforschten Widerstande am genauesten verglichen werden könnten.

Alle diese Untersuchungen knüpften sich an die zuerst aufgestellte Definition vom Leitungswiderstande an, welche sich auf das bekannte, aus zusammengehörigen Messungen *elektromotorischer Kräfte* und *Stromintensitäten* abgeleitete, Ohm'sche Erfahrungsgesetz gründet, dass nämlich bei noch so verschiedenen elektromotorischen Kräften e und noch so verschiedenen Stromintensitäten i, so lange wie der ponderabele Körper derselbe bleibt, dem jene Kräfte und diese Ströme angehören, der Quotient $\frac{e}{i}$ immer gleichen Werth hat, während er bei verschiedenen Körpern verschiedene Werthe annimmt, wonach also der für jeden Körper *constante* Werth des Quotienten $\frac{e}{i}$ eine *Eigenschaft des Körpers* ist, welche zur Unterscheidung desselben von andern Körpern dienen kann und sein *Leitungswiderstand* genannt wird.

Die hiernach mit dem Namen Widerstand bezeichnete *Eigenschaft eines ponderabelen Körpers* muss nun zwar ihre *Ursachen* in der eigenthümlichen Beschaffenheit des ponderabelen Körpers selbst haben, an sich also unabhängig von den Kräften sowohl, die auf die in ihm enthaltenen elektrischen Fluida wirken, wie von den Bewegungen sein, in welche diese Fluida dadurch versetzt werden; diese in der Natur des ponderabelen Körpers selbst liegenden *Ursachen* sind aber bis jetzt noch nicht erforscht worden. Wir kennen daher blos die *Wirkung* seines Widerstandes *aus der Erfahrung*, und wissen daraus nur dass dieselbe, *bei gegebener elektromotorischen Kraft, in einer gewissen Stromintensität* besteht.

Ist nun aber der Widerstand an sich eine im Wesen des ponderabelen Körpers selbst begründete Eigenschaft, so können auch noch *andere Wirkungen* existiren, die sich erfahrungsmässig nachweisen lassen; z. B. könnte der Fall

Digitized by Google

stattfinden, dass eine solche erfahrungsmässig nachweisbare Wirkung vorhanden wäre bei jedem *gegebenen* Strome, der durch den Körper geht, gleichgültig woher er rühre oder durch welche Kräfte er hervorgebracht sei. Eine solche wirklich vorhandene Wirkung, die bei jedem *gegebenen* durch einen Körper gehenden Strom statt findet, bezeichnet man mit dem Namen *Stromarbeit*, und es fragt sich nur, wie diese Wirkung beobachtet und ihre Abhängigkeit vom Leitungswiderstande des Körpers nachgewiesen werden könne.

Ein Strom erzeugt nun, wie die Erfahrung lehrt, in dem Leitungsdrahte, durch den er geht, *Wärme*, und Wärme ist, nach der mechanischen Wärmetheorie, mit *Arbeit* äquivalente *lebendige Kraft*. Darf man hiernach die durch einen Strom erzeugte Wärme als *Stromarbeit* betrachten, so ist diese Stromarbeit messbar, ebenso wie der Strom, von dem sie hervorgebracht wird. Auf diese zusammengehörigen Messungen der *Intensität der Ströme* und der von ihnen erzeugten *Wärme* ist endlich von Joule und Lenz ein *Erfahrungsgesetz* auf gleiche Weise gegründet worden, wie das Ohm'sche Gesetz auf die zusammengehörigen Messungen von *elektromotorischen Kräften* und *Stromintensitäten*, nämlich das Gesetz, dass bei noch so verschiedenen Stromintensitäten i, und noch so verschiedenen Wärmeerzeugungen A, so lange der ponderabele Körper derselbe bleibt, dem jene Ströme und diese Wärmeerzeugungen angehören, der Quotient $\frac{A}{ii}$ immer gleichen Werth hat, der daher ebenfalls, als eine *Eigenschaft des ponderabelen Körpers*, zur Unterscheidung desselben von andern Körpern dienen kann, für welche dieser Quotient andere Werthe hat.

Dürfte nun diese *zweite* Eigenschaft mit jener *ersteren*, welche *Widerstand* genannt wurde, als identisch betrachtet werden (die Erfahrung lehrt wirklich die Proportionalität beider Quotienten), so erhielte man dadurch eine *zweite Definition des Widerstandes*, aus welcher sich ganz neue, von den bisher betrachteten ganz unabhängige Principien für die Widerstandsmessung ergeben würden. Die Entwickelung einer auf diesen neuen Principien beruhenden Methode der Widerstandsmessung würde sich zunächst mit Forschungen zu beschäftigen haben, welche *erstens* die Genauigkeit der dabei in Anwendung zu bringenden Wärmemessungsmethoden, *zweitens* die Aequivalenzbestimmung der Wärme mit Arbeit, und *drittens* die Prüfung der Voraussetzung, dass alle Stromarbeit in Wärme umgesetzt werde, beträfen. Ehe jedoch auf dieses neue

weite Forschungsgebiet eingegangen wird, bedarf es noch einer näheren Erörterung dessen, was unabhängig von der Betrachtung der Wärme, blos auf Grund der bekannten allgemeinen elektrischen Gesetze, geleistet werden kann.

I.

Stromarbeit nach elektrischen Gesetzen.

Von *Arbeit* ist nur die Rede, wenn Angriffspunkte von Kräften sich bewegen. Die Arbeit A eines solchen Punktes ist das Produkt der Componente der auf ihn wirkenden Kraft, nach der Richtung seiner Bewegung, in den von ihm zurückgelegten Weg. Jedoch kann Arbeit in doppeltem Sinne genommen werden, es bedeutet nämlich entweder das Arbeiten selbst oder das Gearbeitete. Nach der gegebenen Definition ist A die Arbeit im letzteren Sinne, während Arbeit im ersteren Sinne durch den Differentialquotienten von A in Beziehung auf die Zeit, d. i. durch $\frac{dA}{dt}$ ausgedrückt wird.

Bei einem galvanischen Strome i in einem Leiterelemente α sind nun aber alle Theilchen der in α enthaltenen elektrischen Fluida Angriffspunkte der elektromotorischen Kräfte, und diese Angriffspunkte bewegen sich in der Richtung des Elements α theils vorwärts theils rückwärts. Die Arbeit A oder $\frac{dA}{dt}$ aller dieser Angriffspunkte ist die Arbeit des galvanischen Stromes i im Leiterelemente α. Dass die bewegten Angriffspunkte der Kräfte in diesem Falle keine ponderabele Masse besitzen, ist für die Arbeit selbst, nach der gegebenen Definition, ohne alle Bedeutung.

Die im Elemente α enthaltene Menge *positiver* Elektricität werde mit $+\alpha\varepsilon$ bezeichnet, und die nach elektrischem Gesetze damit proportionale darauf wirkende, in der Richtung α vorwärts gerichtete, Kraft werde mit $+f$ bezeichnet, wo f der Zahlenwerth ist, welcher angiebt, wie oft darin diejenige Kraft, welche der ponderabelen Masseneinheit in der Zeiteinheit die Einheit der Geschwindigkeit ertheilt, enthalten ist. — Die im Elemente α enthaltene Menge *negativer* Elektricität werde mit $-\alpha\varepsilon$, und die darauf wirkende, in der Richtung α rückwärts gerichtete, Kraft mit $-f$ bezeichnet. — Die Geschwindigkeit, mit welcher sich diese elektrischen Massen in der Richtung α vorwärts und rückwärts bewegen, soll mit $\pm u$ bezeichnet werden. Nach der

Digitized by Google

gegebenen Definition ist dann die Arbeit der *positiven* Elektricität im Elemente α, während der Zeit t,

$$A' = (+f) \cdot (+ut) = +fut;$$

die Arbeit der *negativen* Elektricität im Elemente α während derselben Zeit,

$$A'' = (-f) \cdot (-ut) = +fut;$$

folglich die ganze Arbeit des galvanischen Stromes im Elemente α, während der Zeit t, $A = 2fut.$

Für Arbeit, im Sinne des Arbeitens genommen, erhält man aber

$$\frac{dA}{dt} = 2fu.$$

$2f$ nennt man die auf die Elektricität im Elemente α wirkende *absolute Scheidungskraft*, u die *absolute Stromgeschwindigkeit*, die aber beide unmittelbar weder beobachtet noch gemessen werden können.

Beobachtet und gemessen werden dagegen die auf α wirkende sogenannte *elektromotorische Kraft* e und die *Stromintensität* i, nach den früher festgesetzten absoluten Maassen.

Soll also die Stromarbeit in α bestimmt werden, so müssen die Beziehungen zwischen der Scheidungskraft $2f$ und der elektromotorischen Kraft e, ferner zwischen der Stromgeschwindigkeit u und der Stromintensität i gegeben sein, wovon schon Seite 134 gehandelt worden ist. Es ist nämlich, wie dort angeführt worden (wo nur f die hier mit $2f$ bezeichnete absolute Scheidungskraft bedeutete),

$$\frac{i}{u} = \frac{\iota}{c}\sqrt{8},$$

$$\frac{e}{2f} = \frac{e}{\iota}\sqrt{\frac{1}{8}},$$

worin c eine aus dem Grundgesetze der elektrischen Wirkung bekannte *constante Geschwindigkeit* ist, nämlich $c = 439450 \cdot 10^6 \frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$.

Hieraus ergiebt sich $2fu = ei$; folglich ist der *Widerstand nach der zweiten Definition*, nämlich der Quotient der Stromarbeit $\frac{dA}{dt}$ dividirt durch das Quadrat der Stromintensität,

$$\frac{1}{ii} \cdot \frac{dA}{dt} = \frac{2fu}{ii} = \frac{e}{i},$$

Digitized by Google

identisch mit dem *Widerstande nach der ersten Definition*, nämlich mit dem Quotienten der elektromotorischen Kraft e dividirt durch die Stromintensität i,

$$\frac{e}{i} = w.$$

Es ist also die *Stromarbeit* in einem Stromleiter $\frac{dA}{dt} = wii$, wo i die Stromintensität und w den Widerstand des Leiters nach den früher festgesetzten absoluten Maassen bezeichnen. Umgekehrt kann der *Widerstand eines Stromleiters* nach absolutem Maasse als die *Arbeit der Stromeinheit* im Leiter definirt werden. Können also auf irgend eine Weise Stromarbeit wii und Stromintensität i unabhängig von einander beobachtet und nach den festgesetzten absoluten Maassen gemessen werden, so findet man aus diesen beiden Messungen den *Widerstand* nach absolutem Maasse $w = \frac{wii}{ii}$, ohne dass es der Kenntniss der *elektromotorischen Kraft* e bedarf, durch welche der Strom hervorgebracht wurde. Es wird also durch diese Principien eine wesentlich neue Methode der absoluten Widerstandsmessung gewonnen.

Es ist schon bemerkt worden, wie die Beobachtung und Messung der von einem Strome in einem Leiter erzeugten Wärme benutzt werden kann, um die Stromarbeit unabhängig von der Stromintensität zu bestimmen; doch bietet sich noch ein anderer Weg dar, wo es nicht nöthig ist, die Voraussetzungen der mechanischen Wärmetheorie zu Hülfe zu nehmen, sondern wo das elektrische Grundgesetz genügt, wonach messbare *Arbeit ponderabeler Körper* in Stromarbeit umgesetzt werden kann, so dass Stromarbeit durch Messung der Arbeit bewegter ponderabeler Körper sich bestimmen lässt. Doch möge der näheren Erörterung dieser Methode, die Stromarbeit zu messen, eine kurze Betrachtung über das *Maximum der Stromarbeit* vorausgeschickt werden, die sich aus der nach elektrischen Gesetzen gegebenen Bestimmung der Stromarbeit unmittelbar ergiebt.

2.

Maximum der Stromarbeit.

Es sei eine Voltaische Säule oder irgend ein anderer Elektromotor gegeben, welcher in dem Leiter, durch den er geschlossen wird, nach Verschiedenheit desselben bald eine grössere, bald eine kleinere Stromarbeit verrichtet; es wird derjenige Leiter gesucht, für welchen diese Stromarbeit ein Maximum ist.

Digitized by Google

Bezeichnet man den Widerstand des Leiters mit w und die Stromintensität mit i, so ist die Stromarbeit in diesem Leiter nach elektrischen Gesetzen, wie im vorigen Artikel gezeigt wurde, $= wii$. Nach den Ohm'schen Gesetzen ist aber, wenn e die elektromotorische Kraft und w' den Widerstand des gegebenen Elektromotors bezeichnet, die Stromintensität $i = \frac{e}{w' + w}$, folglich ist $wii = \frac{eew}{(w' + w)^2}$. Hiernach wird derjenige Leiter gefunden, für welchen die Stromarbeit ein Maximum ist, wenn für einen veränderlichen Werth von w

$$\frac{eew}{(w' + w)^2} = \text{Maximum}$$

gesetzt wird, woraus $\frac{(w' + w)^2 ee - 2eew\,(w' + w)}{(w' + w)^4} = 0$, d. i. $w = w'$ folgt. Das heisst also, die Stromarbeit im Leiter ist am grössten, wenn der Widerstand des Leiters dem gegebenen Widerstande des Elektromotors gleich ist; dieser grösste Werth selbst ist aber $= \frac{ee}{4w'}$, während die ganze Stromarbeit, im Leiter und im Elektromotor zusammen genommen, $= \frac{e}{2w'}$, also doppelt so gross ist. Wäre $w > w'$, so würde die auf den Leiter übertragene Arbeit von der ganzen Stromarbeit zwar mehr als die Hälfte betragen, dennoch aber, bei verminderter ganzen Stromarbeit, kleiner sein als wenn $w = w'$ ist.

Das *Maximum der ganzen Stromarbeit* findet aber statt, wenn gar kein Leiter zum Schluss der Kette gebraucht wird, folglich gar keine Übertragung von Stromarbeit an einen solchen Leiter möglich ist, sondern der Elektromotor in sich selbst geschlossen wird. Dieser grösste Werth der ganzen Stromarbeit ist nämlich $= \frac{ee}{w'}$, d. i. 4 Mal grösser als die auf andere Leiter übertragbare Stromarbeit. Es steht hiermit die starke Erwärmung in sich geschlossener Säulen in Zusammenhang, zumal wenn diese Säulen einen im Verhältniss zu ihrer elektromotorischen Kraft recht geringen Widerstand besitzen, wie dies z. B. bei Grove'schen Säulen der Fall ist.

Es leuchtet übrigens leicht ein, dass auch das schon früher für Galvanometer aufgestellte Gesetz, dass nämlich ihre Empfindlichkeit, bei beliebig gegebener Grösse und Gestalt ihres Multiplicators, stets dann am grössten sei, wenn der Widerstand des Multiplicatordrahtes dem Widerstand der übrigen

Digitized by Google

Kette gleich ist, als einzelner Fall oder specielle Anwendung des für das Maximum der übertragenen Stromarbeit an Leiter gefundenen allgemeineren Gesetzes betrachtet werden kann.

3.

Umsetzung der Arbeit bewegter ponderabeler Körper in Strom-Arbeit durch elektrische Wechselwirkung.

Wird ein geschlossener Leiter gegen ein Solenoid, d. i. gegen einen andern geschlossenen Leiter, auf welchen eine gegebene elektromotorische Kraft e wirkt, bewegt; so ergeben sich aus dem Grundgesetz der elektrischen Wirkung theils elektromotorische Kräfte, welche die elektrischen Fluida in ihren ponderabelen Leitern bewegen (Inductionskräfte nach Faraday), theils Kräfte, welche die elektrischen Fluida mit ihren ponderabelen Leitern bewegen (elektrodynamische Kräfte nach Ampère).

Die *ersteren* oder die Inductionskräfte nach Faraday sind

1) die auf den *geschlossenen Leiter* nach dem Gesetz der *Volta-Induction infolge der Bewegung* des geschlossenen Leiters gegen das Solenoid wirkende elektromotorische Kraft ε';
2) die auf den *geschlossenen Leiter* nach dem Gesetz der *Volta-Induction infolge der Stromänderung* im Solenoid wirkende elektromotorische Kraft η';
3) die auf das *Solenoid* nach dem Gesetz der *Volta-Induction infolge der Bewegung* des geschlossenen Leiters gegen das Solenoid wirkende elektromotorische Kraft ε;
4) die auf das *Solenoid* nach dem Gesetz der *Volta-Induction infolge der Stromänderung* im geschlossenen Leiter wirkende elektromotorische Kraft η.

Die *letzteren*, oder die elektrodynamischen Kräfte nach Ampère, sind die von allen Stromelementen des Solenoids auf alle Stromelemente des geschlossenen Leiters ausgeübten Anziehungs- oder Abstossungskräfte.

Nach dieser Übersicht hat man *erstens* die Stromarbeit $\frac{dA'}{dt}$ des von den elektromotorischen Kräften $(\varepsilon' + \eta')$ im *geschlossenen Leiter* erregten Stromes i', *zweitens* die Stromarbeit $\frac{dA''}{dt}$ des von den elektromotorischen Kräften $(\varepsilon + \eta)$

Digitized by Google

im *Solenoid* erregten Stromes i'', *drittens* endlich die von den bewegten *ponderabelen* Theilchen des geschlossenen Leiters, auf welche die von den Stromelementen des Solenoids ausgeübten Anziehungs- und Abstossungskräfte wirken, vollbrachte Arbeit $\frac{dA'''}{dt}$, zu unterscheiden.

Bezeichnet man den Widerstand des *geschlossenen Leiters* mit w', so ist

$$\frac{dA'}{dt} = w'i'i' = \frac{(\epsilon'+\eta')^2}{w'},$$

bezeichnet man den Widerstand des *Solenoids* mit w und ist e die *im Solenoid gegebene constante elektromotorische Kraft*, und $i = \frac{e}{w}$ die Intensität des von dieser Kraft erregten Stromes, so ist

$$\frac{dA''}{dt} = w(i+i'')^2 - wii = \frac{(e+\epsilon+\eta)^2 - ee}{w};$$

bezeichnet man endlich die Summe der Componenten aller auf ein bewegtes *ponderabeles* Theilchen des geschlossenen Leiters von allen Stromelementen des Solenoids ausgeübten Anziehungs- und Abstossungskräfte, nach der Richtung der Bewegung, mit f, und die Geschwindigkeit dieser Bewegung mit v, so ist

$$\frac{dA'''}{dt} = \Sigma fv.$$

Substituirt man nun hierin die aus dem allgemeinen elektrischen Grundgesetze bekannten Werthe sowohl der elektromotorischen Kräfte ϵ, η, ϵ', η', wie auch der elektrodynamischen Kräfte f; so soll bewiesen werden, dass

$$\int\left(\frac{dA'}{dt} + \frac{dA''}{dt} + \frac{dA'''}{dt}\right)dt = 0,$$

wenn die Integration auf den ganzen Zeitraum erstreckt wird, nach welchem alle ponderabelen Theilchen des geschlossenen Leiters mit unveränderter Geschwindigkeit wieder in ihre frühere Lage zurückkehren.

Wir beschränken uns hier auf die Betrachtung des einfachen Falles, wo das Solenoid sowohl wie der geschlossene Leiter *Kreise* sind, deren Halbmesser mit r und r' bezeichnet werden mögen. Der Abstand der beiden Kreismittelpunkte von einander sei R und sei so gross, dass r und r' dagegen als verschwindend betrachtet werden dürfen. Die Verbindungslinie R stehe senkrecht auf der Solenoidebene, und der geschlossene Leiter drehe sich um seinen mit R rechtwinkligen Durchmesser, und zwar mit gleichförmiger Geschwindig-

Digitized by Google

keit $\frac{d\alpha}{dt} = \gamma$, wo α den Winkel bezeichnet, welchen das auf die Ebene des geschlossenen Leiters errichtete Perpendikel mit R bildet. Setzt man dann $\frac{\pi^2 r^2 r'^2}{R^3} = a$, so lassen sich aus dem Grundgesetze der elektrischen Wirkung leicht folgende Ausdrücke für die elektromotorischen Kräfte ableiten:

$$\varepsilon' = -2a\gamma \frac{e+\varepsilon+\eta}{w} \cdot \sin\alpha$$

$$\eta' = -2a(1-\cos\alpha)\frac{d\varepsilon+d\eta}{w\,dt}$$

$$\varepsilon = -2a\gamma \frac{\varepsilon'+\eta'}{w'} \cdot \frac{\sin\alpha}{1+3\cos\alpha^2}$$

$$\eta = -2a\sqrt{\frac{1}{3}}\left(\frac{\pi}{3} - \text{arc tang}\,(\cos\alpha\,.\sqrt{3})\right)\frac{d\varepsilon'+d\eta'}{w'dt}.$$

Entwickelt man nun $(\varepsilon+\eta')$ und $(\varepsilon+\eta)$ in Reihen nach wachsenden Potenzen von α, so erhält man die ersten Glieder dieser Reihen, gegen welche alle folgenden verschwinden,

$$\varepsilon'+\eta' = -2a\gamma\frac{e}{w}\cdot\sin\alpha$$

$$\varepsilon+\eta = 4a^2\gamma^2\frac{e}{ww'}\left(\frac{\sin\alpha^2}{1+3\cos\alpha^2}+\sqrt{\frac{1}{3}}\left[\frac{\pi}{3}-\text{arc tang}\,(\cos\alpha\,.\sqrt{3})\right]\cos\alpha\right),$$

und hieraus, ebenso entwickelt,

$$\frac{dA'}{dt} = 4a^2\gamma^2\cdot\frac{ee}{w^2w'}\cdot\sin\alpha^2$$

$$\frac{dA''}{dt} = 8a^2\gamma^2\cdot\frac{ee}{w^2w'}\cdot\left(\frac{\sin\alpha^2}{1+3\cos\alpha^2}+\sqrt{\frac{1}{3}}\left[\frac{\pi}{3}-\text{arc tang}\,(\cos\alpha\,.\sqrt{3})\right]\cos\alpha\right)$$

oder, da der Differentialquotient

$$\frac{d\,.\sin\alpha\,.\,\text{arc tang}\,(\cos\alpha\,.\sqrt{3})}{d\alpha} = \cos\alpha\,.\,\text{arc tang}\,(\cos\alpha\,.\sqrt{3}) - \frac{\sin\alpha^2\,.\sqrt{3}}{1+3\cos\alpha^2}$$

ist,

$$\frac{dA''}{dt} = 8a^2\gamma^2\cdot\frac{ee}{w^2w'}\cdot\sqrt{\frac{1}{3}}\left(\frac{\pi}{3}\cos\alpha - \frac{d\,.\sin\alpha\,\text{arc tang}\,(\cos\alpha\,.\sqrt{3})}{d\alpha}\right).$$

Bezeichnet man endlich den Abstand irgend eines ponderabelen Theilchens des geschlossenen Leiters von seiner Drehungsaxe mit ρ, so ist das vom Solenoid auf den geschlossenen Leiter ausgeübte Drehungsmoment $D = \Sigma f\rho$, und die Geschwindigkeit, mit welcher sich das ponderabele Theilchen in seiner Kreisbahn (deren Tangente mit der Richtung der Kraft f zusammenfällt) bewegt, $v = \rho\gamma$; folglich ist bei *constanter Drehungsgeschwindigkeit* γ

Digitized by Google

$$\frac{dA'''}{dt} = \Sigma fv = \Sigma f\varrho\gamma = \gamma\Sigma f\varrho = \gamma D.$$

Das vom Solenoid auf den geschlossenen Leiter ausgeübte Drehungsmoment D ist aber nach dem Ampère'schen Gesetze

$$D = 2a\gamma\sin\alpha\cdot\frac{e+\varepsilon+\eta}{w}\cdot\frac{\varepsilon'+\eta'}{w'},$$

und setzt man hier die gefundenen Werthe von $(\varepsilon+\eta)$ und $(\varepsilon'+\eta')$ ein, und entwickelt nach Potenzen von α, so erhält man das erste Glied, gegen welches die andern verschwinden,

$$D = -4a^3\gamma\cdot\frac{ee}{w^3w'}\cdot\sin\alpha^3$$

folglich

$$\frac{dA'''}{dt} = -4a^3\gamma^2\cdot\frac{ee}{w^3w'}\cdot\sin\alpha^3 = -\frac{dA'}{dt}.$$

Für $\frac{dA''}{dt}$ ergiebt sich der Integralwerth $\int\frac{dA''}{dt}dt$ für die Zeit einer ganzen Umdrehung des geschlossenen Leiters, d. h. für die Zeit nach welcher alle ponderabelen Theilchen mit unveränderter Geschwindigkeit wieder in ihre frühere Lage zurückkehren, bei *constanter* Drehungsgeschwindigkeit $\frac{d\alpha}{dt} = \gamma$,

$$\int\frac{dA''}{dt}dt = \int 8a^3\gamma\cdot\frac{ee}{w^3w'}\cdot\sqrt{\frac{1}{3}}\left(\frac{\pi}{3}\cos\alpha - \frac{d.\sin\alpha.\operatorname{arc\,tang}(\cos\alpha.\sqrt{3})}{d\alpha}\right)d\alpha$$

was, zwischen den Grenzen α und $\alpha+2\pi$ genommen, $= 0$ ist. Da nun $\frac{dA'}{dt}+\frac{dA'''}{dt} = 0$, folglich auch $\int\left(\frac{dA'}{dt}+\frac{dA'''}{dt}\right)dt = 0$ war, so ergiebt sich hieraus, zwischen den angegebenen Grenzen,

$$\int\left(\frac{dA'}{dt}+\frac{dA''}{dt}+\frac{dA'''}{dt}\right)dt = 0,$$

was zu beweisen war.

Man ersieht hieraus, in Beziehung auf die *Arbeit der ponderabelen Theilchen* des geschlossenen Leiters, dass in jedem Augenblicke dt ein Arbeitsverlust, durch die von der Induction hervorgebrachte *Dämpfung*,

$$\frac{dA'''}{dt}dt = -4a^3\gamma^2\cdot\frac{ee}{w^3w'}\cdot\sin\alpha^3 dt$$

statt findet, welcher durch eine auf den geschlossenen Leiter wirkende *Triebkraft* wieder ersetzt werden muss, wenn die Drehungsgeschwindigkeit γ angenommener Weise unverändert bleiben soll. Dagegen findet in dem

Digitized by Google

nämlichen Augenblicke dt ein Gewinn an *Stromarbeit im geschlossenen Leiter* statt, nämlich

$$\frac{dA'}{dt}\,dt = +\,4a^3\gamma^2 \cdot \frac{ee}{w^2 w'} \cdot \sin\alpha^2 dt$$

von gleichem Betrage, woraus also folgt, dass hierbei durch Vermittelung der elektrischen Wechselwirkungen eine reine Umsetzung von *Arbeit ponderabeler Körper* in *Stromarbeit* statt gefunden hat.

Ergäbe sich also aus der Beobachtung, dass die Drehungsgeschwindigkeit γ wirklich ganz unverändert bliebe, und würden dabei die *Triebkräfte* gemessen, welche auf den sich drehenden geschlossenen Leiter wirken müssten, um diese Drehungsgeschwindigkeit unveränderlich zu erhalten, sowohl bei *geöffnetem* Solenoid (wodurch die zur Überwindung des Widerstandes der Luft und der Reibung erforderliche Triebkraft bestimmt wird), als auch bei *geschlossenem* Solenoid (wodurch die zur Überwindung der elektrischen Dämpfung erforderliche Triebkraft zusammen mit der zur Überwindung des Widerstandes der Luft und der Reibung erforderlichen, bestimmt wird), so gäbe die Differenz der beiden gemessenen Triebkräfte, mit der ebenfalls leicht zu messenden Drehungsgeschwindigkeit γ multiplicirt, den Werth von

$$-\frac{dA'''}{dt} = \frac{dA'}{dt},$$

d. i. den Werth der *Stromarbeit im geschlossenen Leiter*, welche der darin inducirte Strom i' in der Zeiteinheit verrichtete.

Würde endlich mit dieser Messung der *Stromarbeit* $\frac{dA'}{dt}$ die Messung der *Stromintensität* i' noch verbunden, so ergäbe sich der *Widerstand des geschlossenen Leiters*, nach absolutem Werthe,

$$w' = \frac{1}{i'i'} \cdot \frac{dA'}{dt}.$$

4.

Bestimmung der Stromarbeit durch Vermittelung von Wärmemessung, nach Versuchen von *Becquerel* und *Lenz*.

Soll der Widerstand eines Leiters nach absolutem Maasse bestimmt werden, aber nicht nach der früher angewandten Methode, durch Messung der *elektromotorischen Kraft* und der *Stromintensität*, sondern nach der zuletzt angegebenen,

Digitized by Google

durch Messung der *Stromarbeit* und der *Stromintensität*, so stehen im Allgemeinen, wie gezeigt worden, zwei Wege offen, nach Verschiedenheit der Methode, nach welcher die *Stromarbeit* gemessen wird. Die *Stromarbeit* kann nämlich gemessen werden *erstens* durch Messung der *Arbeit bewegter ponderabeler Körper*, welche in Stromarbeit umgesetzt wird, wovon im vorigen Artikel gehandelt wurde, *zweitens*, durch Messung der *Wärme*, in welche die Stromarbeit umgesetzt wird.

Die *erstere Methode* hatte darum ein besonderes Interesse, weil sie blos auf die bekannten, der reinen Elektricitätslehre angehörenden, Gesetze gebauet war. Die Art und Weise ihrer Ausführung ist nun zwar im vorigen Artikel an einem einfachen Beispiele erläutert worden, man würde aber damit noch in Wirklichkeit zu keinen brauchbaren Resultaten gelangen. Es müssten zuvor wenigstens die günstigsten Verhältnisse für die nach dieser Methode erforderlichen Beobachtungen näher erörtert werden, worauf hier jedoch nicht eingegangen werden soll, weil man leicht im voraus übersieht, dass auch dann unter den stets vom Widerstand der Luft und von der Reibung fester Körper aneinander abhängigen Verhältnissen, unter denen sich alle *ponderabelen Körper*, die wir beobachten, bewegen, die Messung der von ihnen verrichteten Arbeit, oder der zur Erhaltung ihrer Bewegung nothwendigen Triebkraft, auch unter den sonst günstigsten Verhältnissen nicht genau genug ausgeführt werden könnte.

Die *letztere Methode*, bei welcher die Gesetze der mechanischen Wärmetheorie zu Hülfe genommen werden müssen, scheint daher praktisch die einzige zu sein, von welcher so genaue Bestimmungen der *Stromarbeit* erwartet werden dürfen, wie nöthig wären, um aus *Stromarbeit* und *Stromintensität* einen Leitungswiderstand ebenso genau wie aus *elektromotorischer Kraft* und *Stromintensität* zu bestimmen. Es ist daher von Interesse, näher zu betrachten, was auf diesem Wege in neuerer Zeit durch die zahlreichen, namentlich von Becquerel und Lenz, darüber angestellten Versuche geleistet worden ist.

Edmond Becquerel führt in seiner Abhandlung: »Des lois du dégagement de la chaleur pendant le passage des courants électriques à travers les corps solides et liquides« (*Annales de Chimie et de physique* 1843 *tome IX*) an, dass nach seinen Versuchen ein Strom, welcher, wenn er durch Wasser geleitet würde, 3,383 Cubikcentimeter Knallgas in jeder Minute, bei 0° Temperatur und 0m76 Barometerstand, erzeugen würde, in einem Platindrahte von 44 Centimeter Länge und 0,422 Gramm Gewicht, durch den er geht, in jeder Minute

Digitized by Google

so viel Wärme erzeugt, als 2,18523 Gramm Wasser zur Erhöhung ihrer Temperatur um 1 Grad brauchen.

Nimmt man zu diesen Angaben die von Joule, nach der mechanischen Wärmetheorie, gefundene Bestimmung noch zu Hülfe, wonach die Wärmemenge, welche 1 Kilogramm Wasser von 0° auf 1° zu erwärmen vermag, wenn sie in mechanische Arbeit verwandelt wird, eine Arbeitsgrösse von 423,55 Kilogramm-Metern giebt; so findet man, dass die *in jeder Minute* in dem beschriebenen Platindrahte durch den angegebenen Strom erzeugte Wärme, wenn sie in mechanische Arbeit verwandelt wird, eine Arbeitsgrösse von $2{,}18523 \times 0{,}42355$ Kilogramm-Metern giebt, also die *in jeder Secunde* erzeugte Wärme den 60. Theil hiervon. Hieraus ergiebt sich nach *absolutem Arbeitsmaasse*, welches von uns auf Millimeter, Milligramm und Secunde als Grundmaassen der Länge, der Masse und der Zeit zurückgeführt wird (wonach die Schwere $g = 9811 \frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$ zu setzen ist), die *Stromarbeit*

$$wii = \tfrac{1}{60} \cdot 9811 \cdot 2{,}18523 \cdot 0{,}42355 \cdot 10^9 = 151340 \cdot 10^6.$$

Was ferner die *Stromintensität* betrifft, nehmen wir die Angabe zu Hülfe, wonach die Intensität eines Stromes (nach S. 97), welcher 1 Milligramm Wasser in 1 Secunde zerlegt, $106\frac{2}{3}$ Mal grösser als das absolute Intensitätsmaass ist (siehe Abhandl. d. math. phys. Classe d. K. Sächs. Ges. d. Wiss. Bd. 3 S. 224). Rechnet man nun, dass 1 Milligramm Wasser zersetzt, 1,8568 Cubikcentimeter Knallgas bei 0° Temperatur und 0,m76 Barometerstand giebt, so ist die Intensität des beschriebenen Stromes, welcher *in jeder Minute* 3,383 Cubikcentimeter Knallgas erzeugt, nach absolutem Maasse,

$$i = \tfrac{1}{60} \cdot \frac{3{,}383}{1{,}8568} \cdot 106\tfrac{2}{3} = 3{,}2391.$$

Aus diesen Bestimmungen ergiebt sich endlich der *Widerstand des beschriebenen Platindrahtes nach absolutem Maasse*

$$w = \frac{wii}{ii} = \frac{151340 \cdot 10^6}{3{,}2391^2} = 14425 \cdot 10^6.$$

Dieser Widerstand, mit der Masse eines millimeterlangen Stückes des Drahtes $= \frac{422}{440}$ multiplicirt und mit der in Millimetern ausgedrückten Länge des Drahtes $= 440$ dividirt, giebt nach den Ohm'schen Gesetzen den Widerstand eines

Digitized by Google

Platindrahtes von 1 Millimeter Länge und 1 Milligramm Masse, d. i. den *specifischen Widerstand des Platins*

$$p = 31443000.$$

Lenz, in seiner Abhandlung: *Über die Gesetze der Wärme-Entwickelung durch den galvanischen Strom* (Poggendorff's Annalen 1843—44 Bd. 59. S. 61) giebt die Zeit zur Erwärmung von 1 Gramm Wasser auf 1° R. durch einen Draht vom Widerstande = 1, durch welchen ein Strom = 1 geht, zu 57½ Minuten (durch einen Druckfehler, wie es scheint, ist 5½ Secunden angegeben) an, wobei einem Kupferdrahte von 6,358 Fuss Länge und 0,0336 Zoll engl. Durchmesser, bei der Temperatur 15°, *die Einheit des Widerstandes*, und einem Strome, dessen elektrolytische Action = 41,16 Cubikcentimeter Knallgas in der Stunde, bei 0° Temperatur und 760^{mm} Barometerdruck, die *Einheit der Intensität* zugeschrieben worden ist.

Nach der mechanischen Wärmetheorie giebt nun, der schon angeführten Joule'schen Bestimmung gemäss, die in jeder Secunde im beschriebenen Kupferdrahte von der angenommenen Stromeinheit erzeugte Wärme, wenn sie in mechanische Arbeit verwandelt wird, eine *Arbeitsgrösse* $= \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{60 \cdot 57,5} \cdot 0,42355$ Kilogramm-Meter, d. i. nach *absolutem* (auf Millimeter, Milligramm und Secunde als Grundmaassen der Länge, Maasse und Zeit zurückgeführten) *Arbeitsmaasse*, die *Stromarbeit*

$$wii = 9811 \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{60 \cdot 57,5} \cdot 0,42355 \cdot 10^6 = 1506 \cdot 10^6.$$

Für die *angenommene Stromeinheit* ferner, deren elektrolytische Action in der Stunde 41,16 Cubikcentimetern Knallgas entsprach, findet man nach Reduction auf *absolutes Maass* den Werth

$$i = \frac{1}{3600} \cdot \frac{41,16}{1,8568} \cdot 106\tfrac{1}{4} = 0,65683.$$

Aus diesen Bestimmungen ergiebt sich endlich der *Widerstand des beschriebenen Kupferdrahtes nach absolutem Maasse*

$$w = \frac{wii}{ii} = \frac{1506 \cdot 10^6}{0,65683^2} = 3490 \cdot 10^6.$$

Rechnet man die Masse des beschriebenen, 6,358 Fuss engl. = 1938 Millimeter langen Kupferdrahtes, indem man die Dichtigkeit des Kupfers = 8,921 annimmt, zu 9889 Milligrammen, so ergiebt sich nach den Ohm'schen

Digitized by Google

Gesetzen durch Multiplication des gefundenen Widerstandes w mit der Masse eines 1 Millimeter langen Stückes, $= \frac{9889}{1938}$, und Division mit der in Millimetern ausgedrückten Länge des Drahtes, $= 1938$, der Widerstand eines Kupferdrahtes von 1 Millimeter Länge und 1 Milligramm Masse, d. i. der *specifische Widerstand des Kupfers*

$$x = 9190000.$$

Dieses Resultat, mit dem aus Becquerel's Versuchen abgeleiteten verglichen, ergäbe, dass der specifische Widerstand des Kupfers etwa 3½ Mal kleiner als der des Platins wäre, während aus zahlreichen directen Vergleichungen bekannt ist, dass er noch viel kleiner ist, nämlich nach Arndtsen's Versuchen, wenn man die für gleiche Drahtlängen *von gleichem Querschnitt* gemachten Angaben auf gleiche Drahtlängen *von gleicher Masse* reducirt, und dabei das Dichtigkeitsverhältniss von Kupfer zu Platin wie 1:2,244 annimmt, 15,22 Mal kleiner, und nach Matthiessen's Versuchen 15,93 Mal kleiner, im Mittel also 15,575 Mal kleiner. Hiernach würde aus Becquerel's Versuchen der specifische Widerstand des Kupfers

$$x = \frac{p}{15,575} = 2018800$$

berechnet werden, was dem Mittel aus den auf anderen Wegen für verschiedene Kupfersorten bisher gefundenen Werthen ziemlich nahe kommt, aber von dem aus den Lenz'schen Versuchen abgeleiteten Werthe 4½ Mal an Grösse übertroffen wird.

Indessen bemerkt Lenz selbst a. a. O. in Beziehung auf die *absolute* Grösse des aus seinen Versuchen abgeleiteten Resultates: »Dieses Resultat ist ein blos angenähertes, und kann nur zu ganz rohen Überschlägen dienen, denn weder die absolute Quantität des Spiritus noch seine Wärmecapacität sind mit Sicherheit bestimmt worden. Meine gegenwärtigen Versuche hatten keinen andern Zweck, als das Gesetz der Erwärmung von Metalldrähten zu bestimmen; für die genaue Bestimmung des absoluten Werthes dieser Erwärmung denke ich noch besondere Versuche anzustellen.«

Es ist daher sehr wahrscheinlich, dass bei der von Lenz sonst in allen Beziehungen auf diese Versuche verwandten Sorgfalt, blos weil die Aufmerksamkeit auf *absolute* Werthbestimmungen weniger gerichtet war, irgend eine zufällige für die allein bezweckte Begründung der Gesetze einflusslose Ver-

Digitized by Google

wechselung bei Werthangabe der Reductionscoefficienten Statt gefunden hat, welche an obiger grossen Abweichung im *absoluten* Werthe Schuld ist; denn die genauere Prüfung der Versuche zeigt offenbar, dass die Bestimmung des Widerstandes eines Körpers nach dieser Methode wohl ausführbar ist, was auch durch die gute Übereinstimmung des aus Becquerel's Versuchen abgeleiteten Resultats mit den auf anderm Wege gefundenen bestätigt zu werden scheint; es müssten aber doch, um ganz zuverlässige und genaue Resultate auf diesem Wege zu erlangen, die *Wärmemessungs-Methoden* noch sehr vervollkommnet und schärfere Bestimmungen über *Aequivalenz von Wärme und Arbeit*, als man bisher besitzt, gewonnen werden, und selbst dann würde doch die absolute Widerstandsmessung eines *Leitungsdrahtes* nach dieser Methode die Genauigkeit des durch gemessene elektromotorische Kraft und Stromintensität zu erlangenden Resultates nicht erreichen.

Theilt man aber die galvanischen Leiter in *metallische durch den Strom nicht zersetzbare* und in *feuchte zersetzbare*, so ergiebt sich, dass bei feuchten zersetzbaren Leitern, z. B. beim *Wasser*, ein umgekehrtes Verhältniss wie bei *Leitungsdrähten* statt findet, dass nämlich eine Widerstandsbestimmung feuchter Leiter durch gemessene elektromotorische Kraft und Stromintensität *direct* fast unausführbar ist, wozu noch kommt, dass sogar eine *indirecte* Bestimmung durch Vergleichung des unbekannten Widerstandes des feuchten Leiters mit dem bekannten Widerstande eines Leitungsdrahtes, wegen der sogenannten *Polarisation* der den feuchten Leiter berührenden Metalloberfläche, grosse Schwierigkeiten findet. Es ist bekannt, dass daher bei aller aufgewandten Mühe und Sorgfalt die Widerstandsverhältnisse feuchter Leiter noch immer nur sehr mangelhaft erforscht sind. Die grösste Bedeutung gewinnt aus diesen Gründen für diese Forschungen die *andere Methode der Widerstandsmessung*, nämlich durch gemessene Stromarbeit (Wärme) und gemessene Stromintensität, weil sie, auf *feuchte Leiter* angewendet, ebenso grosse Vorzüge vor der ersteren besitzt, wie die *erstere*, auf *Leitungsdrähte* angewendet, vor der zweiten besass. Diese Vorzüge beruhen nicht allein auf den bei feuchten Leitern (Wasser) anwendbaren vollkommneren Wärmemessungsmethoden, sondern vorzugsweise auf der Unabhängigkeit der ganzen Messung von der Betrachtung der *elektromotorischen Kraft*, die bei allen Ketten, wo feuchte Leiter eingeschaltet sind, immer als veränderlich betrachtet werden muss, weil die Einflüsse der Polarisation sich wohl vermindern, aber nicht ganz beseitigen lassen. Die *elektromotorische Kraft*

Digitized by Google

ist aber bei so unregelmässigen Veränderungen keiner genauen Bestimmung fähig.

Diese ebenso wichtige wie interessante Anwendung, welche diese zweite Methode auf absolute Widerstandsmessung *feuchter zersetzbarer Leiter* findet, soll, da sie in keinem engeren Zusammenhange mit dem Gegenstande dieser Abhandlung steht, einer besonderen Erörterung vorbehalten bleiben.

5.

Über die Umsetzung der Stromarbeit in Wärme.

Die Stromarbeit ist an die Bewegung der elektrischen Fluida geknüpft; die Wärme ist, nach der mechanischen Wärmetheorie, ebenfalls an die Bewegung eines Körpers gebunden, den man aber von den elektrischen Fluidis zu unterscheiden pflegt. Eine nähere Einsicht in die Art und Weise, wie Stromarbeit in Wärme umgesetzt werde, fordert daher zunächst, dass die Bewegungen der elektrischen Fluida bis zu Ende genau verfolgt werden, um die Verhältnisse kennen zu lernen, unter welchen der Übergang der Bewegung der elektrischen Fluida in die Bewegung eines anderen Mediums statt finde. Hierbei dürfte die ideale Annahme von der Superposition mehrerer im Raume des Leiters stetig und gleichförmig vertheilter Substanzen, nämlich der ponderabelen Substanz des Leiters, der beiden elektrischen Fluida und ausserdem noch die eines sogenannten Wärmemediums, so angemessen sie für viele andere Zwecke sein möge, wo es sich um Fernwirkungen handelt, nicht zulässig erscheinen, vielmehr leuchtet hierbei leicht die Nothwendigkeit ein, die ponderabele Substanz des Leiters in einzelnen Moleculen concentrirt anzunehmen, die von elektrischen Theilchen umgeben sind, welche sich im Falle eines Stromes von einem Molecule zum andern fortbewegen. Die Trennung eines elektrischen Theilchens von einem Molecule muss dann, der verschiedenen Grösse der elektromotorischen Kraft gemäss, von welcher der Strom hervorgebracht wird, bald langsamer, bald schneller erfolgen, wovon die Zahl der in einer gewissen Zeit sich vom Molecule trennenden elektrischen Theilchen abhängt. Die Arbeit jedes elektrischen Theilchens bei der Trennungsbewegung, infolge der von dem Molecule darauf ausgeübten Kräfte, möge nun von der Schnelligkeit der Trennung abhängig sein oder nicht, stets wird eine entgegengesetzt gleiche Arbeit von demselben Theilchen bei seiner Vereinigungsbewe-

Digitized by Google

gung mit dem folgenden Molecule verrichtet werden, so dass diese beiden Arbeitsgrössen einander compensiren. Sobald aber das elektrische Theilchen von dem ersteren Molecule getrennt ist, wird es, getrieben von der elektromotorischen Kraft f, den Zwischenraum α bis zum zweiten Molecule durchlaufen und dabei also die Arbeit $f\alpha$ verrichten. Die Summe aller dieser Arbeitsgrössen, $\Sigma f\alpha$, bildet die ganze Stromarbeit im Leiter. Jedes elektrische Theilchen tritt daher mit einer um den mit $f\alpha$ äquivalenten Werth vergrösserten lebendigen Kraft in das Bereich des folgenden Molecules ein, als es aus dem Bereich des vorhergehenden Molecules ausgetreten war, wodurch also der Werth der lebendigen Kräfte im Bereich aller Molecule zusammen genommen um einen mit der ganzen Stromarbeit äquivalenten Betrag vergrössert werden muss. Eine solche der Stromarbeit äquivalente Vergrösserung der lebendigen Kräfte in allen Moleculen zusammen genommen ist nun aber, nach der mechanischen Wärmetheorie, auch die vom Strome im Leiter erzeugte Wärme, und es fragt sich nur, ob sie mit jener ganz identisch ist, d. h. ob sie in der fortdauernden Bewegung jener elektrischen Theilchen selbst besteht, oder ob die jedem Molecule zugeführte Bewegung von den elektrischen Theilchen, welche sie mitbrachten, auf andere Körpertheilchen, z. B. auf die im Bereiche desselben Molecules befindlichen Theilchen eines besondern Mediums übertragen werde und erst nach dieser Übertragung als Wärme hervortrete, wo dann die Gesetze der Übertragung zu erforschen und nähere Rechenschaft darüber zu geben sein würde, warum dieselbe lebendige Kraft erst dann als Wärme hervortritt, wenn sie an die Theilchen des Wärmemediums, statt an elektrische Theilchen, geknüpft ist.

Man sieht leicht ein, dass die Behauptung einer solchen Übertragung der von elektrischen Theilchen mitgebrachten lebendigen Kraft auf die Theilchen eines andern im Bereiche des Molecules befindlichen Mediums nicht unerhebliche Schwierigkeiten findet, vorzüglich darum, weil danach consequenter Weise jede Fortdauer einer Bewegung der elektrischen Theilchen im Bereiche eines solchen ponderabelen Molecules abgeleugnet werden müsste. Wenn die elektrischen Theilchen, welche die Stromarbeit mit sich führen, beim Eintritt in das Bereich eines ponderabelen Molecules die mitgebrachte Stromarbeit sofort, und zwar nicht blos theilweis, sondern ganz und gar, an andere materielle Theilchen (an die Theilchen des Wärmemediums) abtreten müssen; so muss aus gleichem Grunde überhaupt jede den elektrischen Theilchen

Digitized by Google

im Bereiche ponderabeler Molecule ertheilte Bewegung, gleichgültig woher sie rühren möge, ihnen sofort wieder entzogen werden, so dass gar keine *beharrende Bewegung elektrischer Theilchen* im Bereiche ponderabeler Molecule möglich wäre. Sogar die Möglichkeit des elektrischen Stromes im ponderabelen Körper würde dadurch zweifelhaft werden; denn ein elektrisches Theilchen, wenn es auch von noch so grossen elektromotorischen Kräften getrieben würde, könnte in eine grössere Bewegung gar nicht gerathen, wenn jede Bewegung im Entstehen sofort von ihm an die Theilchen des Wärmemediums übertragen würde.

Es leuchtet hieraus ein, dass die Behauptung der Übertragung aller Stromarbeit auf das Wärmemedium ponderabeler Molecule vor Allem mit der Behauptung von der Existenz *beharrlicher elektrischer Molecularströme*, wie sie zuerst von Ampère aufgestellt worden, in totalem Widerspruch steht. Wer also mit Ampère die wirkliche Existenz zweier magnetischen Fluida leugnet und dadurch zur Behauptung *beharrlicher elektrischer Molecularströme* genöthigt wird, darf jene Übertragung nicht zugeben, und er braucht sie um so weniger zuzugeben, weil gar nichts angeführt werden kann, was durch eine solche Übertragung gewonnen würde. Wenigstens nach der mechanischen Wärmetheorie leuchtet ein, dass in Beziehung auf die Wärme principiell *unmittelbar* gar nichts anderes als die in den Molecülen vorhandene lebendige Kraft in Betracht kommt, für welche die Beschaffenheit ihres materiellen Trägers indifferent ist. Nur *mittelbar* könnte nach der mechanischen Wärmetheorie die Beschaffenheit des materiellen Trägers der das Wesen der Wärme bildenden lebendigen Kraft in Betracht kommen, nämlich in sofern als die Kräfte der Wechselwirkung der Theilchen dieses Trägers, theils unter einander, theils mit andern Theilchen, und folglich die Übertragungs- oder Fortpflanzungsgesetze (die Gesetze der Wärmestrahlung, der Temperaturmittheilung und der Temperaturausgleichung unter verschiedenen ponderabelen Molecülen), davon abhängig wären.

Ist auch der *Wärmeäther im leeren Raume* durch die ihm, gleich dem Lichtäther, zugeschriebenen Gesetze der Wellenfortpflanzung wenigstens indirect definirt, und kann von seiner Existenz und Verbreitung, auch im Innern der ponderabelen Körper, in den leeren Räumen zwischen den Molecülen, ohne die ganze Wellentheorie der strahlenden Wärme zu verwerfen, nicht abstrahirt werden; so findet doch zwischen den ponderabelen Körpermolecülen (mit Allem, was in ihrem Bereiche liegt und dazu gehört) und jenem Aether keine weitere

Digitized by Google

Beziehung statt, als dass *einerseits* die Wellenerregung im Aether (die Wärmestrahlung), *andererseits* die Wellendämpfung (die Wärmeabsorption) von den ponderabelen Moleculen ausgehen muss, wozu aber in den Moleculen ebensowenig ein besonderes Wärmemedium nöthig ist, wie im Metall der Glocke, welche Schallwellen durch das Luftmedium aussendet, Luft enthalten zu sein braucht.

Alle diese Betrachtungen lassen sich auf folgende Weise kurz zusammenfassen. Da eine Temperaturerhöhung der ponderabelen Molecule nach der mechanischen Wärmetheorie eine Zunahme der lebendigen Kraft in den Moleculen fordert, da diese Zunahme der lebendigen Kraft durch die mit grösserer Geschwindigkeit in das Bereich der Molecule eintretenden, mit geringerer Geschwindigkeit wieder austretenden elektrischen Theilchen, welche den Strom bilden, gegeben ist, da ferner diese Zunahme an lebendiger Kraft *nach der Theorie beharrlicher elektrischer Molecularströme*, während die Theilchen im Bereich der Molecule sich befinden, ungeschwächt *beharrt;* so scheint von einer *Umsetzung* von Stromarbeit in Wärme gar nicht die Rede sein zu können, sondern die in den Moleculen angesammelte *Stromarbeit* scheint danach selbst als die in den Moleculen enthaltene *Wärme* betrachtet werden zu müssen.

Es leuchtet freilich ein, dass alsdann die Gesetze der unter dem Namen *Wärmestrahlung* und *Wärmeabsorption* zusammengefassten Beziehungen zwischen der um die einzelnen Molecule in beharrlicher Molecularströmung befindlichen Elektricität und dem im umgebenden Raume befindlichen Wärmeäther noch einer näheren, auf der Natur beider Medien beruhenden, Begründung bedürfen; einer ebensolchen Begründung würden aber jene Gesetze auch bedürfen, wenn man das sogenannte Wärmemedium an die Stelle der Elektricität setzte. Während nun im letzteren Falle eine solche Begründung gar nicht einmal versucht worden ist, so kann man doch, was den ersteren Fall betrifft, die scharfsinnige von C. Neumann ausgeführte Untersuchung: *Explicare tentatur quomodo fiat ut lucis planum polarisationis per vires electricas vel magneticas declinetur.* Halis Saxonum, 1858, als einen solchen ersten Versuch anführen; denn es leuchtet ein, dass das, was Neumann von den Beziehungen zwischen beharrlichen elektrischen Molecularströmen und Lichtäther sagt, in ähnlicher Weise auch auf die Beziehungen zwischen beharrlichen elektrischen Molecularströmen und Wärmeäther Anwendung finden werde.

Zwar hat Neumann nach seinen Prämissen gefunden, dass keine

Digitized by Google

Einwirkung elektrischer Molecularströme auf *ruhende Aethertheilchen* statt finden könne; es ist aber dabei zu beachten, dass diese Prämissen, dem Zwecke der Neumann'schen Untersuchung gemäss, welcher auf die Einwirkung der Molecularströme auf die schon vorhandenen mitten zwischen den Moleculen durch den Aether fortgepflanzten Wellenzüge beschränkt war, sich zwar auf Wirkungen der Molecularströme in sehr kleinen Entfernungen bezogen, doch aber noch immer die Zulassung einer *idealen* Vorstellung von den Molecularströmen gestatteten, wonach dieselben als eine *Superposition entgegengesetzt gleicher Ströme positiver und negativer Elektricität* betrachtet werden, was aber offenbar nicht gestattet ist, wenn es sich um die Erregung neuer Wellenzüge durch die elektrischen Molecularströme handelt, welche nur in der an die Molecularströme *unmittelbar angrenzenden Aetherschicht* statt finden kann. Für diese Aetherschicht dürfen die in entgegengesetzter Richtung sich bewegenden positiven und negativen elektrischen Theilchen nicht mehr als zusammenfallend betrachtet werden. Denkt man sich dann also z. B. das negative Fluidum mit dem Molecule als fest verbunden, und das positive Fluidum allein in Molecularströmung begriffen, oder umgekehrt (eine Vorstellungsweise, welche sich dadurch empfiehlt, dass sie mit der Beharrung der Molecularströme ohne elektromotorische Kräfte bestehen kann), so leuchtet ein, dass die Verschiedenheit in Lage und Verhalten beider elektrischen Fluida im Bereiche des Molecules zwar schon bei sehr geringen Entfernungen (wie sie Neumann betrachtet) nicht mehr beachtet zu werden braucht, worauf die Zulässigkeit jener *idealen* Vorstellung von den Molecularströmen beruht; dass sie doch aber für die *unmittelbar angrenzende Aetherschicht* von Bedeutung sein kann, zumal wenn das in Molecularströmung befindliche elektrische Fluidum *nicht stetig und gleichförmig* um das Molecule vertheilt wäre.

Findet dann aber wirklich eine Störung des Gleichgewichts in der *unmittelbar angrenzenden Aetherschicht*, folglich eine Erregung von Aetherwellen, statt, so leuchtet ein, dass dieselbe mit jedem Umlauf der Elektricität um das Molecule sich wiederholen, also die *Wellendauer* mit der *Umlaufszeit der elektrischen Theilchen* im Molecularstrome übereinstimmen muss. Bei *leuchtenden Moleculen* ist aber die Wellendauer der von ihnen ausgesandten Wellenzüge aus optischen Versuchen genau bekannt; es würde also, wenn die angenommene Relation zwischen elektrischen Molecularströmen und dem Lichtäther, nach Neumann's Idee, sich bestätigte, hiernach möglich werden, aus optischen

Digitized by Google

Versuchen über das Verhalten der die Molecularströme bildenden Elektricität nähere Auskunft zu erhalten. — Jedenfalls ist die Neumann'sche Untersuchung schon in ihrer ersten Entwickelung für die Optik, *zur Erklärung der Drehung der Polarisationsebene durch galvanische und magnetische Kräfte*, so erfolgreich gewesen, dass man hoffen darf, dass die weitere Verfolgung und Ausbildung der Theorie beharrlicher elektrischer Molecularströme in ihren Beziehungen zum Licht- oder Wärmeäther und seiner Wellenbewegung zu noch vielen andern, den so wichtigen und noch so wenig erforschten Zusammenhang zwischen *Elektricität*, *Wärme* und *Licht* betreffenden, Aufschlüssen führen werde.

Digitized by Google

V.

DAS PRINCIP
VON DER
ERHALTUNG DER ENERGIE.

[1871.]

[Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften, Bd. X. Diese Arbeit wurde vom Verfasser der K. Gesellschaft übergeben am 9. Januar 1871, und ihr Abdruck wurde vollendet am 25. Februar 1871.]

EINLEITUNG.

Das Gesetz der elektrischen Wirkung, welches in der ersten Abhandlung über Elektrodynamische Maassbestimmungen (Leipzig 1846) ausgesprochen worden, ist von verschiedenen Seiten geprüft und mehrfach abgeändert, auch zum Gegenstand allgemeinerer Betrachtungen und Speculationen gemacht worden, die noch keineswegs als abgeschlossen anzusehen sein dürften. Die folgende Abhandlung beschränkt sich *im ersten Abschnitte* auf eine Erörterung des Verhältnisses dieses Gesetzes zum *Princip der Erhaltung der Energie*, dessen grosse Wichtigkeit und Bedeutung besonders in der mechanischen Wärmetheorie hervorgetreten ist. Da behauptet worden war, dass jenes Gesetz mit diesem Principe im Widerspruch stände, so ist nachzuweisen versucht worden, dass *kein solcher Widerspruch* statt finde. Jenes Gesetz gestattet vielmehr, dem Principe der Erhaltung der Energie noch einen Zusatz beizufügen, und dasselbe so umzuformen, dass seine Anwendung auf *jedes Paar von Theilchen* keineswegs blos auf die Zeit beschränkt ist, wo ein solches Paar durch andere Körper weder Gewinn noch Verlust an lebendiger Kraft erleidet, sondern immer gilt,

Digitized by Google

unabhängig von den mancherlei Beziehungen, in welche beide Theilchen zu andern Körpern treten können.

Ausserdem wird *im zweiten Abschnitte* noch eine Anwendung jenes Gesetzes auf die Entwickelung der *Bewegungsgesetze zweier, blos ihrer Wechselwirkung überlassenen, elektrischen Theilchen gemacht.* Führt diese Entwickelung direct auch zu keinen Vergleichungen und exacten Prüfungen mit vorhandener Erfahrung, was der Grund ist, warum sie bisher wenig Beachtung gefunden; so führt sie doch zu manchen Resultaten, welche als Leitfaden bei Erforschung der *Molecularverhältnisse* und *Molecularbewegungen* der Körper, die so grosse Bedeutung für Chemie und Wärmelehre gewonnen, wichtig erscheinen, und interessante Beziehungen in diesen noch dunkeln Gebieten der weiteren Forschung darbieten.

ÜBER DAS VERHÄLTNISS DER ELEKTRISCHEN GESETZE ZU DEM PRINCIP DER ERHALTUNG DER ENERGIE.

1.

Elektrische Theilchen und elektrische Massen.

Man bezeichnet Theilchen des positiven und des negativen elektrischen Fluidums mit denselben Buchstaben, z. B. mit e oder e' u. s. w., legt aber e oder e' ... einen positiven oder negativen Werth bei, jenachdem das Theilchen dem positiven oder negativen Fluidum angehört.

Wird die *messbare Abstossungskraft* des ersten Theilchens e auf ein ganz gleiches Theilchen e bei der *messbaren und beharrlichen Entfernung* r mit f bezeichnet, ferner die *messbare Abstossungskraft* des zweiten Theilchens e' auf ein ganz gleiches Theilchen e' bei derselben *Entfernung* r mit f'; so wird $\pm r\sqrt{f}$ als *Grössenwerth von* e, und $\pm r\sqrt{f'}$ als *Grössenwerth von* e' genommen, wo das obere oder untere Vorzeichen gilt, jenachdem das Theilchen dem positiven oder negativen Fluidum angehört. — Der Messung der Kräfte f, f' wird dabei das in der Mechanik festgesetzte Kräftemaass zum Grunde gelegt, nämlich diejenige Kraft, welche wenn sie auf die in der Mechanik festgesetzte Masseneinheit (Milligramm) wirkt, dieser Masseneinheit in der Zeiteinheit die

Digitized by Google

Einheit der Geschwindigkeit ertheilt. — Die *Abstossungskraft* der beiden Theilchen e, e', während ihre Entfernung r unverändert bleibt, ist dann, dem *elektrostatischen* Gesetze gemäss,

$$= \frac{ee'}{rr}.$$

Ein negativer Werth dieses Ausdrucks bedeutet *Anziehungskraft*.

Bei dieser Bezeichnungsweise der Theilchen der elektrischen Fluida haben nun e, e' nicht die Bedeutung von *Massen*, im Sinne der Mechanik, wie man schon daraus ersieht, dass e, e' bald positive, bald negative Werthe haben können; doch stehen die Werthe von e, e' mit den Massen der Theilchen in naher Beziehung. Bezeichnet man nämlich die *Massen der Theilchen* e, e' (im Sinne der Mechanik, wonach die *Masseneinheit* [Milligramm] durch die Masse *eines* ponderabelen Körpers gegeben ist, und *verschiedene* Massen untereinander verglichen werden nach Proportion der reciproken Beschleunigungen, die ihnen von gleicher Kraft ertheilt werden) mit ε, ε', die stets positive Werthe haben; so ergiebt sich für *positive* Werthe von e, e'

$$\frac{e}{\varepsilon} = \frac{e'}{\varepsilon'} = a,$$

für *negative* Werthe von e, e'

$$\frac{e}{\varepsilon} = \frac{e'}{\varepsilon'} = b,$$

wo a einen bestimmten *positiven*, b einen bestimmten *negativen* Werth hat. Ob hierin $aa = bb$ sei, oder in welchem Verhältnisse aa zu bb stehe, ist bisher ebensowenig ermittelt worden, wie der Zahlwerth von a oder b selbst. — In vielen Fällen ist die elektrische Masse ε an eine ponderabele Masse m so gebunden, dass sie ohne dieselbe gar nicht bewegt werden kann, wo dann nur die Gesammtmasse $m + \varepsilon$ in Betracht kommt und ε gewöhnlich im Vergleich mit m als verschwindend betrachtet werden kann. Es kommen daher die Massen ε, ε' nur selten in Betracht.

Man unterscheidet nicht immer auf die angegebene Weise zwischen den Theilchen e, e' und ihren Massen ε, ε', sondern gebraucht oft die Zeichen der Theilchen e, e' auch für die Massen, wobei jedoch zu bemerken, dass dann von den Vorzeichen von e, e' abgesehen werden muss. Die Weglassung der Faktoren a und b, welche unbekannt sind, ist immer gestattet, wenn es sich nur um *relative Werthbestimmungen* von Massen der positiven oder der negativen Elektricität handelt.

Digitized by Google

2.

Das Gesetz der elektrischen Kraft.

Das *Gesetz der elektrischen Kraft* ist in den »Elektrodynamischen Maassbestimmungen«, Leipzig 1846, auf folgende Weise ausgesprochen worden:

(Vgl. S. 44.) Bezeichnet man zwei elektrische Theilchen mit e und e'; so wird die von beiden Theilchen aus der Entfernung r auf einander ausgeübte abstossende Kraft dargestellt durch

$$\frac{ee'}{rr}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2r}{cc}\frac{ddr}{dt^2}\right),$$

wo c dieselbe Constante ist, welche a. a. O. mit $\frac{4}{a}$ bezeichnet worden ist.

Dieser Ausdruck für die *Kraft*, welche die Theilchen e und e' wechselseitig auf einander ausüben, ist aber, wie man leicht übersieht, von einer Grösse abhängig, welche die zu bestimmende *Kraft* selbst als Faktor enthält. Man erkennt dies leicht, wenn man die relative Beschleunigung der beiden Theilchen, nämlich $\frac{ddr}{dt^2}$, in zwei Theile zerlegt,

$$\frac{ddr}{dt^2} = \frac{ddr'}{dt^2} + \frac{ddr''}{dt^2},$$

wovon der erstere Theil $\frac{ddr'}{dt^2}$ diejenige relative Beschleunigung ist, welche von der Wechselwirkung beider Theilchen, der letztere Theil $\frac{ddr''}{dt^2}$ dagegen derjenige Theil, welcher von anderen Ursachen (nämlich von der vorhandenen auf r senkrechten Bewegung der Theilchen, und von den Wechselwirkungen, in denen sie mit andern Körpern stehen) herrührt. Der erstere Theil nun, welcher von der Wechselwirkung beider Theilchen herrührt, ist der von dieser *Wechselwirkung herrührenden Kraft* proportional und wird durch den Quotienten dieser Kraft und der Masse, auf welche sie wirkt, dargestellt.

Hieraus ergiebt sich, wie a. a. O. (vgl. S. 57) gezeigt worden, leicht ein anderer Ausdruck für die *Kraft*, die die Theilchen e und e' wechselseitig auf einander ausüben, welcher nur Grössen enthält, die von der *zu bestimmenden Kraft* unabhängig sind, nämlich der Ausdruck

$$\frac{ee'}{rr - \frac{2r}{cc}(e + e')}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2rf}{cc}\right),$$

Digitized by Google

wo $f = \frac{ddr''}{dt^2}$ gesetzt worden ist, oder, wenn man die elektrischen Theilchen e und e' von ihren Massen ε und ε' auf die im vorigen Artikel angegebene Weise unterscheidet (was a. a. O. nicht geschehen) der Ausdruck

$$\frac{ee'}{rr - \frac{2r}{cc} \cdot \frac{\varepsilon + \varepsilon'}{\varepsilon\varepsilon'} ee'} \left(1 - \frac{1}{cc} \frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2rf}{cc}\right).$$

Es ergiebt sich hieraus nun, dass das *Gesetz der elektrischen Kraft* keineswegs so einfach ist, wie von einem Grundgesetz erwartet wird; dasselbe erscheint vielmehr in zwei Beziehungen besonders verwickelt.

Erstens nämlich geht aus diesem Ausdrucke der *Kraft* hervor, wie a. a. O. schon bemerkt worden, dass die Kraft, welche zwei elektrische Theilchen auf einander ausüben, nicht ausschliesslich von diesen Theilchen selbst, von ihrer Entfernung und relativen Geschwindigkeit, sondern auch von dem mit f bezeichneten Theile ihrer relativen Beschleunigung abhängt, *der zum Theil von andern Körpern herrührt.* Auch ist bemerkt worden, da die von *zwei* Körpern auf einander ausgeübten Kräfte, wenn sie von der Gegenwart eines *dritten* Körpers abhängen, von Berzelius mit dem Namen *katalytischer Kräfte* bezeichnet worden sind, dass hiernach die *elektrischen Kräfte*, allgemein betrachtet, *katalytische Kräfte* seien.

Zweitens ergiebt sich aus demselben Ausdruck der *Kraft* noch ein anderes merkwürdiges Resultat, dass nämlich, wenn die Theilchen e und e' *gleichartig* sind, dieselben *keineswegs einander immer abstossen*, sondern, wenn $\frac{dr^2}{dt^2} < cc + 2rf$ ist, nur so lange, als $r > \frac{2}{cc} \cdot \frac{\varepsilon + \varepsilon'}{\varepsilon\varepsilon'} ee'$ ist, dass dagegen *Anziehung* eintritt, wenn $r < \frac{2}{cc} \cdot \frac{\varepsilon + \varepsilon'}{\varepsilon\varepsilon'} ee'$.

Eine Ausnahme hiervon findet nur in dem Falle statt, wenn $\left(r - 2\frac{\varepsilon + \varepsilon'}{\varepsilon\varepsilon'} \frac{ee'}{cc}\right)$, was immer Faktor des Nenners ist, zugleich auch Faktor des Zählers wird. Dieser Fall tritt ein, wenn die beiden elektrischen Theilchen in *beharrlicher relativer Ruhe* sich befinden, so dass $\frac{dr}{dt} = 0$ und $\frac{ddr}{dt^2} = 0$ ist.

Der obige allgemeine Ausdruck der Kraft geht nämlich, wenn $\frac{dr}{dt} = 0$ ist, über in

$$\frac{ee'}{r\left(r - 2\frac{\varepsilon + \varepsilon'}{\varepsilon\varepsilon'} \cdot \frac{ee'}{cc}\right)} \cdot \left(1 + \frac{2r}{cc} f\right),$$

Digitized by Google

woraus durch Division mit der Masse $\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}$ derjenige Theil der Beschleunigung gefunden wird, welcher von der von beiden elektrischen Theilchen auf einander ausgeübten Kraft herrührt, nämlich

$$\frac{(\varepsilon+\varepsilon')\,ee'}{\varepsilon\varepsilon' r\left(r-2\,\frac{\varepsilon+\varepsilon'}{\varepsilon\varepsilon'}\cdot\frac{ee'}{cc}\right)}\cdot\left(1+\frac{2r}{cc}f\right).$$

Fügt man hierzu den andern Theil der Beschleunigung, nämlich f, welcher aus der vorhandenen Bewegung der Theilchen senkrecht gegen r, und aus der Einwirkung anderer Körper sich ergiebt; so erhält man die *ganze* Beschleunigung, nämlich

$$\frac{ddr}{dt^2}=f+\frac{(\varepsilon+\varepsilon')\,ee'}{\varepsilon\varepsilon' r\left(r-2\,\frac{\varepsilon+\varepsilon'}{\varepsilon\varepsilon}\cdot\frac{ee'}{cc}\right)}\cdot\left(1+\frac{2r}{cc}f\right),$$

welche *bei beharrlicher relativer Ruhe* $=0$ ist. Hieraus folgt, *bei beharrlicher relativer Ruhe*,

$$f=-\frac{\varepsilon+\varepsilon'}{\varepsilon\varepsilon'}\cdot\frac{ee'}{rr}.$$

Wird dieser Werth für f im Ausdrucke der Kraft

$$\frac{ee'}{r\left(r-2\,\frac{\varepsilon+\varepsilon'}{\varepsilon\varepsilon'}\cdot\frac{ee'}{cc}\right)}\cdot\left(1+\frac{2r}{cc}f\right)$$

substituirt, so verwandelt sich letzterer in

$$\frac{ee'}{r\left(r-2\,\frac{\varepsilon+\varepsilon'}{\varepsilon\varepsilon'}\cdot\frac{ee'}{cc}\right)}\cdot\frac{1}{r}\left(r-2\,\frac{\varepsilon+\varepsilon'}{\varepsilon\varepsilon'}\cdot\frac{ee'}{cc}\right)$$

Man sieht also, dass im Falle *beharrlicher relativer Ruhe* der Faktor $\left(r-2\,\frac{\varepsilon+\varepsilon'}{\varepsilon\varepsilon'}\cdot\frac{ee'}{cc}\right)$ dem Zähler und Nenner gemeinschaftlich ist. Der von diesem Faktor unabhängige Werth des Quotienten, nämlich $\frac{ee'}{rr}$, giebt hiernach für den Fall *beharrlicher relativer Ruhe* den Ausdruck der Kraft, in vollkommener Übereinstimmung mit dem *elektrostatischen Grundgesetze*, wonach diese Kraft für *gleichartige* Theilchen bei *allen Entfernungen* einen positiven Werth behält.

Digitized by Google

3.

Das Gesetz des elektrischen Potentials.

Der vorhergehende Artikel beweist, dass das *Gesetz der elektrischen Kraft* in zwei Beziehungen von sehr zusammengesetzter Art ist, nämlich *erstens* in Beziehung darauf, dass die Abstossungskraft zweier elektrischen Theilchen abhängig ist von Dingen, die weder zum Wesen der Theilchen, welche die Kraft auf einander ausüben, noch zu ihrer gegenseitigen Lage im Raume, noch zu ihrer vorhandenen relativen Bewegung gehören, nämlich *von andern Körpern;* zweitens in Beziehung darauf, dass zwischen denselben Theilchen, zwischen welchen in einigen Entfernungen *Abstossung*, in andern Entfernungen *Anziehung* statt finde.

Im Vergleich mit diesem complicirten *Gesetze der elektrischen Kraft* ist das *Gesetz des elektrischen Potentials* viel einfacher.

Der Werth des *Potentials* V zweier elektrischen Theilchen e, e' ist nämlich, wie schon in Poggendorff's Annalen 1848. Bd. 73, S. 229 von mir ausgesprochen worden ist (S. 45), durch folgendes Gesetz bestimmt, nämlich:

$$V = \frac{ee'}{r}\left(\frac{1}{cc}\cdot\frac{dr^2}{dt^2} - 1\right).$$

Beachtet man nämlich, dass r sowohl wie $\frac{dr}{dt}$ für die beiden Theilchen e und e' zu verschiedenen Zeiten verschiedene Werthe haben, beide also Functionen der Zeit sind; so ergiebt sich daraus, dass $\frac{dr}{dt}$ auch als eine Function von r betrachtet werden dürfe, welche mit fr bezeichnet werden soll. Man erhält hiernach

$$V = \frac{ee'}{r}\left(\frac{1}{cc}\cdot(fr)^2 - 1\right),$$

folglich durch Differentiation *den Ausdruck der Kraft*

$$\frac{dV}{dr} = -\frac{ee'}{rr}\left(\frac{1}{cc}\cdot(fr)^2 - 1\right) + 2\frac{ee'}{rcc}\cdot fr\cdot\frac{dfr}{dr},$$

oder, wenn darin wieder $\frac{dr}{dt}$ für fr gesetzt wird,

$$\frac{V}{dr} = \frac{ee'}{rr}\left(1 - \frac{1}{cc}\cdot\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2r}{cc}\cdot\frac{dr}{dt}\cdot\frac{d\frac{dr}{dt}}{dr}\right),$$

Digitized by Google

wofür geschrieben werden kann

$$\frac{dV}{dr} = \frac{ee'}{rr}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2r}{cc}\cdot\frac{ddr}{dt^2}\right).$$

Man sieht hieraus, dass

$$\frac{ee'}{r}\left(\frac{1}{cc}\cdot\frac{dr^2}{dt^2} - 1\right)$$

eine Function ist, deren Differentialquotient nach r die Abstossungskraft der beiden Theilchen e und e' darstellt, wenn r ihren Abstand und $\frac{dr}{dt}$ ihre relative Geschwindigkeit, als Functionen der Zeit betrachtet, bezeichnen. Da nun $\frac{ee'}{r}\left(\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2} - 1\right) = 0$ wird, wenn e und e' sich unendlich weit von einander entfernen; so ist $\frac{ee'}{r}\left(\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2} - 1\right)$ das *Potential* der elektrischen Theilchen e und e', d. h. die *Arbeit*, welche verrichtet wird, wenn die beiden Theilchen, unter Einwirkung ihrer Abstossungskraft, aus unendlicher Entfernung bis zur Entfernung r genähert, hier mit der relativen Geschwindigkeit $\frac{dr}{dt}$ anlangen.*)

Es geht daraus zugleich hervor, dass die *Arbeit*, welche bei der Überführung eines Systems von Theilchen e, e', aus einer gewissen Lage und einem gewissen Bewegungszustande, in eine andere Lage und in einen andern Bewegungszustand verrichtet wird, nur von der Lage und Bewegung am Anfang und am Ende abhängig ist, dagegen unabhängig von dem Wege, auf welchem die Überführung erfolgt ist, und unabhängig von den Bewegungszuständen, welche auf diesem Wege statt gefunden haben.

4.

Elektrische Grundgesetze.

Das *Gesetz des elektrischen Potentials* scheint zwar seiner Einfachheit nach den wahren elektrischen Grundgesetzen weit näher zu stehen, als das viel

*) Von diesem Gesetze des elektrischen *Potentials* ist auch Beer in der Einleitung in die Elektrodynamik ausgegangen. Siehe »Einleitung in die Elektrostatik, die Lehre vom Magnetismus und die Elektrodynamik von August Beer. Nach dem Tode des Verfassers herausgegeben von Julius Plücker.« Braunschweig 1865. S. 250. — Das Gesetz des *Potentials* als Grundgesetz an die Spitze zu stellen und das Gesetz der Kraft daraus abzuleiten, dürfte kein Bedenken finden. In manchen Beziehungen lässt sich von der *physischen Existenz der durch das Potential ausgedrückten Arbeit* mit mehr Recht sprechen, als von der *physischen Existenz einer Kraft*, von der man nur sagen kann, dass sie *physische Verhältnisse der Körper zu ändern sucht*.

Digitized by Google

complicirtere *Gesetz der elektrischen Kraft;* jedoch lässt sich auch der Ausspruch jenes Gesetzes noch auflösen in zwei einfachere Gesetze, welche auf folgende Weise ausgesprochen werden können.

Erstes Gesetz. Wenn zwei Theilchen e und e' in zwei Entfernungen r und ϱ in relativer Ruhe oder *in gleicher relativer Bewegung* sich befinden, so verhalten sich die *Arbeiten* V und U, welche verrichtet werden, wenn beide Theilchen unter wechselseitiger Einwirkung aus diesen beiden Entfernungen in unendliche Entfernung gebracht werden, umgekehrt wie diese beiden Entfernungen, d. i.

$$V : U = \varrho : r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Zweites Gesetz. Die Arbeit U, die unter Einwirkung der Kraft, welche die Theilchen e und e' auf einander ausüben, verrichtet wird, wenn diese Theilchen aus einer *bestimmten mit der Grösse ee' proportionalen Entfernung*, $\varrho = \frac{ee'}{a}$, in unendliche Entfernung gebracht werden, bildet *zusammen mit der lebendigen Kraft* x, welche den Theilchen infolge ihrer relativen Bewegung bei der Entfernung ϱ zukam, eine *constante Summe*, nämlich a, d. i.

$$U + x = a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Aus Gleichung (1) folgt nämlich

$$U = \frac{r}{\varrho} V,$$

und hiermit folgt aus Gleichung (2)

$$\frac{r}{\varrho} V + x = a,$$

oder, da $\varrho = \frac{ee'}{a}$ war,

$$V = \frac{ee'}{r}\left(1 - \frac{x}{a}\right).$$

Die relative lebendige Kraft x ist nun aber dem Quadrate der relativen Geschwindigkeit $\frac{dr}{dt}$ proportional, wonach man für a eine neue Constante cc einführen kann, indem man nämlich

Digitized by Google

$$\frac{x}{a} = \frac{1}{cc} \cdot \frac{dr^2}{dt^2}$$ *)

setzt. Alsdann erhält man

$$V = \frac{ee'}{r}\left(1 - \frac{1}{cc} \cdot \frac{dr^2}{dt^2}\right).$$

---

*) Bezeichnen ε und ε' die Massen der Theilchen e und e' und α, β die Geschwindigkeiten von ε in der Richtung r und senkrecht darauf, α', β' dieselben Geschwindigkeiten für ε', wonach $\alpha - \alpha' = \frac{dr}{dt}$ die relative Geschwindigkeit beider Theilchen ist; so ist

$$\frac{1}{2}\varepsilon(\alpha\alpha + \beta\beta) + \frac{1}{2}\varepsilon'(\alpha'\alpha' + \beta'\beta')$$

die ganze den beiden Theilchen zugehörige *lebendige Kraft*. Setzt man nun

$$\text{für } \alpha, \quad \frac{\varepsilon\alpha + \varepsilon'\alpha'}{\varepsilon + \varepsilon'} + \frac{\varepsilon'(\alpha - \alpha')}{\varepsilon + \varepsilon'}$$

$$\text{für } \alpha', \quad \frac{\varepsilon\alpha + \varepsilon'\alpha'}{\varepsilon + \varepsilon'} - \frac{\varepsilon'(\alpha - \alpha')}{\varepsilon + \varepsilon'};$$

so erhält man die ganze lebendige Kraft der beiden Theilchen als Summe zweier Theile folgendermaassen dargestellt, nämlich

$$= \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{(\varepsilon\alpha + \varepsilon'\alpha')^2}{\varepsilon + \varepsilon'} + \varepsilon\beta\beta + \varepsilon'\beta'\beta'\right),$$

wovon der *erstere* Theil, nämlich $\frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'}\frac{dr^2}{dt^2}$, die *relative lebendige Kraft* der beiden Theilchen ist, welche oben mit x bezeichnet worden. a ist nun auch eine relative lebendige Kraft derselben Theilchen, aber bei einer bestimmten relativen Geschwindigkeit c derselben, wonach also $a = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} \cdot cc$ ist. Hieraus ergiebt sich $\frac{x}{a} = \frac{1}{cc} \cdot \frac{dr^2}{dt^2}$, wie oben angegeben worden.

Es möge noch bemerkt werden, dass der *zweite* Theil der obigen Summe, nämlich

$$\frac{1}{2}\left(\frac{(\varepsilon\alpha + \varepsilon'\alpha')^2}{\varepsilon + \varepsilon'} + \varepsilon\beta\beta + \varepsilon'\beta'\beta'\right),$$

nochmals getheilt, wieder als Summe zweier Theile dargestellt werden kann, nämlich

$$= \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} \cdot \frac{ds^2}{dt^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{(\varepsilon\alpha + \varepsilon'\alpha')^2}{\varepsilon + \varepsilon'} + (\varepsilon + \varepsilon')\gamma\gamma\right),$$

wo $\frac{ds}{dt}$ die Geschwindigkeit darstellt, mit welcher die beiden Theilchen gegen einander, im Raume, senkrecht gegen r sich bewegen, während γ die Geschwindigkeit des Schwerpunktes beider Theilchen senkrecht gegen r darstellt. Es ergiebt sich hiernach die ganze den beiden Theilchen zugehörige lebendige Kraft in *drei* Theile zerlegt, nämlich 1) $\frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} \cdot \frac{dr^2}{dt^2}$, 2) $\frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} \cdot \frac{ds^2}{dt^2}$, 3) $\frac{1}{2}\left(\frac{(\varepsilon\alpha + \varepsilon'\alpha')^2}{\varepsilon + \varepsilon'} + (\varepsilon + \varepsilon')\gamma\gamma\right)$, wovon der *erste* Theil, nämlich $\frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} \cdot \frac{dr^2}{dt^2}$, die *relative lebendige Kraft* der beiden Theilchen ist, ferner die *beiden ersten* Theile zusammen, nämlich $\frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'}\left(\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{ds^2}{dt^2}\right)$, die ganze *innere* lebendige Kraft oder die *innere Bewegungsenergie des Systems darstellt*, im Gegensatz zum *dritten* Theile, nämlich $\frac{1}{2}\left(\frac{(\varepsilon\alpha + \varepsilon'\alpha')^2}{\varepsilon + \varepsilon'} + (\varepsilon + \varepsilon')\gamma\gamma\right)$, welcher die *äussere* lebendige Kraft oder die *äussere Bewegungsenergie des Systems* (d. i. die dem Schwerpunkt beider Theilchen zugehörige lebendige Kraft) darstellt.

Digitized by Google

Hier bezeichnet V die Arbeit, welche verrichtet wird, wenn die beiden Theilchen aus der Entfernung r in unendliche Entfernung gebracht werden. Soll V die Arbeit bezeichnen, welche verrichtet wird, wenn die beiden Theilchen aus unendlicher Entfernung in die Entfernung r gebracht werden, was angenommen zu werden pflegt, damit positive Werthe von $\frac{dV}{dr}$ *Abstossung* bedeuten; so ergiebt sich

$$V = \frac{ee'}{r}\left(\frac{1}{cc}\cdot\frac{dr^2}{dt^2} - 1\right),$$

d. i. das *Gesetz des elektrischen Potentials*.

5.

Princip der Erhaltung der Energie für zwei Theilchen, welche ein abgesondertes System bilden.

Die beiden im vorigen Artikel ausgesprochenen Grundgesetze, welche sich bezeichnen lassen als

> das Gesetz der Abhängigkeit des Potentials von der Entfernung, *bei gleicher relativer Bewegung*, und als
> das Gesetz der Abhängigkeit des Potentials von der relativen Bewegung, *bei einer bestimmten Entfernung*,

bedürfen noch einer näheren Erläuterung in Betreff ihres Verhältnisses zu dem Princip der Erhaltung der Energie.

Nach dem Princip der Erhaltung der Energie werden drei Formen der Energie unterschieden, nämlich die *Bewegungsenergie*, die *Potentialenergie* und die *Wärmeenergie*.

Die *Bewegungsenergie* ist der von der vorhandenen Bewegung abhängige Theil der Energie, und es wird eine besondere Bestimmung darüber gegeben, wie er von der Bewegung abhängt, nämlich theils von der Grösse der bewegten Masse, theils von der Geschwindigkeit, mit welcher diese Masse sich bewegt.

Dieselbe Bestimmung gilt auch von der *Wärmeenergie*, wenn nach der mechanischen Wärmetheorie die Wärme als eine *innere Bewegung in den Körpern* betrachtet wird. Handelt es sich aber um ein System zweier *Elementartheilchen*, d. i. solcher Theilchen, in deren *Innerem* keine Bewegung stattfindet,

Digitized by Google

so leuchtet ein, dass bei einem solchen Systeme die Wärmeenergie wegfällt, und dass blos die *Bewegungsenergie* und die *Potentialenergie* übrig bleiben.

Die *Potentialenergie* endlich ist der von dem vorhandenen Potentiale abhängige Theil der Energie, und es bedarf für die Potentialenergie einer näheren Bestimmung, *wie sie vom Potential abhängt*, gerade so, wie es für die Bewegungsenergie einer näheren Bestimmung bedurfte, wie sie von der Bewegung abhinge.

Eine solche nähere Bestimmung ist nun gegeben worden, indem man die *Potentialenergie* (abgesehen vom Vorzeichen) *dem Potential gleich* gesetzt hat.*)

Die Berechtigung zu dieser Bestimmung fand man darin, dass das Potential eine der Bewegungsenergie homogene Grösse ist, welche, wenn sie negativ genommen und zu der Bewegungsenergie hinzugefügt wird, stets die nämliche Summe giebt, so lange beide Theilchen ein *abgesondertes* System bilden, welches weder von Aussen Energie mitgetheilt erhält, noch nach Aussen abgiebt.

Hat man z. B. ein System zweier ponderabelen Theilchen m, m', so ist das *Potential*

$$V = \frac{mm'}{r},$$

und die *innere* lebendige Kraft, oder *die innere Bewegungsenergie des Systems*, ist

$$W = \frac{1}{2}\frac{mm'}{m+m'}\cdot(uu + \alpha\alpha),$$

wenn $u = \frac{dr}{dt}$ die relative Geschwindigkeit der beiden Theilchen, α den Unterschied ihrer Geschwindigkeiten im Raume senkrecht gegen r bezeichnet. Es ergiebt sich aber leicht für ein solches *abgesondertes* System, wenn $r = r_0$ und $\alpha = \alpha_0$ für $u = 0$ gesetzt wird,

---

*) Das Vorzeichen des *Potentials* V wird so bestimmt, dass positive Werthe von $\frac{dV}{dr}$ abstossende Kräfte bezeichnen; das Vorzeichen der *Potentialenergie* richtet sich nach dem Vorzeichen der Arbeit, welche infolge der Wechselwirkung der Theilchen verrichtet wird, während die beiden Theilchen aus der Entfernung r in unendliche Entfernung gebracht werden. Für zwei ponderabele Theilchen m, m' ist daher das Potential $V = \frac{mm'}{r}$, die Potentialenergie $= -\frac{mm'}{r}$. Für zwei elektrische Theilchen e, e' ist das Potential $= \frac{ee'}{r}\left(\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2} - 1\right)$, die Potentialenergie $= \frac{ee'}{r}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right)$.

Digitized by Google

$$uu = \frac{r_0 - r}{r_0}\left(\frac{2(m+m')}{r} - \frac{r_0 + r}{r_0}\alpha\alpha\right)^{*}),$$

folglich die Summe

$$W - V = -\frac{mm'}{r_0} + \frac{1}{2}\frac{mm'}{m+m'}\cdot\alpha_0\alpha_0.$$

Diese Summe behält immer denselben Werth, so lange als die Werthe von r_0 und α_0 unverändert bleiben, d. h. so lange das System der beiden Theilchen weder Energie von Aussen mitgetheilt erhält, noch nach Aussen abgiebt. — Die *äussere Bewegungsenergie* bildet bei einem solchen abgesonderten Systeme *eine constante Summe für sich.* —

Dasselbe gilt nun auch ferner für zwei *elektrische* Theilchen e, e', deren Potential negativ genommen, zu ihrer Bewegungsenergie hinzugefügt, gleichfalls immer die nämliche Summe giebt, so lange beide Theilchen ein *abgesondertes* System bilden.

Denn man hat für ein solches System zweier elektrischen Theilchen das *Potential*

$$V = \frac{ee'}{r}\left(\frac{uu}{cc} - 1\right),$$

ferner die *innere Bewegungsenergie des Systems*

*) Die Kraft, mit welcher die beiden Theilchen auf einander wechselseitig wirken, nämlich $\frac{dV}{dr}$, mit m dividirt, giebt die Beschleunigung des Theilchens m, $= \frac{1}{m}\frac{dV}{dr}$; mit m' dividirt, die Beschleunigung des Theilchens m', $= \frac{1}{m'}\frac{dV}{dr}$; folglich ist der von ihrer Wechselwirkung herrührende Theil der relativen Beschleunigung beider Theilchen $= \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m'}\right)\frac{dV}{dr}$, während derjenige Theil der relativen Beschleunigung beider Theilchen, welcher von ihrer Drehung um einander herrührt, durch $\frac{\alpha\alpha}{r}$ ausgedrückt wird. Zieht man nun den letzteren Theil von der ganzen Beschleunigung $\frac{du}{dt}$ ab, so erhält man folgende Gleichung

$$\frac{du}{dt} - \frac{\alpha\alpha}{r} = \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m'}\right)\frac{dV}{dr}.$$

Setzt man für den Augenblick, wo $u = 0$ ist, $r = r_0$ und $\alpha = \alpha_0$, so ergiebt sich für den Fall, dass auf die beiden Theilchen blos die von ihrer Wechselwirkung herrührenden Anziehungskräfte wirken,

$$\alpha r = \alpha_0 r_0.$$

Hiernach ergiebt sich durch Integration obiger Differentialgleichung, nachdem sie mit $2dr = 2udt$ multiplicirt worden,

$$uu + \alpha_0\alpha_0 r_0 r_0\left(\frac{1}{rr} - \frac{1}{r_0 r_0}\right) = 2\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m'}\right)\left(\frac{mm'}{r} - \frac{mm'}{r_0}\right)$$

und hieraus

$$uu = \frac{r_0 - r}{r}\left(\frac{2(m+m')}{r_0} - \frac{r_0 + r}{r}\alpha_0\alpha_0\right) = \frac{r_0 - r}{r_0}\left(\frac{2(m+m')}{r} - \frac{r_0 + r}{r_0}\alpha\alpha\right).$$

Digitized by Google

$$W = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}(uu + \alpha\alpha) = \frac{ee'}{\varrho cc}(uu + \alpha\alpha),$$

wenn $u = \frac{dr}{dt}$ die relative Geschwindigkeit der beiden Theilchen, α den Unterschied ihrer Geschwindigkeiten im Raume senkrecht gegen r bezeichnet. Es ergiebt sich aber leicht für ein solches *abgesondertes* System, wenn $r = r_0$ und $\alpha = \alpha_0$ für $u = 0$ gesetzt wird,

$$\alpha = \frac{r_0}{r}\alpha_0$$

$$uu = \frac{r - r_0}{r - \varrho}\left(\frac{\varrho}{r_0}cc + \frac{r_0 + r}{r}\alpha_0\alpha_0\right)^*),$$

folglich die Summe

$$W - V = \frac{ee'}{r_0} + \frac{ee'}{\varrho}\cdot\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc} = \frac{ee'}{r_0} + \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}\cdot\alpha_0\alpha_0.$$

Auch diese Summe behält denselben Werth, so lange die Werthe von r_0 und α_0 unverändert bleiben, d. h. so lange das System beider Theilchen weder Energie von Aussen mitgetheilt erhält, noch nach Aussen abgiebt**). — *Für die äussere Bewegungsenergie gilt bei einem abgesonderten Systeme für zwei elektrische Theilchen dasselbe wie für zwei ponderabele Theilchen.* —

6.

Ausdehnung des Princips der Erhaltung der Energie auf zwei elektrische Theilchen, welche kein abgesondertes System bilden.

Setzt man die Potentialenergie, wie es im vorhergehenden Artikel geschehen, dem Potentiale entgegengesetzt gleich, so gilt das Princip der Erhaltung der Energie für zwei Theilchen nur so lange, als diese beiden

*) Siehe Artikel 11.

**) In der sehr lehrreichen Schrift des Herrn Tait: »Sketch of thermodynamics. Edinburgh 1868«, findet sich Seite 76, mit Beziehung auf die von Riemann und Lorenz in Poggendorff's Annalen 1867 erschienenen Untersuchungen, folgende Stelle: »But the investigations of these authors are entirely based on Weber's inadmissible theory of the forces exerted on each other by *moving electric particles*, for wich the conservation of energy is not true — while Maxwell's result is in perfect consistence with that great principle.« Diese Behauptung des Herrn Tait erscheint mit Obigem in Widerspruch. Herr Tait hat Seite 56 desselben Werkes angeführt, dass Helmholtz die Lehre von der Energie auf Newton's Princip und auf folgendes *Postulat* gegründet habe: »Matter consists of ultimate particles which exert upon each other forces whose directions are those of the lines joining each pair of particles, and whose magnitudes depend solely on the distances between the particles.« Es leuchtet der Widerspruch des elektrischen Grundgesetzes *mit diesem Postulate* wohl ein, aber keineswegs *mit dem Principe der Erhaltung der Energie*, was Herr Tait verwechselt zu haben scheint.

Digitized by Google

Theilchen ein *abgesondertes* System bilden, d. h. so lange, als das System beider Theilchen weder Energie von Aussen mitgetheilt erhält, noch nach Aussen abgiebt.

War die *ganze* Energie eines solchen *abgesonderten* Systems zweier Theilchen $= A$, bleibt aber dieses System nicht abgesondert, sondern wird ihm von Aussen die *Bewegungsenergie* $= a$ mitgetheilt, so scheint zu folgen, dass, wenn darauf das System wieder abgesondert würde, die *ganze* Energie wieder constant werden und constant bleiben würde, so lange, als es abgesondert bliebe; dass aber die dem abgesonderten Systeme zukommende *ganze* Energie während seiner letzteren Absonderung den constanten Werth $A + a$ haben würde, also einen um a grösseren Werth, als während seiner früheren Absonderung. Es ist hiermit aber die Unmöglichkeit der Ausdehnung des Princips der Erhaltung der Energie auf zwei elektrische Theilchen, welche kein abgesondertes System bilden, noch keineswegs vollständig bewiesen.

Denn streng genommen ist dies nur unter der Voraussetzung bewiesen, dass die *Potentialenergie* des Systems blos von der *Entfernung* beider Theilchen abhänge; wenn dagegen die *Potentialenergie* nicht blos von der Entfernung beider Theilchen, sondern auch von ihrer gegenseitigen *Bewegung* abhängt, so leuchtet ein, dass das System, während es von Aussen die *Bewegungsenergie* $= a$ mitgetheilt erhält, dadurch mittelbar auch eine Aenderung seiner *Potentialenergie* erleiden muss. Es wäre dann also möglich, dass diese mittelbar von Aussen herrührende Aenderung der *Potentialenergie* $= -a$ wäre, so dass die *ganze* Energie (Bewegungsenergie und Potentialenergie zusammen) beider Theilchen, auch wenn sie kein abgesondertes System bilden, immer denselben Werth behielte.

Dies findet nun zwar für ein System *zweier elektrischen Theilchen* wirklich nicht statt, wenn man *die Potentialenergie dem Potentiale entgegengesetzt gleich setzt*, was also jene Ausdehnung des Princips unmöglich machen würde, was selbst aber keineswegs als nothwendig nachgewiesen ist. Im Allgemeinen wurde nämlich nur eine *nähere Bestimmung darüber erfordert, wie die Potentialenergie vom Potentiale abhänge*, wobei nur einleuchtete, dass zwischen Potential und Potentialenergie, weil sie homogene Grössen waren, ein reines Zahlenverhältniss stattfinden müsse. Ob aber dieses Zahlenverhältniss immer das Verhältniss von $+1$ zu -1 sei, oder ob dieses Verhältniss anders zu bestimmen

Digitized by Google

sei, kann noch im Allgemeinen als zweifelhaft betrachtet werden, womit die Möglichkeit jener Ausdehnung des Princips bleibt.

Unter *Potential* zweier Theilchen versteht man nämlich diejenige *Arbeit*, welche infolge der Wechselwirkung beider Theilchen verrichtet wird, während die beiden Theilchen auf beliebige Weise aus unendlicher Entfernung in die vorhandene Entfernung r mit der vorhandenen relativen Geschwindigkeit $\frac{dr}{dt}$ versetzt werden.

Man sieht aber ein, dass *Arbeit* infolge der Wechselwirkung beider Theilchen nicht blos verrichtet werde während der Versetzung aus *grösserer* Entfernung in die Entfernung r, sondern auch während der Versetzung aus *kleinerer* Entfernung in die Entfernung r. Und es liegt gar kein Grund vor, die *dem Systeme zuzuschreibende Energie* blos von *jener Arbeit* und nicht auch von *dieser Arbeit* abhängig zu machen.

Zum Beispiel könnte, wenn *jene Arbeit* nach Art. 4 mit V, *diese Arbeit* mit $\frac{\varrho - r}{\varrho} V$ bezeichnet wird, die dem Systeme zuzuschreibende Potentialenergie der *Differenz beider Arbeiten* gleich sein, nämlich $= \frac{\varrho - r}{\varrho} V - V = -\frac{r}{\varrho} V$. *Diese Differenz beider Arbeiten* ist offenbar die *Arbeit*, welche infolge der Wechselwirkung beider Theilchen während der Versetzung von dem Grenzwerth der *kleineren* Entfernung zum Grenzwerth der *grösseren* Entfernung verrichtet wird, d. i. der Werth, welchen $-V = \frac{ee'}{r}\left(1 - \frac{uu}{cc}\right)$ annimmt, wenn darin r dem Grenzwerthe der *kleineren* Entfernung gleich genommen, oder $r = \varrho$ gesetzt wird, wo ϱ den Grenzwerth der *kleineren* Entfernung bezeichnet. Hiernach ist also diese *Differenz beider Arbeiten* $= \frac{ee'}{\varrho}\left(1 - \frac{uu}{cc}\right) = -\frac{r}{\varrho} V$.

Bei solcher Bestimmung der Potentialenergie für ein System zweier elektrischen Theilchen, wo *jene erstere Arbeit*

$$V = \frac{ee'}{r}\left(\frac{uu}{cc} - 1\right)$$

ist, würde also zur Bestimmung der *letzteren Arbeit* es nur noch der Bestimmung des Werthes von ϱ bedürfen, nämlich der *kleineren Entfernung*, für welche letztere Arbeit gelten soll.

Diese *kleinere Entfernung* muss nun, ebenso *wie jene grössere Entfernung*, *für sich, unabhängig von den vorhandenen Verhältnissen* der beiden Theilchen, bestimmt sein. Für die *grössere Entfernung* war dies dadurch erreicht, dass man

Digitized by Google

ihr einen unendlich grossen Werth beilegte; für die *kleinere Entfernung* lässt sich dasselbe erreichen, wenn man ihr den Werth $= 2\frac{\varepsilon+\varepsilon'}{\varepsilon\varepsilon'}\cdot\frac{ee'}{cc}$ beilegt, eine Entfernung, welche durch die Theilchen e, e', durch ihre Massen ε, ε' und durch die bekannte elektrische Constante c gegeben ist.

Wird nun die kleinere Entfernung diesem Werthe von ϱ gleich gesetzt, so erhält man, da

$$V = \frac{ee'}{r}\left(\frac{uu}{cc}-1\right)$$

$$\frac{\varrho-r}{\varrho}V = \frac{\varrho-r}{\varrho}\cdot\frac{ee'}{r}\left(\frac{uu}{cc}-1\right)$$

war, den gesuchten Werth der *Potentialenergie*

$$-\frac{r}{\varrho}V = -\frac{ee'}{\varrho}\left(\frac{uu}{cc}-1\right) = \frac{1}{2}\frac{ee'}{\varepsilon+\varepsilon'}\left(cc-uu\right).$$

Zu der hier gemachten Unterscheidung zwischen *Potential* und *Potentialenergie* zweier elektrischen Theilchen und der hiernach gegebenen Bestimmung ihres Verhältnisses möge nun auch noch eine ähnliche Bemerkung über den zwischen *lebendiger Kraft* und *Bewegungsenergie* zweier Theilchen zu machenden Unterschied hinzugefügt werden. Denn auch die *Bewegungsenergie* zweier Theilchen braucht nicht nothwendig der *ganzen beiden Theilchen zugehörigen lebendigen Kraft* gleichgesetzt zu werden, sondern es wird im Allgemeinen nur eine *nähere Bestimmung darüber erfordert, in welcher Beziehung die Bewegungsenergie zweier Theilchen zur ganzen den beiden Theilchen zugehörigen lebendigen Kraft stehe.*

Die *ganze den beiden Theilchen zugehörige lebendige Kraft* ist nun in der Note Artikel 4 als Summe zweier Theile dargestellt worden, wovon der *erstere* Theil, nämlich $\frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}\frac{dr^2}{dt^2}$, die *relative lebendige Kraft* der beiden Theilchen genannt wurde. Der *andere* Theil war derjenige, welcher beiden Theilchen zukam infolge ihrer Drehung umeinander im Raume und infolge der Bewegung ihres Schwerpunktes im Raume.

Geht man nun bei der Feststellung des Begriffes der *Energie* zweier Theilchen davon aus, dass das *Princip der Erhaltung der Energie* zweier Theilchen im Wesen der beiden Theilchen begründet sein soll, und zwar *im Wesen der beiden Theilchen als abgesondertes System betrachtet*, so leuchtet ein, dass zu diesem Zwecke der Begriff der *Energie* zweier Theilchen ganz unabhängig von den Beziehungen, in welche diese Theilchen zu allen andern Körpern

Digitized by Google

im Raume stehen mögen) nur von den im Systeme beider Theilchen als solchem dargebotenen Verhältnissen abhängig gemacht werden dürfe.

Wendet man diesen Grundsatz nun auf die *Bewegungsenergie* zweier Theilchen an, wie es soeben in Beziehung auf die *Potentialenergie* geschehen ist; so sieht man, dass die *Bewegungsenergie* von dem *ersten* Theile der ganzen den beiden Theilchen angehörigen lebendigen Kraft, nämlich von der *relativen lebendigen Kraft* der beiden Theilchen abhängig gemacht werden dürfe, aber nicht von dem *zweiten* Theile der ganzen lebendigen Kraft, welche nämlich den beiden Theilchen nur infolge ihrer Drehung umeinander im Raume und infolge der Bewegung ihres Schwerpunktes im Raume zukommt, weil dieser Theil von Verhältnissen abhängt, welche von den Theilchen selbst unmittelbar nicht dargeboten sind. Denn die beiden Theilchen für sich allein betrachtet, bieten in räumlicher Beziehung unmittelbar nichts dar als ihren Abstand, woraus keine Kenntniss von Drehung oder Fortbewegung des Schwerpunktes im Raume zu entnehmen ist.

Es soll daher in Folgendem unter *Bewegungsenergie* zweier Theilchen nicht die ganze den beiden Theilchen zugehörige lebendige Kraft, sondern nur die *relative lebendige Kraft* der beiden Theilchen verstanden werden.

Hiernach würde nun aber, wie man leicht ersieht, das System zweier elektrischen Theilchen e, e', während es von Aussen die *Bewegungsenergie* $= a$ mitgetheilt erhielte, wirklich eine Aenderung seiner *Potentialenergie* $= -a$ erleiden, so dass die *ganze Energie* des Systems beider Theilchen immer denselben Werth behielte, sowohl wenn die beiden Theilchen ein abgesondertes System, als auch wenn sie kein abgesondertes System bilden. Denn setzt man die von Aussen mitgetheilte *Bewegungsenergie*

$$a = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'} vv\,,$$

während die *vor* dieser Mittheilung vorhandene *Bewegungsenergie* der Theilchen

$$= \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'} \cdot u_0 u_0$$

war, so ist die *nach* dieser Mittheilung vorhandene *Bewegungsenergie*

$$\frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'} uu = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'} (u_0 u_0 + vv)\,;$$

folglich ist die *Potentialenergie vor jener Mittheilung*

Digitized by Google

$$-\frac{r}{\varrho}V_0 = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}(cc - u_0u_0),$$

die *Potentialenergie nach jener Mittheilung* dagegen

$$-\frac{r}{\varrho}V = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}(cc-uu) = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}(cc-u_0u_0) - \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}vv,$$

also ist die infolge jener mitgetheilten *Bewegungsenergie* $= +a$ eingetretene Aenderung der *Potentialenergie*

$$= -\frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}vv = -a.$$

7.

Anwendbarkeit auf andere Körper.

Unterscheidet man zwischen Potential und Potentialenergie zweier elektrischen Theilchen auf die im vorigen Artikel angegebene Weise, wonach nämlich

> das *Potential* diejenige *Arbeit* ist, welche infolge der Wechselwirkung beider Theilchen verrichtet wird, während die beiden Theilchen aus unendlicher Entfernung in die vorhandene Entfernung r mit der vorhandenen relativen Geschwindigkeit $\frac{dr}{dt}$ versetzt werden;
>
> die *Potentialenergie* dagegen die *negativ* genommene *Arbeit* ist, welche infolge der Wechselwirkung beider Theilchen verrichtet wird, während die beiden Theilchen *aus der grösseren Entfernung* $r = \infty$ *in die kleinere* $r = \varrho$, welche durch die Theilchen e, e', ihre Massen ε, ε' und durch die Constante c *gegeben ist*, mit der vorhandenen relativen Geschwindigkeit $\frac{dr}{dt}$ versetzt werden;

so kann letztere, nämlich die *Potentialenergie in der angegebenen Bedeutung*, in zwei Theile zerlegt werden, wovon der eine dem *Potential* entgegengesetzt gleich, folglich diejenige Grösse ist, welche *früher allein als Potentialenergie* bezeichnet worden, und welche von jetzt an, nur als Theil der Potentialenergie betrachtet, die *freie Potentialenergie* heissen möge. Der übrig bleibende Rest ist der zweite Theil, welcher die *latente Potentialenergie* heissen möge.

Es lässt sich alsdann das Princip der Erhaltung der Energie *erstens* im früheren *weiteren Sinne* folgendermaassen aussprechen:

> für ein *abgesondertes* System zweier Theilchen ist die Summe der *Bewegungsenergie* und der *freien Potentialenergie* immer gleich.

Digitized by Google

Denn, so lange keine Bewegungsenergie von Aussen mitgetheilt noch nach Aussen abgegeben wird, wird jede Aenderung der freien Potentialenergie durch eine entgegengesetzt gleiche Aenderung der Bewegungsenergie ersetzt.

Es lässt sich aber alsdann auch *zweitens* das Princip der Erhaltung der Energie im *engeren Sinne* (wenn hierbei Potentialenergie und Bewegungsenergie in der eben festgesetzten Bedeutung genommen werden) folgendermaassen aussprechen:

> die *relative Bewegungsenergie* zweier Theilchen und die ihnen bei dieser Bewegungsenergie zukommende *ganze Potentialenergie* bilden zusammen eine stets gleiche Summe, das System möge abgesondert sein oder nicht.

Hieran lassen sich nun folgende Bemerkungen knüpfen:

1) einem Theilchen für sich allein betrachtet kommt blosse *Bewegungsenergie* zu;
2) zweien Theilchen kommt zunächst ebenfalls Bewegungsenergie zu, welche die Summe von denen ist, die ihnen einzeln betrachtet zukommen;
3) diese Summe besteht aus einem Theile A, der theils *ihrem Schwerpunkte* zugeschrieben werden kann, theils der Drehung der beiden Theilchen im Raume um einander, und aus einem Theile B, welcher beiden Theilchen für sich allein betrachtet *relativ gegen einander* zukommt. Dieser letztere Theil B heisst die *relative Bewegungsenergie oder die des Systems beider Theilchen.*
4) In dem *Systeme beider Theilchen* ist aber ausser seiner Bewegungsenergie noch Etwas vorhanden, was beiden Theilchen einzeln nicht zukommt, nämlich eine grössere oder geringere *Arbeitsfähigkeit*, infolge der Wechselwirkung beider Theilchen auf einander. Das *Maass dieser Arbeitsfähigkeit* wird mit dem Namen *Potentialenergie des Systems* oder *relative Potentialenergie der beiden Theilchen* bezeichnet, und zwar dient zu diesem *Maasse der Arbeitsfähigkeit* diejenige Arbeit, welche verrichtet wird, infolge der Wechselwirkung der beiden Theilchen, während ihrer Versetzung *aus der kleineren Entfernung* $r = \varrho$ *in die grössere* $r = \infty$, wo ϱ durch die Theilchen e, e' selbst, durch ihre Massen ε, ε' und durch die Constante c bestimmt ist.
5) Das auf die oben angegebene Weise näher bestimmte Princip der Erhaltung der Energie findet nun aber auf zwei Theilchen nur dann

Digitized by Google

Anwendung, wenn das *Potential* der beiden Theilchen von gleicher Form ist, wie das zweier elektrischen Theilchen, nämlich

$$V = \frac{ee'}{r}\left(\frac{1}{cc}\cdot\frac{dr^2}{dt^2} - 1\right).$$

Das *Potential* zweier ponderabelen Theilchen m, m' ist dagegen

$$V = \frac{mm'}{r},$$

was (abgesehen vom Vorzeichen) unter jener Form nur subsumirt werden kann, wenn der Werth der Constanten c für ponderabele Theilchen unendlich gross ist; doch leuchtet ein, dass in der Wirklichkeit genügen wird, der Constanten c nur einen sehr grossen Werth zuzuschreiben, statt eines unendlich grossen Werthes, um in keinen nachweisbaren Widerspruch mit der Erfahrung zu gerathen. Und bei dem ausserordentlich grossen Werthe, der auch für elektrische Theilchen der Constanten c zugeschrieben werden muss, scheint es für ponderabele Körper, zur Vermeidung aller nachweisbaren Widersprüche, gar nicht nöthig, einen andern Werth anzunehmen, sondern es dürfte gestattet sein, für zwei ponderabele Theilchen m, m' das *Potential*

$$V = \frac{mm'}{r}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right)$$

zu setzen, und darin der Constanten c *denselben Werth wie im Potential elektrischer Theilchen* beizulegen.

Sollten aber auch künftige feinere Beobachtungsresultate ergeben, dass eine solche Gleichsetzung des Werthes der Constanten c für ponderabele Theilchen nicht gestattet sei; so würde immer übrig bleiben, für ponderabele Theilchen der Constanten c einen noch grösseren Werth beizulegen, der leicht so gross genommen werden kann, dass jeder nachweisbare Widerspruch mit der Erfahrung vollkommen verschwindet.

ÜBER DIE BEWEGUNGEN ZWEIER ELEKTRISCHEN THEILCHEN DURCH WECHSELWIRKUNG.

8.

Durch das elektrische Grundgesetz wird die Wirkung bestimmt, welche irgend ein Theilchen auf ein anderes unter beliebigen Verhältnissen ausübt. Als nächstliegende und einfachste Anwendung, welche dieses Gesetz finden

Digitized by Google

kann, scheint sich die Entwickelung der Bewegungsgesetze zweier Theilchen unter wechselseitigem Einflusse darzubieten; es hat aber ein grösseres praktisches Interesse gehabt, zunächst die Vertheilungsgesetze ruhender Elektricität in Conductoren, und die Gesetze der von strömender Elektricität in einem geschlossenen Leiter, durch die in einem andern Leiter strömende Elektricität, auf diesen letzteren Leiter ausgeübten Kräfte, sowie die Gesetze der von geschlossenen Strömen (oder von Magneten) auf die Elektricität in geschlossenen Leitern ausgeübten (elektromotorischen) Kräfte zu entwickeln, weil die Resultate dieser Entwickelungen directe Prüfungen und Bestätigungen durch die Erfahrung gestatteten. Fehlt nun auch dieses wichtige praktische Interesse der Entwickelung der Bewegungsgesetze zweier Theilchen unter blossem wechselseitigen Einflusse; so dürften doch manche Resultate derselben in andern Beziehungen Aufmerksamkeit verdienen.

Das Interesse an diesen Resultaten betrifft nämlich vorzugsweise die *Molecularbewegungen* zweier Theilchen, welche von aller directen experimentellen Forschung ausgeschlossen sind, und für welche daher der Anwendung des aufgestellten Gesetzes, insofern es als Erfahrungsgesetz betrachtet wird, keine Berechtigung zugeschrieben werden kann. Die Entwickelung der *Molecularbewegungen* zweier Theilchen nach dem aufgestellten Gesetze darf daher nur als ein *Versuch* betrachtet werden, für die Theorie der Molecularbewegungen, an der es noch gänzlich fehlt, einen Leitfaden zu gewinnen, der für sich allein freilich nicht genügt, sondern noch einer wesentlichen Ergänzung bedarf. Denn ohne die Kenntniss und genaue Berücksichtigung der ohne Zweifel bei den Molecularbewegungen zur Mitwirkung kommenden, *auf Molecularentfernungen beschränkten Molecularkräfte* kann den sich ergebenden Resultaten keine genaue *quantitative*, sondern nur innerhalb gewisser Schranken eine Art *qualitativer* Geltung zugeschrieben werden, welche nur für die erste Recognoscirung des Gebietes Bedeutung habe.

9.

Bewegungen zweier elektrischen Theilchen in Richtung der sie verbindenden Geraden.

Für zwei blos unter wechselseitigem Einfluss sich bewegende Theilchen e, e' hat man nach den Grundgesetzen Artikel 4, wenn

Digitized by Google

$$\varrho = 2\left(\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon'}\right)\frac{ee'}{cc}, \qquad x = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}\cdot\frac{dr^2}{dt^2}, \qquad a = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}\cdot cc$$

gesetzt wird, und wenn daselbst die Vorzeichen von U und V negativ genommen werden, um die *Potentiale* damit zu bezeichnen,

$$V:U = 2\left(\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon'}\right)\frac{ee'}{cc}:r$$

$$-U+\frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}\cdot\frac{dr^2}{dt^2} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}\cdot cc;$$

folglich

$$V = \frac{2}{r}\left(\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon'}\right)\frac{ee'}{cc}\cdot U = \frac{ee'}{r}\left(\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}-1\right).$$

Findet *keine Drehungsbewegung der beiden Theilchen um einander* im Raume statt; so ist $\frac{1}{\varepsilon}\frac{dV}{dr}$ die Beschleunigung des Theilchens e in Richtung von r, und $\frac{1}{\varepsilon'}\frac{dV}{dr}$ ist die Beschleunigung des Theilchens e' in entgegengesetzter Richtung. Man erhält hiernach die *relative Beschleunigung* beider Theilchen

$$\frac{ddr}{dt^2} = \left(\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon'}\right)\frac{dV}{dr},$$

und hieraus durch Integration von $r = r_0$ bis $r = r$, wenn der Werth von r, in dem Augenblicke, wo $\frac{dr}{dt} = u = 0$ ist, mit r_0 bezeichnet wird, da $\varrho = 2\left(\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon'}\right)\frac{ee'}{cc}$ gesetzt worden,

$$\frac{dr^2}{dt^2} = uu = \frac{r-r_0}{r-\varrho}\cdot\frac{\varrho}{r_0}\cdot cc.$$

$\frac{\varrho}{r_0}$ hat stets einen von Null verschiedenen positiven oder negativen Werth; denn $\varrho = 2\left(\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon'}\right)\frac{ee'}{cc}$ hat einen gegebenen endlichen, wenn auch sehr kleinen Werth, welcher positiv oder negativ ist, je nachdem ee' positiv oder negativ ist, und $r_0 = \frac{r}{1+\frac{uu}{cc}\cdot\frac{r-\varrho}{\varrho}}$ hat ebenfalls einen von Null verschiedenen positiven oder negativen Werth, weil die anfänglichen Werthe von r und uu, aus denen r_0 bestimmt werden soll, *positive und messbare Grössen* sein müssen, welche durch Beobachtung bestimmt gedacht werden.

Ist $\frac{\varrho}{r_0}$ positiv, indem Zähler und Nenner positiv sind, so sind alle Bewegungen auf die Entfernungen ausserhalb der Strecke ϱr_0 beschränkt und

Digitized by Google

zerfallen in *Fernbewegungen* und *Molecularbewegungen*, die von einander durch die Strecke ϱr_0 geschieden sind.

Ist $\frac{\varrho}{r_0}$ aber positiv, indem Zähler und Nenner negativ sind; so erstrecken sich die Bewegungen über alle möglichen Entfernungen, weil die Strecke ϱr_0 ausserhalb der möglichen Entfernungen liegt.

Ist $\frac{\varrho}{r_0}$ negativ, wo die Strecke ϱr_0 theils *ausserhalb*, theils *innerhalb* der möglichen Entfernungen liegt; so sind alle Bewegungen auf den *innerhalb* möglicher Entfernungen liegenden Theil der Strecke ϱr_0 beschränkt, und sind, wenn ϱ positiv und r_0 negativ ist, *Molecularbewegungen*.

Es ergiebt sich hiernach, wenn ϱ und r_0 positiv sind, *erstens*, dass kein Übergang von *Fernbewegungen* zu *Molecularbewegungen* stattfindet; *zweitens*, dass uu immer kleiner bleibt als cc, wenn es anfangs kleiner war; *drittens*, dass, wenn $uu < cc$, r und r_0 (beide zugleich) entweder grösser oder kleiner als ϱ sind.

Hält man sich blos an die Erfahrung, so können einige dieser relativen Bewegungen der beiden Theilchen von der Betrachtung ganz ausgeschlossen werden; denn es leuchtet ein, dass in der Wirklichkeit unendlich grosse relative Geschwindigkeiten gar nicht vorkommen, im Gegentheil ist $\frac{1}{cc} \cdot \frac{dr^2}{dt^2}$ fast immer als ein sehr kleiner Bruch zu betrachten.

Diese aus der Natur entnommene Beschränkung ist auch stillschweigend zum Grunde gelegt, wenn $V = \frac{ee'}{r}\left(\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2} - 1\right)$ als *Potential* angenommen wird, welches $= 0$ sein soll für einen unendlich grossen Werth von r. Denn wäre $\frac{dr^2}{dt^2}$ unendlich gross, so könnte $\frac{ee'}{r}\left(\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2} - 1\right)$ auch für einen unendlich grossen Werth von r einen von Null verschiedenen Werth haben.

Ist aber der Werth von $\frac{dr^2}{dt^2}$ niemals unendlich gross, so muss es einen endlichen Werth geben, den $\frac{dr^2}{dt^2}$ niemals überschreitet. Als ein solcher Werth mag cc angenommen werden.

Diese Beschränkung der relativen Geschwindigkeiten vorausgesetzt, ist r_0 immer positiv, und es giebt für jeden Werth von r_0 nur eine einzige stetig zusammenhängende Reihe zusammengehöriger Werthe von r und $\frac{dr^2}{dt^2}$, und zwar erstrecken sich

wenn ϱ positiv und $r_0 > \varrho$ ist,

Digitized by Google

die zusammengehörigen Werthe von r und $\frac{dr^2}{dt^2}$ von $r = r_0$ bis $r = \infty$ und von $\frac{dr^2}{dt^2} = 0$ bis $\frac{dr^2}{dt^2} = \frac{\varrho}{r_0}$. Die betreffenden Bewegungen sind *Fernbewegungen*.

Ist ϱ positiv und $r_0 < \varrho$, oder ist ϱ negativ;

so erstrecken sich die zusammengehörigen Werthe von $r = r_0$ bis $r = 0$ und von $\frac{dr^2}{dt^2} = 0$ bis $\frac{dr^2}{dt^2} = cc$. Die betreffenden Bewegungen sind im erstern Falle, wenn ϱ positiv und $r_0 < \varrho$ ist, und desgleichen im zweiten Falle, wenn ϱ negativ und $r_0 < \varrho$ ist, *Molecularbewegungen;* wenn aber im zweiten Falle $r_0 > \varrho$ ist, sind die betreffenden Bewegungen theils *Fernbewegungen*, theils *Molecularbewegungen*.

Unter der angegebenen Beschränkung der Bewegungen erhält man also für zwei blos unter wechselseitigem Einfluss sich bewegende Theilchen e, e', *wenn keine Drehungsbewegung der Theilchen um einander* im Raume stattfindet, folgende Bewegungsgleichung, nämlich wenn $\frac{dr}{dt} = u$ gesetzt wird,

$$\frac{uu}{cc} = \frac{r - r_0}{r - \varrho} \cdot \frac{\varrho}{r_0},$$

wo ϱ einen durch die Theilchen e, e', ihre Massen ε, ε' und durch die Constante cc gegebenen Werth hat, und r_0 eine, nach dieser Gleichung selbst, aus dem positiv und von ϱ verschiedenen, sonst beliebig anzunehmenden, Anfangswerth von r, und aus dem positiv und kleiner als cc, sonst beliebig anzunehmenden, Anfangswerth von uu zu bestimmende Constante bezeichnet.

10.

Zwei Aggregatzustände eines Systems von zwei gleichartigen Theilchen.

Für zwei gleichartige Theilchen hat ϱ einen positiven Werth. Da nun ferner für jeden Werth von r die relative Geschwindigkeit u zwei entgegengesetzt gleiche Werthe annehmen kann; so kann, obiger Gleichung $\frac{uu}{cc} = \frac{r - r_0}{r - \varrho} \cdot \frac{\varrho}{r_0}$ gemäss,

entweder r *zuerst* abnehmen von $r = \infty$ bis $r = r_0$, und dabei nimmt u zu von $u = -c\sqrt{\frac{\varrho}{r_0}}$ bis $u = 0$; *sodann* wird

r wieder zunehmen von $r = r_0$ bis $r = \infty$, und dabei nimmt u zu von $u = 0$ bis $u = +c\sqrt{\frac{\varrho}{r_0}}$;

Digitized by Google

oder es kann r *zuerst* abnehmen von $r = r_0$ bis $r = 0$, und dabei nimmt u ab von $u = 0$ bis $u = -c$; *sodann* wird

r wieder zunehmen von $r = 0$ bis $r = r_0$, und dabei nimmt u ab von $u = +c$ bis $u = 0$.

Man sieht leicht, dass die *erstere* Bewegung *keine wiederkehrende* ist; denn nachdem die Entfernung r von beliebiger Grösse bis r_0 abgenommen hat, wächst sie wieder und zwar bis ins Unendliche, d. h. sie nimmt niemals wieder ab. Die *letztere* Bewegung ist dagegen eine *wiederkehrende*, indem die Entfernung r abwechselnd von r_0 bis 0 abnimmt und abwechselnd von 0 bis r_0 wieder zunimmt.

Im Augenblicke, wo $r = 0$ wird, scheint zwar im Werthe der Geschwindigkeit u ein Sprung einzutreten von $-c$ zu $+c$; in der That findet aber kein Sprung statt, weil $-c$ bei verschwindendem r dieselbe Geschwindigkeit bezeichnet, wie $+c$ bei dem von Null an wachsenden r.

Diese beiden Bewegungen sind ferner von einander dadurch unterschieden, dass *kein Übergang* von der einen zur andern stattfindet; denn ein solcher Übergang würde nach obiger Gleichung für die Strecke ρr_0 oder $r_0 \rho$ nur durch imaginäre Werthe von u vermittelt werden.

Auf diese Trennung der beiden Bewegungszustände lässt sich nun die Unterscheidung *zweier Aggregatzustände eines Systems von zwei gleichartigen Theilchen* begründen, nämlich eines Aggregatzustandes, bei welchem die beiden Theilchen sich nur in *Fernbewegung* befinden können, und eines Aggregatzustandes, bei welchem die beiden Theilchen sich nur in *Molecularbewegung* befinden können. Einen Übergang von dem einen Aggregatzustande zu dem andern giebt es nicht, so lange beide Theilchen sich nur unter wechselseitigem Einflusse bewegen.

Zu bemerken ist nur noch der Umstand, dass hierbei vorausgesetzt worden, dass die beiden Theilchen, im Raume betrachtet, keine andere Bewegung haben, als nach der Richtung r; jedoch wird in den folgenden Artikeln auch der entgegengesetzte Fall betrachtet werden.

Digitized by Google

11.

Bewegungen zweier elektrischen Theilchen, welche im Raume, in einer Richtung senkrecht auf die sie verbindende Gerade, ungleiche Geschwindigkeiten besitzen.

Bezeichnet α den Unterschied der Geschwindigkeiten, welche zwei elektrische Theilchen e und e', bei der Entfernung r von einander, im Raume in einer Richtung senkrecht auf die sie verbindende Gerade r besitzen, so ergiebt sich $\frac{\alpha\alpha}{r}$ als der von α abhängige Theil der relativen Beschleunigung $\frac{du}{dt}$.

Bringt man diesen Theil $\frac{\alpha\alpha}{r}$ von der ganzen Beschleunigung $\frac{du}{dt}$ in Abrechnung, so giebt die Differenz $\left(\frac{du}{dt} - \frac{\alpha\alpha}{r}\right)$ denjenigen Theil der relativen Beschleunigung der beiden Theilchen, welcher von den Kräften herrührt, die sie auf einander ausüben. Nach Artikel 9 war dieser letztere Theil $= \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon'}\right)\frac{dV}{dr}$, wonach folgende Gleichung erhalten wird:

$$\frac{du}{dt} - \frac{\alpha\alpha}{r} = \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon'}\right)\frac{dV}{dr}.$$

Multiplicirt man diese Gleichung mit $udt = dr$, so erhält man

$$udu - \alpha\alpha\frac{dr}{r} = \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon'}\right)\cdot\frac{dV}{dr}dr,$$

und hieraus folgt durch Integration, von dem Augenblicke an gerechnet, wo $u = 0$ ist, wenn der Werth von r in diesem Augenblicke mit r_0 bezeichnet wird,

$$\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon'}\right)(V - V_0) = \tfrac{1}{2}uu - \int_{r_0}^{r}\frac{\alpha\alpha}{r}dr,$$

wo $V = \frac{ee'}{r}\left(\frac{uu}{cc} - 1\right)$ und $V_0 = -\frac{ee'}{r_0}$ ist, wo aber, um die letzte Integration auszuführen, $\alpha\alpha$ als Function von r dargestellt werden muss.

Nun ist $r\cdot\alpha dt$ das von der Verbindungslinie der beiden Theilchen, welche durch Abstossungs- oder Anziehungskräfte auf einander wirken, bei der Bewegung des einen Theilchens um das andere in dem Zeitelement dt beschriebene Flächenelement, welches für gleiche Zeitelemente dt immer gleichen Werth behält, woraus $r\alpha dt = r_0\alpha_0 dt$ folgt. Setzt man also hiernach

$$\alpha\alpha = r_0 r_0 \alpha_0\alpha_0\cdot\frac{1}{rr}$$

Digitized by Google

im letzten Gliede der obigen Gleichung ein, und führt dann die Integration aus; so erhält man folgende Gleichung:

$$2\left(\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon'}\right)\frac{ee'}{cc}\left(\frac{r-r_0}{rr_0}+\frac{1}{r}\cdot\frac{uu}{cc}\right)=\frac{uu}{cc}+\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc}\cdot\frac{r_0r_0-rr}{rr},$$

woraus, wenn $2\left(\frac{1}{\varepsilon}+\frac{1}{\varepsilon'}\right)\frac{ee'}{cc}=\varrho$ gesetzt wird, die Bewegungsgleichung

$$\frac{uu}{cc}=\frac{r-r_0}{r-\varrho}\left(\frac{\varrho}{r_0}+\frac{r+r_0}{r}\cdot\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc}\right)$$

erhalten wird. Wird dieser Werth von $\frac{uu}{cc}$ in die Gleichung

$$V=\frac{ee'}{r}\left(\frac{uu}{cc}-1\right)$$

gesetzt, so erhält man

$$V=\frac{ee'}{r}\left[\frac{r-r_0}{r-\varrho}\left(\frac{\varrho}{r_0}+\frac{r+r_0}{r}\cdot\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc}\right)-1\right]$$

$$\frac{dV}{dr}=\frac{ee'}{r_0}\cdot\frac{r_0-\varrho}{(r-\varrho)^2}-\frac{ee'}{(r-\varrho)^2}\left[1-\left(3-2\frac{\varrho}{r}\right)\frac{r_0r_0}{rr}\right]\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc}.$$

12.

Nach dem vorigen Artikel ist für zwei Theilchen, die sich unter wechselseitigem Einflusse beliebig *im Raume* bewegen, eine Gleichung zwischen ihrer relativen Geschwindigkeit u und ihrer relativen Entfernung r gegeben, nämlich

$$\frac{uu}{cc}=\frac{r-r_0}{r-\varrho}\left(\frac{\varrho}{r_0}+\frac{r+r_0}{r}\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc}\right),$$

worin ϱ eine für *zwei gleichartige* Theilchen *positive*, für zwei *ungleichartige* Theilchen *negative* Constante bezeichnet.

Es ergeben sich nun hieraus ganz ähnliche Folgerungen für die freien Bewegungen zweier Theilchen *im Raume*, welche in einer Richtung senkrecht auf die sie verbindende Gerade ungleiche Geschwindigkeit besitzen, unter dem Einflusse ihrer eigenen Wechselwirkung, wie für die Artikel 10 betrachteten Bewegungen zweier Theilchen *in Richtung der geraden Linie r*. Es ergiebt sich nämlich auch hier für zwei *gleichartige* Theilchen wieder die Unterscheidung derselben zwei Aggregatzustände, nämlich eines Aggregatzustandes, in welchem die beiden Theilchen Bewegungen machen mit periodischer Wiederkehr derselben Lage gegen einander, und eines Aggregatzustandes, in welchem die beiden Theilchen Bewegungen machen, durch welche sie von einander immer

Digitized by Google

weiter entfernt werden und niemals zu derselben Lage zurückkehren. Einen Übergang von dem einen Aggregatzustand zu dem andern giebt es nicht, so lange als beide Theilchen sich nur unter dem Einflusse ihrer eigenen Wechselwirkung bewegen.

13.

Eine Drehung der beiden Theilchen um einander fordert das Vorhandensein einer gewissen *Anziehungskraft*, wenn die beiden Theilchen bei dieser Drehung in gleicher Entfernung von einander bleiben sollen, und diese durch die Drehung geforderte Anziehungskraft wächst bei unveränderter Entfernung quadratisch mit der Drehungsgeschwindigkeit. Hiernach sollte man erwarten, dass es für zwei *gleichartige* elektrische Theilchen in einer Entfernung $r_0 < \varrho$ (wo sie einander anziehen) stets eine *gewisse Drehungsgeschwindigkeit* α_0 geben müsse, bei welcher die durch die Drehung geforderte Anziehungskraft der aus der Wechselwirkung der beiden Theilchen resultirenden Anziehungskraft gleich wäre, so dass die beiden um einander sich drehenden Theilchen bei dieser Drehungsgeschwindigkeit in gleicher Entfernung r_0 von einander blieben. Dies ist aber nicht der Fall, weil die aus der Wechselwirkung beider Theilchen resultirende Anziehungskraft nicht blos von der Entfernung r_0, sondern auch von der Drehungsgeschwindigkeit α_0 abhängt, und mit letzterer in solcher Weise wächst, dass sie stets grösser bleibt als die durch die Drehungsgeschwindigkeit geforderte Anziehungskraft, wonach also mit jeder solchen Drehung immer eine wechselseitige Annäherung der beiden Theilchen verbunden ist.

Es ergiebt sich nämlich leicht, dass bei zwei *gleichartigen* Theilchen e und e', wo ϱ einen *positiven* Werth hat, wenn $r = r_0$ und folglich $u = 0$ ist, es keinen Werth von α_0 giebt, für welchen $\frac{du}{dt} = 0$ wäre, was der Fall sein müsste, wenn beide Theilchen in unveränderter Entfernung r_0 bleiben sollten. Denn es ergiebt sich für $r = r_0$ aus der Gleichung am Schlusse von Artikel 11

$$\frac{dV}{dr} = \frac{ee'}{r_0(r_0-\varrho)}\left(1 + 2\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc}\right),$$

und hieraus ferner, weil $\frac{du}{dt} - \frac{\alpha\alpha}{r} = \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon'}\right)\frac{dV}{dr} = \frac{\varrho}{2}\frac{cc}{ee'}\cdot\frac{dV}{dr}$ war,

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{2}\frac{cc}{r_0-\varrho}\left(\frac{\varrho}{r_0} + 2\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc}\right),$$

Digitized by Google

wonach $\frac{du}{dt}$ nur dann $= 0$ sein kann, wenn

$$\alpha_0 a_0 = -\tfrac{1}{2}\frac{\varrho}{r_0} cc$$

wäre, was aber für einen *positiven* Werth von ϱ, d. i. wenn e und e' *gleichartig* sind, nicht möglich ist.

Ferner ergiebt sich, dass bei zwei *gleichartigen* Theilchen, wenn $r = r_0$ ist, $\frac{du}{dt}$ entweder *positiv* oder *negativ* sei, je nachdem $r_0 > \varrho$ oder $r_0 < \varrho$ ist. Die beiden Theilchen entfernen sich also stets von einander, wenn $r = r_0 > \varrho$, und sie nähern sich stets einander, wenn $r = r_0 < \varrho$ ist, welchen Werth auch α_0 haben möge.

14.

Über die Schwingungsdauer eines elektrischen Atomenpaares.

Zwei *gleichartige* elektrische Theilchen, in einer Entfernung $r_0 < \varrho$ von einander (wo ihre relative Geschwindigkeit $= 0$ ist), bleiben nicht in dieser Entfernung, sondern nähern sich einander von $r = r_0$ bis $r = 0$ mit einer Geschwindigkeit, welche von $u = 0$ bis $u = \sqrt{\left(cc + \frac{r_0 r_0 \alpha_0 \alpha_0}{\varrho} \cdot \frac{1}{r}\right)}$ wächst, d. i. ins Unendliche, wenn die Drehungsgeschwindigkeit α_0 im Augenblicke, wo $r = r_0$, von Null verschieden war. Es ergiebt sich daraus, dass der Zeitraum Θ, in welchem beide Theilchen von $r = r_0$ bis $r = 0$ sich nähern, einen endlichen Werth hat. Dass im Augenblicke, wo $r = 0$ wird, der Werth der relativen Geschwindigkeit beider Theilchen

$$\sqrt{\left(cc + \frac{r_0 r_0 \alpha_0 \alpha_0}{\varrho} \cdot \frac{1}{r}\right)} = \pm\infty$$

wird, hat hier nur die Bedeutung, dass diese relative Geschwindigkeit von nun an als eine Entfernungsgeschwindigkeit $= +\infty$ zu setzen ist, während sie bis dahin als Näherungsgeschwindigkeit $= -\infty$ geworden war. Dies vorausgesetzt, ergiebt sich leicht, dass die beiden Theilchen in einem zweiten gleich grossen Zeitraume Θ sich von $r = 0$ bis $r = r_0$ wieder von einander entfernen werden. Der Zeitraum 2Θ, in welchem die beiden Theilchen sich von der Entfernung $r = r_0$ bis $r = 0$ einander mit zunehmender Geschwindigkeit nähern und darauf von $r = 0$ bis $r = r_0$ mit abnehmender Geschwindigkeit sich von einander wieder entfernen, kann die *Schwingungsdauer* des von den beiden elektrischen Theilchen gebildeten *Atomenpaares* genannt werden.

Digitized by Google

Es bleibt hiernach noch die Aufgabe, *die Schwingungsdauer* 2Θ *eines solchen Atomenpaares zu bestimmen.*

Diese *Schwingungsdauer* lässt sich aus der Gleichung

$$\frac{uu}{cc} = \frac{r - r_0}{r - \varrho}\left(\frac{\varrho}{r_0} + \frac{r_0 + r}{r} \cdot \frac{\alpha_0 \alpha_0}{cc}\right)$$

leicht ableiten, wenn man annimmt, dass r_0 darin nicht grösser als ϱ sei.

Betrachtet man nämlich *zuerst* den Grenzfall, wo $r_0 = \varrho$ ist, so ergiebt sich aus obiger Gleichung

$$uu = cc + \alpha_0 \alpha_0 + \varrho \alpha_0 \alpha_0 \cdot \frac{1}{r},$$

und hieraus, $u = \frac{dr}{dt}$ gesetzt,

$$dt = -dr \sqrt{\frac{r}{\varrho \alpha_0 \alpha_0 + (cc + \alpha_0 \alpha_0) r}}.$$

Durch Integration wird hieraus erhalten

$$\Theta = -\int_{\varrho}^{0} dr \sqrt{\frac{r}{\varrho \alpha_0 \alpha_0 + (cc + \alpha_0 \alpha_0) r}}.$$

Hiernach findet man

$$\Theta = \frac{\varrho}{cc + \alpha_0 \alpha_0} \sqrt{(cc + 2\alpha_0 \alpha_0)} - \frac{\varrho \alpha_0 \alpha_0}{(cc + \alpha_0 \alpha_0)^{\frac{3}{2}}} \log\left[\sqrt{\left(1 + \frac{cc}{\alpha_0 \alpha_0}\right)} + \sqrt{\left(2 + \frac{cc}{\alpha_0 \alpha_0}\right)}\right]$$

oder für kleine Werthe von $\frac{\alpha_0}{c}$

$$\Theta = \frac{\varrho}{c}\left(1 - \frac{\alpha_0 \alpha_0}{cc} \log \frac{2c}{\alpha_0}\right).$$

Beschränkt man sich *sodann* auf die Betrachtung *kleiner Schwingungen*, d. i. solcher, wo $\frac{r_0}{\varrho}$ sehr klein ist, so ergiebt sich aus obiger Gleichung, wenn r_0 und r gegen ϱ darin als verschwindend angenommen werden,

$$uu = \frac{r_0 r_0 \alpha_0 \alpha_0}{\varrho} \cdot \frac{1}{r} + cc - \left(\frac{cc}{r_0} + \frac{\alpha_0 \alpha_0}{\varrho}\right) r,$$

und hieraus, $u = \frac{dr}{dt}$ gesetzt,

$$cdt = -dr \sqrt{\frac{r}{\frac{r_0 r_0 \alpha_0 \alpha_0}{\varrho cc} + r - \left(\frac{1}{r_0} + \frac{\alpha_0 \alpha_0}{\varrho cc}\right) rr}},$$

Digitized by Google

was zu einem elliptischen Integrale führt. Für verschwindende Werthe von $\frac{a_0}{c}$ erhält man

$$c\,dt = -\,dr\,\sqrt{\frac{1}{1-\frac{r}{r_0}}},$$

woraus durch Integration folgt

$$\Theta = -\frac{1}{c}\int_{r_0}^{0}\frac{dr}{\sqrt{\left(1-\frac{r}{r_0}\right)}} = \frac{2r_0}{c}.$$

Wenn, wie vorausgesetzt worden, $r < \varrho$ ist, kann r_0 die Schwingungsamplitude genannt werden, und es ergiebt sich für kleine Werthe von $\frac{a_0}{c}$, dass bei kleinen Schwingungsamplituden die Schwingungsdauer 2Θ eines elektrischen Atomenpaares der Schwingungsamplitude r_0 proportional ist. Der Factor aber, womit r_0 zu multipliciren ist, um 2Θ zu erhalten, welcher für kleine Amplituden constant $= \frac{4}{c}$ ist, nimmt bei grösseren Amplituden ab und wird $= \frac{2}{c}$ für die Amplitude $r = \varrho$.

Setzt man $c = 439450 \cdot 10^6 \frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$, so ergiebt sich aus letzterer Bestimmung, dass der Werth von ϱ etwa zwischen $\frac{1}{4000}$ und $\frac{1}{8000}$ Millimeter liegen müsste, wenn diese Schwingungen den Lichtschwingungen an Schnelligkeit gleich sein sollten.

Die Verschiedenheit der elektrischen Theilchen e, e' und ihrer Massen ε, ε' hat bei kleinen Werthen von $\frac{a_0}{c}$ und bei kleinen Amplituden auf die Schwingungen gar keinen Einfluss, bei grösseren Amplituden aber nur insofern, als der Werth von ϱ davon abhängt.

15.

Anwendbarkeit auf chemische Atomengruppen.

Die Unterscheidung zweier oder mehrerer Aggregatzustände der Körper, je nachdem sie aus einfachen Atomen, oder aus Atomenpaaren, oder aus Gruppen von noch mehr als zwei Atomen bestehen, hat in der *Chemie* grosse Bedeutung erlangt. Es findet bald der eine, bald der andere Aggregatzustand statt, und bei vielen chemischen Processen findet ein Übergang von dem einen

Digitized by Google

zum andern statt, aber die bei solchen Übergängen eintretenden Zwischenzustände können nicht beharren, und jene Aggregatzustände stehen daher als *beharrliche Zustände* von einander ganz isolirt da.

Nun leuchtet ein, dass die *Beharrlichkeit* einiger Atomenzustände, die als besondere Aggregatzustände unterschieden werden, sowie der *Mangel der Beharrlichkeit* aller andern Atomenzustände, ihren Grund nur in den Gesetzen der Wechselwirkung der Atome haben könne, d. h. in der Verschiedenheit der Kräfte, welche die Atome auf einander ausüben nach Verschiedenheit der Verhältnisse, unter denen sie sich gegen einander befinden. Der Grund der Beharrlichkeit einiger Atomenzustände und des Mangels dieser Beharrlichkeit bei andern ist in solchen Gesetzen der Wechselwirkung der Atome bisher keineswegs nachgewiesen worden, und es dürfte auch schwerlich gelingen, diesen Grund in solchen Gesetzen der Wechselwirkung aufzufinden, wie man für ponderabele Atome aufzustellen und anzunehmen bisher versucht hat.

Es liegt daher die Frage nahe, ob der Grund von der Beharrlichkeit gewisser Atomenzustände nicht vielleicht in solchen Gesetzen der Wechselwirkung zu finden sei, wie hier für die elektrischen Theilchen aufgestellt und angenommen worden sind. Es dürften daher auch in dieser Beziehung die in den vorhergehenden Artikeln entwickelten Bewegungen zweier elektrischen Theilchen unter Einfluss der ihnen zugeschriebenen Wechselwirkung von Interesse sein, weil dadurch wirklich ein Grund, worauf die Existenz solcher beharrlicher Aggregatzustände beruhen könne, nachgewiesen worden ist. Und es dürfte hierbei insbesondere zu beachten sein, dass dieselben Kräfte, welche den von einfachen und den von Atomenpaaren gebildeten *Aggregatzustand der Elektricität* bedingen, möglicherweise auch zwei ebensolche *Aggregatzustände ponderabeler Körper* bedingen können. Denn bei der allgemeinen Verbreitung der Elektricität darf angenommen werden, dass an jedem ponderabelen Atome ein elektrisches Atom haftet. Haften aber elektrische Atome fest an ponderabelen, so wird in den Verhältnissen der elektrischen Atome nichts geändert als die *Massen*, welche von den auf die elektrischen Atome wirkenden Kräften zu bewegen sind. Diese *Massen* sind aber in obiger Entwickelung unbestimmt gelassen und blos mit ε und ε' bezeichnet worden, während die elektrischen Theilchen selbst, denen die Massen ε und ε' angehören, unabhängig von der Kenntniss der Werthe ε und ε', durch die messbaren Grössen e und e' bestimmt worden sind. Nimmt man nun die Werthe von ε und ε' so gross,

Digitized by Google

dass darin die Massen der an den elektrischen Atomen haftenden ponderabelen Atome mit eingeschlossen sind, so finden alle zunächst blos für *elektrische Atome* gefundenen Bestimmungen auch auf die mit elektrischen verbundenen *ponderabelen Atome* Anwendung.

16.

Über Aggregatzustand und Schwingung zweier ungleichartigen elektrischen Theilchen.

Für zwei *ungleichartige* elektrische Theilchen gelten dieselben Gleichungen, wie für zwei gleichartige, nämlich die Artikel 11 gefundenen

$$\frac{uu}{cc} = \frac{r-r_0}{r-\varrho}\left(\frac{\varrho}{r_0} + \frac{r+r_0}{r}\cdot\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc}\right)$$

$$V = \frac{ee'}{r}\left[\frac{r-r_0}{r-\varrho}\left(\frac{\varrho}{r_0} + \frac{r+r_0}{r}\cdot\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc}\right) - 1\right]$$

$$\frac{dV}{dr} = \frac{ee'}{(r-\varrho)^2}\left[\frac{r_0-\varrho}{r_0} - \left(1 - \frac{3r-2\varrho}{r^3}\cdot r_0 r_0\right)\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc}\right],$$

worin $\varrho = 2\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon'}\right)\frac{ee'}{cc}$ ist; nur hat ϱ bei *ungleichartigen* Theilchen einen *negativen* Werth, weil das Product ee' *negativ* ist. Hierzu kommt noch die Gleichung $\alpha r = \alpha_0 r_0$ (weil nämlich nur solche Bewegungen betrachtet werden, welche zwei elektrische Theilchen unter blossem Einfluss ihrer eigenen Wechselwirkung machen), woraus endlich noch die Gleichung folgt

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{2}\frac{\varrho cc}{ee'}\cdot\frac{dV}{dr} + \frac{r_0 r_0 \alpha_0\alpha_0}{r^3}.$$

Hieraus ergiebt sich ebenso wie bei zwei gleichartigen elektrischen Theilchen, dass,

$$\text{für } r = r_0, \frac{dV}{dr} = \frac{ee'}{r_0(r_0-\varrho)}\left(1 + 2\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc}\right)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{2}\frac{cc}{r_0-\varrho}\left(\frac{\varrho}{r_0} + 2\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc}\right),$$

und dass, wenn zugleich $\alpha_0 = \sqrt{-\frac{\varrho cc}{2r_0}}$ (was jetzt einen reellen Werth hat, weil $-\varrho = -2\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon'}\right)\frac{ee'}{cc}$ für ungleichartige Theilchen positiv ist), $\frac{du}{dt} = 0$ wird, wonach also beide Theilchen, wenn $r = r_0$ und $\alpha_0 = \sqrt{-\frac{\varrho cc}{2r_0}}$ ist, bei ihrer Drehung um einander *in stets gleicher Entfernung* r_0 *bleiben*, ein Fall, der bei zwei *gleichartigen* Theilchen gar nicht vorkommen konnte.

Digitized by Google

Es ergiebt sich aber ferner aus der Gleichung

$$\frac{uu}{cc} = \frac{r-r_0}{r-\varrho}\left(\frac{\varrho}{r_0} + \frac{r+r_0}{r}\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc}\right),$$

oder, wenn der constante Werth $-\frac{r_0 r_0 \alpha_0 \alpha_0}{\varrho cc} = n$ gesetzt wird, aus folgender Gleichung

$$-\frac{r-\varrho}{\varrho}\cdot\frac{uu}{cc} = \left(\frac{r}{r_0}-1\right)\cdot\left[n\left(\frac{1}{r_0}+\frac{1}{r}\right)-1\right],$$

dass ausser dem Werthe $r = r_0$, für welchen $u = 0$ gegeben ist, im Allgemeinen noch ein anderer Werth von $r = \frac{nr_0}{r_0-n}$ vorhanden ist, für welchen ebenfalls $u = 0$ ist.

Diese beiden Werthe von r, für welche $u = 0$ ist, sind aber, nach dem Werthe von n, bald mehr, bald weniger von einander verschieden, und fallen für $n = \frac{r_0}{2}$, d. i. für $\alpha_0 = \sqrt{-\frac{\varrho cc}{2r_0}}$, ganz zusammen, und nur dann, wenn die beiden Werthe von r, für welche $u = 0$ ist, so zusammenfallen, tritt der vorher erwähnte Fall ein, dass zugleich $u = 0$ und $\frac{du}{dt} = 0$ sind, folglich beide Theilchen bei ihrer Drehung um einander in gleicher Entfernung bleiben.

In allen übrigen Fällen, wenn z. B. für $r = 2n-x$ (wo $x < n$ sei) die Geschwindigkeit $u = 0$ ist, giebt es noch einen zweiten Werth von $r = 2n + \frac{nx}{n-x}$, für den ebenfalls die Geschwindigkeit $u = 0$ ist. $\frac{du}{dt}$ hat alsdann für $r = 2n-x$ einen positiven Werth, nimmt aber ab und wird $= 0$ zwischen $r = 2n-x$ und $r = 2n + \frac{nx}{n-x}$, so dass, für $r = 2n + \frac{nx}{n-x}$, $\frac{du}{dt}$ einen negativen Werth hat. Man ersieht hieraus, dass Abstossung der beiden Theilchen stattfindet von $r = 2n-x$ bis zu demjenigen Werthe von r, für welchen $\frac{du}{dt} = 0$ ist, und Anziehung von da an bis zu $r = 2n + \frac{nx}{n-x}$, wonach beide Theilchen immer *in schwingender Bewegung gegen einander innerhalb der angegebenen Grenzen* bleiben müssen.

17.

Über Ampère'sche Molecularströme.

Der eben beschriebene moleculare Aggregatzustand zweier ungleichartigen elektrischen Theilchen, bei welchem nämlich die Entfernung der beiden Theilchen abwechselnd zunimmt und wieder abnimmt, zwischen genau bestimmten Grenzen, und die Bahn, in welcher das eine Theilchen um das andere sich

Digitized by Google

bewegt, an diesen beiden Grenzen in eine Kreisbahn übergeht, verdient besonders in solchen Fällen nähere Beachtung, wo das eine Theilchen als ruhend und blos das andere Theilchen als in Kreisbewegung um ersteres befindlich betrachtet werden darf.

Das Verhältniss beider Theilchen in Beziehung auf Theilnahme an der Bewegung hängt von dem Verhältniss ihrer Massen ε und ε' ab, wobei nach Artikel 15 in den Werthen von ε und ε' die Massen der an den elektrischen Atomen haftenden ponderabelen Atome mit eingeschlossen werden müssen. Es sei e das positiv elektrische Theilchen; das negative sei demselben entgegengesetzt gleich und werde daher mit $-e$ (statt mit e') bezeichnet. Nur an diesem letztern hafte ein ponderabeles Atom, wodurch seine Masse so vergrössert werde, dass die Masse des positiven Theilchens dagegen als verschwindend betrachtet werden dürfe. Das Theilchen $-e$ wird dann als ruhend, und blos das Theilchen $+e$ als in Bewegung um das Theilchen $-e$ herum befindlich betrachtet werden können.

Es stellen alsdann die beiden ungleichartigen, in dem beschriebenen molecularen Aggregatzustande befindlichen Theilchen einen *Ampère'schen Molecularstrom* dar; denn es lässt sich zeigen, dass sie den Annahmen ganz entsprechen, welche Ampère von den *Molecularströmen* gemacht hat.

Um dies zu zeigen, werde der Ausdruck der Kraft entwickelt, welchen *das bewegte Theilchen* e auf irgend ein gegebenes Stromelement ausübt. Man bezeichne mit ds' die Länge des gegebenen Stromelements, ferner mit $+e'ds'$ die positive und mit $-e'ds'$ die negative Elektricität, die es enthält; endlich mit u' die Geschwindigkeit des positiven Theilchens $+e'ds'$ und mit $-u'$ die Geschwindigkeit des negativen Theilchens $-e'ds'$. Sodann bezeichne r den Abstand des Stromelements vom Theilchen e, u die Geschwindigkeit des Theilchens e; x, y, z die Coordinaten des Theilchens e; x', y', z' die Coordinaten des Stromelements; Θ und Θ' die Winkel der Richtungen von u und u' mit r; ι den Winkel der Richtung von u mit der Richtung von u'.

Man transformire sodann den allgemeinen Ausdruck der Abstossungskraft zweier elektrischen Theilchen e und e' beim Abstande r, nämlich

$$\frac{ee'}{rr}\left(1-\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}+\frac{2r}{cc}\frac{d^2r}{dt^2}\right)$$

auf folgende Weise (siehe Beer, Einleitung in die Elektrostatik, die Lehre

Digitized by Google

vom Magnetismus und die Elektrodynamik S. 251). Man differentiire nämlich die Gleichung

$$rr = (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2$$

in Beziehung auf die Zeit t; so erhält man

$$r\frac{dr}{dt} = (x-x')\left(\frac{dx}{dt}-\frac{dx'}{dt}\right) + (y-y')\left(\frac{dy}{dt}-\frac{dy'}{dt}\right) + (z-z')\left(\frac{dz}{dt}-\frac{dz'}{dt}\right),$$

oder auch

$$r\frac{dr}{dt} = r(u\cos\Theta - u'\cos\Theta').$$

Durch nochmalige Differentiirung erhält man

$$\frac{dr^2}{dt^2} + r\frac{ddr}{dt^2} = \left(\frac{dx}{dt}-\frac{dx'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}-\frac{dy'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}-\frac{dz'}{dt}\right)^2$$
$$+ (x-x')\left(\frac{ddx}{dt^2}-\frac{ddx'}{dt^2}\right) + (y-y')\left(\frac{ddy}{dt^2}-\frac{ddy'}{dt^2}\right) + (z-z')\left(\frac{ddz}{dt^2}-\frac{ddz'}{dt^2}\right)$$

worin

$$\left(\frac{dx}{dt}-\frac{dx'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}-\frac{dy'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}-\frac{dz'}{dt}\right)^2 = u^2 + u'^2 - 2uu'\cos\varepsilon.$$

Bezeichnet man nun die Beschleunigung des einen Theilchens, deren Componenten $\frac{ddx}{dt^2}$, $\frac{ddy}{dt^2}$, $\frac{ddz}{dt^2}$ sind, mit N, und mit ν den Winkel ihrer Richtung mit r, und auf gleiche Weise die Beschleunigung des andern Theilchens, deren Componenten $\frac{ddx'}{dt^2}$, $\frac{ddy'}{dt^2}$, $\frac{ddz'}{dt^2}$ sind, mit N', und mit ν' den Winkel ihrer Richtung mit r, so ergiebt sich

$$\frac{x-x'}{r}\left(\frac{ddx}{dt^2}-\frac{ddx'}{dt^2}\right)+\frac{y-y'}{r}\left(\frac{ddy}{dt^2}-\frac{ddy'}{dt^2}\right)+\frac{z-z'}{r}\left(\frac{ddz}{dt^2}-\frac{ddz'}{dt^2}\right) = N\cos\nu - N'\cos\nu'.$$

Durch Substitution dieser Werthe erhält man

$$2\frac{dr^2}{dt^2} + 2r\frac{ddr}{dt^2} = 2(u^2 + u'^2 - 2uu'\cos\varepsilon) + 2r(N\cos\nu - N'\cos\nu')$$
$$3\frac{dr^2}{dt^2} = 3(u\cos\Theta - u'\cos\Theta')^2.$$

Die letztere Gleichung von der ersteren subtrahirt, giebt

$$-\frac{dr^2}{dt^2} + 2r\frac{ddr}{dt^2} = 2(u^2 + u'^2 - 2uu'\cos\varepsilon) - 3(u\cos\Theta - u'\cos\Theta')^2$$
$$+ 2r(N\cos\nu - N'\cos\nu'),$$

woraus der allgemeine Ausdruck der Abstossungskraft zweier elektrischen Theilchen e und e' im Abstande r, nämlich

Digitized by Google

$$\frac{ee'}{rr}\left(1-\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}+\frac{2r}{cc}\frac{ddr}{dt^2}\right)$$

transformirt sich ergiebt, nämlich

$$=\frac{ee'}{ccrr}\Big[cc+2(u^2+u'^2-2uu'\cos\varepsilon)-3(u\cos\Theta-u'\cos\Theta')^2 + 2r(N\cos\nu-N'\cos\nu')\Big].$$

Setzt man nun hierin für das Theilchen e' die positive Elektricität im gegebenen Stromelemente, nämlich $+e'ds'$, so erhält man die Abstossungskraft

$$\frac{ee'ds'}{ccrr}\Big[cc+2(u^2+u'^2-2uu'\cos\varepsilon)-3(u\cos\Theta-u'\cos\Theta')^2 + 2r(N\cos\nu-N'\cos\nu')\Big];$$

setzt man aber für das Theilchen e' die negative Elektricität im gegebenen Stromelemente, nämlich $-e'ds'$, so erhält man, weil alsdann $\varepsilon+\pi$, $\Theta'+\pi$ und $\nu'+\pi$ an die Stelle von ε, Θ' und ν' tritt, die Abstossungskraft

$$\frac{ee'ds'}{ccrr}\Big[-cc-2(u^2+u'^2+2uu'\cos\varepsilon)+3(u\cos\Theta+u'\cos\Theta')^2 - 2r(N\cos\nu+N'\cos\nu')\Big];$$

folglich zusammen, die Abstossungskraft des bewegten Theilchens e auf das ganze Stromelement,

$$\frac{4ee'ds'}{ccrr}(3uu'\cos\Theta\cos\Theta'-2uu'\cos\varepsilon-rN'\cos\nu').$$

Die Abstossungskraft des ruhenden Theilchens $-e$ auf das ganze Stromelement dagegen, wo $u=0$ zu setzen, ist

$$=+\frac{4ee'ds'}{ccrr}\cdot rN'\cos\nu',$$

wenn r hierin den Abstand des ruhenden Theilchens $-e$ von dem gegebenen Stromelemente bezeichnet. Der Unterschied dieses letzteren Werthes von r von dem früheren (nämlich von dem Abstande des in Bewegung um $-e$ herum befindlichen Theilchens $+e$ von dem gegebenen Stromelemente) darf aber als verschwindend kleiner Bruchtheil von r betrachtet werden, und es ergiebt sich alsdann die Abstossungskraft des bewegten Theilchens $+e$ und des ruhenden $-e$ zusammen auf das Stromelement

$$=\frac{4ee'ds'}{ccrr}(3\cos\Theta\cos\Theta'-2\cos\varepsilon)\cdot uu'.$$

Wollte man an die Stelle des bewegten elektrischen Theilchens $+e$ ein zweites Stromelement setzen, dessen positive, mit der Geschwindigkeit $+\frac{1}{4}u$

Digitized by Google

bewegte, Elektricität mit $+ eds$, und dessen negative, mit der Geschwindigkeit $-\frac{1}{2}u$ bewegte, Elektricität mit $-eds$ bezeichnet werde; so erhält man die Abstossungskraft dieser beiden Stromelemente auf einander

$$= \frac{4eds \cdot e'ds'}{ccrr}(3\cos\Theta\cos\Theta' - 2\cos\varepsilon') \cdot uu' ,$$

d. i. die nämliche Abstossungskraft wie vorher, wenn das vorher mit $+ e$ bezeichnete (mit der Geschwindigkeit u bewegte) elektrische Theilchen der im zweiten Stromelemente enthaltenen mit $+ eds$ bezeichneten (mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{2}u$ bewegten) positiven Elektricität gleich gesetzt wird.

Es ergiebt sich hieraus, dass die Kreisbewegung des elektrischen Theilchens $+ e$ um das ruhende Theilchen $- e$ einen kreisförmigen elektrischen Doppelstrom vertritt, wenn die in letzterem enthaltene positive Elektricität $= + e$ ist und sich mit der halben Geschwindigkeit in ihrer Kreisbahn bewegt, wie jenes elektrische Theilchen $+ e$, und wenn die in demselben Strome enthaltene negative Elektricität $= - e$ ist und sich mit derselben Geschwindigkeit wie die positive in entgegengesetzter Richtung bewegt.

Man ersieht hieraus, dass ein elektrisches Theilchen $+ e$, wenn es in Kreisbewegung um das elektrische Theilchen $- e$ sich befindet, auf alle galvanischen Ströme dieselben Wirkungen ausübt, welche Ampère von seinen Molecularströmen angenommen hat.

Die von Ampère angenommenen Molecularströme unterscheiden sich aber von allen andern galvanischen Strömen wesentlich dadurch, dass sie, nach Ampère's Annahme, ohne elektromotorische Kraft *beharren*, während alle andern galvanischen Ströme, dem Ohm'schen Gesetze gemäss, der elektromotorischen Kraft proportional sind, also mit der elektromotorischen Kraft zugleich *verschwinden*. Es leuchtet nun aber ein, dass obiges elektrisches Theilchen $+ e$ seine Kreisbewegung um das elektrische Theilchen $- e$, ohne elektromotorische Kraft, von selbst immer fortsetzt, und also auch in dieser Beziehung der Ampère'schen Annahme vom Molecularstrome ganz entspricht.

Man erhält also auf diese Weise eine einfache Construction der von Ampère, ohne Beweis von ihrer Möglichkeit, angenommenen Molecularströme, begründet auf die Gesetze des *molecularen Aggregatzustandes zweier ungleichartigen elektrischen Theilchen*, wie sie im vorigen Artikel gefunden worden.

Digitized by Google

18.

Bewegungen zweier ungleichartigen elektrischen Theilchen im Raume, unter Einfluss einer elektrischen Scheidungskraft.

Bezeichnet $\pi + v$ den Winkel, welchen die Richtung der elektrischen Scheidungskraft mit r bildet, und bezeichnet a die Grösse der von der Scheidungskraft abhängigen relativen Beschleunigung beider Theilchen; so sind $-a\cos v$ und $a\sin v$ die Componenten von a, von denen *erstere* den von der Scheidungskraft abhängigen Theil der relativen Beschleunigung $\frac{du}{dt}$, *letztere* den von der Scheidungskraft abhängigen Theil von $\frac{d\alpha}{dt}$ ausdrückt, wenn α den Unterschied der Geschwindigkeiten bezeichnet, mit denen die beiden Theilchen in einer gegen r senkrechten Richtung sich bewegen. — Vorausgesetzt wird, dass die Richtung der Scheidungskraft in der Ebene liegt, in welcher die beiden Theilchen sich um einander drehen. —

Bringt man nun die *erstere* Componente, nämlich $-a\cos v$, als den von der *Scheidungskraft* abhängigen Theil von $\frac{du}{dt}$, und ferner $\frac{\alpha\alpha}{r}$, als den von der *Geschwindigkeit* α abhängigen Theil von $\frac{du}{dt}$, in Abrechnung von dem ganzen Werthe der Beschleunigung $\frac{du}{dt}$; so ergiebt die Differenz $\left(\frac{du}{dt} + a\cos v - \frac{\alpha\alpha}{r}\right)$ denjenigen Theil der relativen Beschleunigung, der von der Kraft herrührt, welche die beiden Theilchen e und e' auf einander ausüben, nämlich $\left(\frac{1}{e} + \frac{1}{e'}\right)\frac{dV}{dr} = \frac{\varrho}{2}\frac{ee}{ee'}\cdot\frac{dV}{dr}$, wonach folgende Gleichung erhalten wird:

$$\frac{du}{dt} + a\cos v - \frac{\alpha\alpha}{r} = \frac{\varrho}{2}\frac{ee}{ee'}\cdot\frac{dV}{dr}.$$

Bringt man die *letztere* Componente, nämlich $a\sin v$, als den von der *Scheidungskraft* abhängigen Theil der Beschleunigung $\frac{d\alpha}{dt}$, von dem ganzen Werthe $\frac{d\alpha}{dt}$ in Abrechnung, so giebt die Differenz $\left(\frac{d\alpha}{dt} - a\sin v\right)$ denjenigen Theil von der ganzen Beschleunigung $\frac{d\alpha}{dt}$, *der von der vorhandenen Bewegung unter blosser Einwirkung der von beiden Theilchen auf einander ausgeübten Kräfte herrührt.* Unter blosser Einwirkung der von beiden Theilchen auf einander ausgeübten Anziehungs- oder Abstossungskräfte würde aber das in einem gegebenen Zeitelemente dt beschriebene Flächenelement $\alpha r dt$ einen constanten Werth haben

Digitized by Google

oder es würde $\alpha \frac{dr}{dt} + r\frac{d\alpha}{dt} = 0$ sein; folglich der hieraus sich ergebende Theil der Beschleunigung $\frac{d\alpha}{dt}$

$$= -\frac{\alpha}{r}\frac{dr}{dt}.$$

Durch Gleichsetzung dieses Theiles mit obiger Differenz erhält man die Gleichung

$$\frac{d\alpha}{dt} - a\sin v = -\frac{\alpha}{r}\frac{dr}{dt}.$$

Hierzu kommt endlich noch, wie von selbst einleuchtet, die dritte Gleichung, nämlich

$$dv = \frac{\alpha dt}{r}.$$

Man hat hiernach für die 4 veränderlichen Grössen r, u, α, v folgende 3 Gleichungen:

$$a\cos v - \frac{\alpha u}{r} = \frac{\varrho cc}{2ee'}\cdot\frac{dV}{dr} - \frac{du}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$a\sin v - \frac{\alpha dr}{rdt} = \frac{d\alpha}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$dv = \frac{\alpha dt}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Multiplicirt man Gleichung (1) mit $dr = udt$, und Gleichung (2) mit $rdv = \alpha dt$, so erhält man

$$a\cos v \cdot dr - \frac{\alpha\alpha dr}{r} = \frac{\varrho cc}{2ee'}\cdot\frac{dV}{dv}\,dr - udu \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

$$ar\sin v \cdot dv - \frac{\alpha\alpha dr}{r} = \alpha d\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Die Differenz dieser beiden Gleichungen giebt

$$a \cdot d(r\cos v) = \frac{\varrho cc}{2ee'}\cdot\frac{dV}{dr}\,dr - \alpha d\alpha - udu \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Ferner erhält man aus (2) und (3)

$$-2ar^3 \cdot d(\cos v) = d(\alpha^2 r^2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Durch Integration der Differentialgleichung (6) erhält man, nachdem man mit 2 multiplicirt und $V = \frac{ee'}{r}\left(\frac{uu}{cc} - 1\right)$ gesetzt hat,

$$2ar\cos v = \frac{\varrho cc}{r}\left(\frac{uu}{cc} - 1\right) - \alpha\alpha - uu + \text{Const.} \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Digitized by Google

und hieraus, weil $r = r_0$, $\alpha = \alpha_0$ und $\cos v = -1$ für $u = 0$ ist,

$$-2ar_0 = -\frac{\varrho cc}{r_0} - \alpha_0\alpha_0 + \text{Const.} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Die Differenz von (8) und (9) giebt dann

$$2ar\cos v + 2ar_0 = \left(\frac{\varrho}{r} - 1\right)uu + \varrho cc\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}\right) - \alpha\alpha + \alpha_0\alpha_0 \quad . \quad (10)$$

Durch Integration der Differentialgleichung (7) erhält man, nachdem man mit r^2 dividirt hat,

$$-2a\cos v = \frac{\alpha\alpha}{r} + 3\int\frac{\alpha\alpha dr}{rr}$$

oder mit r multiplicirt

$$-2ar\cos v = \alpha\alpha + 3r\int\frac{\alpha\alpha dr}{rr}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

wonach die Summe von (10 und 11)

$$2ar_0 = \left(\frac{\varrho}{r} - 1\right)uu + \varrho cc\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}\right) + \alpha_0\alpha_0 + 3r\int\frac{\alpha\alpha dr}{rr},$$

und also

$$uu = \frac{1}{r-\varrho}\left[\varrho cc\left(\frac{r}{r_0} - 1\right) + r\alpha_0\alpha_0 + 3rr\int\frac{\alpha\alpha dr}{rr} - 2ar_0r\right]. \quad . \quad (12)$$

Aus Gleichung (3) ergiebt sich ferner, weil $dr = udt$ ist,

$$dv = \frac{a}{u}\frac{dr}{r}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

und da nach Gleichung (7)

$$\mathrm{d}(\cos v) = -\frac{d(a^2r^2)}{2ar^3}$$

und nach Gleichung (11)

$$\cos v = -\frac{1}{2a}\left(\frac{\alpha\alpha}{r} + 3\int\frac{a^2dr}{r^2}\right);$$

so ergiebt sich durch Substitution dieser Werthe in die identische Gleichung

$$dv = -\frac{d(\cos v)}{\sqrt{(1-\cos v^2)}},$$

nach Gleichung (13)

$$\frac{a}{u}\frac{dr}{r} = \frac{\frac{d(a^2r^2)}{2ar^3}}{\sqrt{\left[1 - \frac{1}{4a^2}\left(\frac{a^2}{r} + 3\int\frac{a^2dr}{r^2}\right)^2\right]}}$$

und hieraus und aus (12)

Digitized by Google

$$uu = \left(\frac{ar^2dr}{d(a^2r^2)}\right)^2 \cdot \left[4a^2 - \left(\frac{a^2}{r} + 3\int\frac{a^2dr}{r^2}\right)^2\right]$$

$$= \frac{1}{r-\varrho}\left(\frac{r-r_0}{r_0}\varrho c^2 + r(a_0^2 - 2ar_0) + \varrho r^2\int\frac{a^2dr}{r^2}\right) \quad (14)$$

oder folgende Gleichung für die zwei Veränderlichen r und a:

$$4a^2 = \left(\frac{a^2}{r} + 3\int\frac{a^2dr}{r^2}\right)^2 + \frac{4}{r-\varrho}\left(\frac{d(ar)}{dr}\right)^2 \cdot \left(\frac{r-r_0}{r_0}\cdot\frac{\varrho c^2}{r^2} + \frac{a_0^2-2ar_0}{r} + 3\int\frac{a^2dr}{r^2}\right)^{*}) \quad (15)$$

Beschränkt man sich nun auf kleine Werthe von a, für welche ar zwar nicht, wie für $a = 0$ nach Artikel 11, constant ist, aber doch nur wenig von einem constanten Werthe $a_0 r_0 = n$ abweicht, so kann

$$ar = n(1 + \varepsilon) \quad (16)$$

gesetzt werden, wo ε stets einen sehr kleinen Werth hat. Es folgt dann hieraus

$$\frac{a^2}{r} = (1 + 2\varepsilon)\frac{n^2}{r^2} \quad (17)$$

$$\frac{d(ar)}{dr} = n\frac{d\varepsilon}{dr} \quad (18)$$

Ferner folgt aus (11) und (17)

$$\int\frac{d\varepsilon}{r^2} = -\frac{a}{n^2}\cos v$$

oder

$$d\varepsilon = \frac{a}{n^2}r^2\sin v\,dv, \quad (19)$$

aus (18) und (19)

$$\frac{d(ar)}{dr} = \frac{a}{n}r^2\sin v\cdot\frac{dv}{dr} \quad (20)$$

und aus (17) und (19)

$$\frac{a^2}{r} = \frac{n^2}{r^3} + \frac{2a}{r^2}\int r^2\sin v\,dv \quad (21)$$

*) Verschwindet die Scheidungskraft a, so soll nach Artikel 11 ar einen constanten Werth annehmen. Für einen constanten Werth von ar und für $a = 0$ reducirt sich aber Gleichung (15) auf

$$0 = \frac{a^2}{r} + 3\int\frac{a^2dr}{r^2},$$

was mit dem constanten Werthe a^2r^2 dividirt die identische Gleichung

$$0 = \frac{1}{r^3} + 3\int\frac{dr}{r^4}$$

giebt, in Übereinstimmung mit Artikel 11.

Digitized by Google

Substituirt man nun die Werthe von $\frac{d(ar)}{dr}$ und $\frac{a^2}{r}$ aus (20) und (21) in folgender aus (11) und (15) sich ergebenden Gleichung, nämlich

$$a^2 \sin v^2 = \frac{1}{r-\varrho} \cdot \left(\frac{d(ar)}{dr}\right)^2 \cdot \left(\frac{r-r_0}{r_0} \cdot \frac{\varrho c^2}{r^2} + \frac{\alpha_0^2 - 2ar_0}{r} - \frac{a^2}{r} - 2a\cos v\right), \quad . \quad (22)$$

so erhält man, wenn für n wieder sein Werth $\alpha_0 r_0$ gesetzt wird, folgende Gleichung zwischen r und v, nämlich

$$\frac{\alpha_0^2 r_0^2}{r^4 c^2} \cdot \frac{dr^2}{dv^2} = \frac{r-r_0}{r-\varrho}\left(\frac{\varrho}{r_0} + \frac{r+r_0}{r} \cdot \frac{\alpha_0^2}{c^2}\right) - \frac{2a}{(r-\varrho)c^2}\left(r_0 r + \frac{3}{r}\int r^2 \cos v\, dr\right). \text{*)} \quad . \quad (23)$$

Durch Differentiation dieser Gleichung, nachdem sie mit $r(r-\varrho)$ multiplicirt worden, erhält man

$$\frac{d}{dr}\left((r-\varrho)\frac{\alpha_0^2 r_0^2}{r^3 c^2} \cdot \frac{dr^2}{dv^2}\right) = \frac{\varrho r}{r_0} + (r+r_0)\frac{\alpha_0^2}{c^2} + (r-r_0)\left(\frac{\varrho}{r_0} + \frac{\alpha_0^2}{c^2}\right) - \frac{2a}{c^2}(2r_0 r + 3r^2\cos v).$$

Setzt man hierin, um einen speciellen Fall zu betrachten,

$$\varrho = -\frac{2r_0}{cc}(\alpha_0^2 + ar_0),$$

d. i. der Fall, in welchem für $a = 0$ nach Artikel 16 beide Theilchen bei ihrer Drehung um einander in gleicher Entfernung bleiben, so erhält man

$$\frac{d}{dr}\left((r-\varrho)\frac{\alpha_0^2 r_0^2}{r^3 c^2} \cdot \frac{dr^2}{dv^2}\right) = -\frac{2(r-r_0)}{cc}(\alpha_0^2 + ar_0) - \frac{6ar}{cc}(r_0 + r\cos v),$$

dessen Werth $= 0$ ist, *erstens*, wenn $u = 0$ und folglich $r = r_0$, $\alpha = \alpha_0$ und $\cos v = -1$ ist; *zweitens*, wenn $r_0 - r = \frac{3ar(r_0 + r\cos v)}{\alpha_0^2 + ar_0}$ ist, ein Fall, welcher für kleine Werthe von a eintritt, wenn $\cos v = +1$, und alsdann näherungsweise $r = r_0 - 6\frac{ar_0^2}{\alpha_0^2}$ wird.

*) Aus obiger Gleichung erhält man, da für $\frac{dr}{dv}$ auch $\frac{r}{\alpha}u$ gesetzt werden kann,

$$\frac{\alpha_0^2 r_0^2}{\alpha^2 r^2} \cdot \frac{uu}{cc} = \frac{r-r_0}{r-\varrho}\left(\frac{\varrho}{r_0} + \frac{r+r_0}{r} \cdot \frac{\alpha_0^2}{c^2}\right) - \frac{2a}{(r-\varrho)c^2}\left(r_0 r + \frac{3}{r}\int r^2 \cos v\, dr\right),$$

was, wenn die Scheidungskraft a verschwindet und also (nach Seite 196) $\alpha r = \alpha_0 r_0$ wird, in die Gleichung

$$\frac{uu}{cc} = \frac{r-r_0}{r-\varrho}\left(\frac{\varrho}{r_0} + \frac{r+r_0}{r} \cdot \frac{\alpha_0^2}{c^2}\right)$$

übergeht, d. i. dieselbe Gleichung, welche für diesen Fall (Seite 197) schon gefunden worden ist.

Digitized by Google

Es ergiebt sich hieraus, dass, so wie *ohne Scheidungskraft* nach Artikel 16 von zwei ungleichartigen elektrischen Theilchen, für welche $\varrho = -2r_0\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc}$ war, das eine um das andere in einer Kreisbahn sich bewegen konnte, so auch *mit Scheidungskraft* $(= a)$ von zwei ungleichartigen elektrischen Theilchen, für welche $\varrho = -2r_0\left(\frac{\alpha_0\alpha_0}{cc} + ar_0\right)$ ist, das eine um das andere in einer geschlossenen Bahn sich bewegen könne, die jedoch keine Kreisbahn ist. Der Abstand der beiden Theilchen von einander ist nämlich verschieden, je nachdem das bewegte Theilchen von dem Centraltheilchen aus gerechnet in der Richtung der Scheidungskraft vorwärts oder rückwärts liegt, nämlich in letzterem Falle $= r_0$, im ersteren $= r_0 - 6\frac{r_0r_0}{\alpha_0\alpha_0}a$.

Man kann eine solche excentrische Lage des einen Theilchens im Flächenraume der um dieses Theilchen vom andern beschriebenen Bahn (unter Einwirkung einer Scheidungskraft) mit einer Scheidung ruhender elektrischer Fluida unter Einwirkung einer gleichen Scheidungskraft vergleichen, wobei jedoch der merkwürdige Unterschied hervortritt, dass jene Scheidung im umgekehrten Sinne stattfindet wie diese.

Es geht daraus hervor, dass in allen Conductoren, welche unter Einwirkung von elektrischen Scheidungskräften auf bekannte Weise geladen werden, die Elektricität nicht blos im Aggregatzustande von Ampère'schen Molecularströmen enthalten sein kann, weil sonst die von der Scheidungskraft hervorgebrachte Scheidung im entgegengesetzten Sinne, als es wirklich der Fall ist, stattfinden müsste. Wäre auch alle Elektricität in einem solchen Conductor, ehe die Scheidungskraft zu wirken begann, im Aggregatzustande von Ampère'schen Molecularströmen vorhanden gewesen; so müssten doch unter diesen Molecularströmen solche gewesen sein, welche unter dem Einfluss der Scheidungskraft nicht fortbestehen könnten (indem die beiden Theilchen fortführen, sich in geschlossener Bahn um einander zu drehen), sondern aufgelöst würden, indem die beiden Theilchen sich immer weiter von einander entfernten, bis sie zu den Grenzen des Conductors gelangten. Unter dem Einfluss der Scheidungskraft würden die positiven und negativen Theilchen der aufgelösten Molecularströme nur bei einer gewissen Vertheilung an der Oberfläche des Conductors in Ruhe verharren können; beim Aufhören der Scheidungskraft würden sie aber wieder in Bewegung gerathen, so lange, bis sie sich paarweise wieder zu Ampère'schen Molecularströmen vereinigt hätten.

Digitized by Google

19.

Elektrische Ströme in Conductoren.

Wäre in Conductoren alle Elektricität, ehe eine Scheidungskraft zu wirken beginnt, im Aggregatzustande Ampère'scher Molecularströme enthalten, die aber unter dem Einfluss einer Scheidungskraft nicht fortbestehen könnten, sondern aufgelöst würden, indem die beiden um einander sich drehenden ungleichartigen elektrischen Theilchen sich von einander immer weiter entfernten, bis endlich ihre Bahnen asymptotisch der Richtung der Scheidungskraft sich näherten; so würden, bevor die sich immer weiter von einander entfernenden Theilchen zu den Grenzen des Conductors gelangten, Begegnungen stattfinden zwischen den von verschiedenen Molecularströmen kommenden ungleichartigen elektrischen Theilchen, die dann mit einander neue Molecularströme bildeten. Diese neu gebildeten Molecularströme würden sodann auch wieder aufgelöst werden und die Bahnen der sich immer weiter von einander entfernenden Theilchen würden wieder asymptotisch der Richtung der Scheidungskraft sich nähern u. s. f.

Hierdurch entstünde eine elektrische Strömung im Conductor in der Richtung der Scheidungskraft. Hätte der Conductor die Gestalt eines gleichförmigen Ringes und hätte die Scheidungskraft in jedem einzelnen Längenelemente des Ringes bei gleicher Grösse die Richtung des Elements; so würde im Ringe ein constanter Kreisstrom gebildet werden, und es würden die im vorigen Artikel entwickelten Bewegungsgesetze elektrischer Theilchen unter Einfluss einer elektrischen Scheidungskraft die Grundlage der Theorie dieser constanten elektrischen Ströme in geschlossenen Conductoren bilden.

Hierbei leuchtet ein, dass während dieser Strömung von jedem Theilchen, indem es unter Einwirkung der Scheidungskraft in Richtung der Scheidungskraft fortrückt, *Arbeit* verrichtet wird. Und da alle andern Kräfte, die auf ein solches Theilchen im Conductor wirken, summarisch einander das Gleichgewicht halten; so tritt jene Arbeit als aequivalente Zunahme an *lebendiger Kraft* des Theilchens hervor, woraus folgt, dass die *lebendige Kraft* aller im Conductor enthaltenen Ampère'schen Molecularströme, während der Strom durch den Conductor geht, wächst, nämlich das Quadrat der Geschwindigkeit, mit welcher die Theilchen in den Ampère'schen Molecularströmen sich um

Digitized by Google

einander drehen, proportional der Scheidungskraft *(elektromotorischen Kraft)* und proportional dem in der Richtung der Scheidungskraft zurückgelegten Wege (der *Stromintensität*). Wird das Verhältniss der elektromotorischen Kraft zur Stromintensität mit dem Namen *Widerstand* bezeichnet, so kann dafür gesetzt werden, die *lebendige Kraft* aller im Conductor enthaltenen Molecularströme wachse, während der Strom durch den Conductor geht, proportional dem *Widerstande* und proportional dem *Quadrate der Stromintensität.*

Dieses Wachsthum der *Bewegungsenergie* der in einem Conductor enthaltenen elektrischen Theilchen, während ein Strom durch den Conductor geht, ergiebt sich also als eine nothwendige Folge von der Einwirkung der elektromotorischen Kraft auf die Theilchen, während diese Theilchen infolge des Stromes in der Richtung dieser Kraft fortrücken.

Diese theoretische Folgerung wird nun durch die Erfahrung zwar nicht auf directem, aber doch auf indirectem Wege bestätigt, nämlich dadurch, dass ein Wachsthum der *Wärmeenergie* im Conductor, während ein Strom durch den Conductor geht, *beobachtet* wird. Und dieses *beobachtete* Wachsthum der *Wärmeenergie* im Conductor ist jenem *berechneten* Wachsthum der *Bewegungsenergie* der elektrischen Theilchen in den Ampère'schen Molecularströmen des Conductors *gleich.*

Nun ist die *Wärmeenergie* eines Körpers eine *Bewegungsenergie*, welche von Bewegungen *im Innern des Körpers* herrührt, die sich der directen Beobachtung entziehen. Ebenso ist die den elektrischen Theilchen der Ampère'schen Molecularströme in einem Conductor angehörige *Bewegungsenergie* eine Bewegungsenergie, welche von Bewegungen im *Innern* des *Conductors* herrührt, die sich der directen Beobachtung entziehen.

Trotz dieser Übereinstimmung wäre es möglich, dass jene *Wärmeenergie* eines Körpers und diese Bewegungsenergie der elektrischen Theilchen der in demselben Körper enthaltenen Ampère'schen Molecularströme ihrem Wesen nach ganz verschieden wären. Denn es wäre möglich, dass jene *Wärmeenergie* eine Bewegungsenergie wäre, welche von Bewegungen ganz anderer Theilchen als elektrischen herrührte, und die Bewegungen dieser andern Theilchen könnten ganz anderer Art sein, wie die in den Ampère'schen Strömen.

Zur Erklärung der Identität des oben bestimmten Wachsthums der Energie in den Ampère'schen Molecularströmen mit dem aus der Beobachtung gefundenen Wachsthum der Wärmeenergie würde dann *nach dem Principe der*

Digitized by Google

Erhaltung der Energie schlechterdings nothwendig sein, dass eine *Übertragung* der Bewegungsenergie von den elektrischen Theilchen in den Ampère'schen Strömen auf die andern Theilchen, in deren Bewegung das Wesen der Wärmeenergie besteht, stattfände. Und zwar müsste *alle* durch den Strom in den elektrischen Theilchen der Ampère'schen Ströme erzeugte Bewegungsenergie auf diese andern Theilchen in jedem Augenblicke *total* übertragen werden.

Abgesehen davon, dass von einer solchen *totalen* Übertragung Rechenschaft zu geben nicht möglich ist, leuchtet von selbst ein, dass eine jede auch nur partielle Übertragung von Bewegungsenergie Ampère'scher Molecularströme auf andere Theilchen in Widerspruch stehen würde mit der allen Ampère'schen Strömen ihrem Wesen nach zukommenden *Beharrlichkeit*. Fände zwischen elektrischen Theilchen in Molecularströmen eine solche Übertragung von Bewegungsenergie auf andere Theilchen wirklich statt, so würde daraus einfach blos folgen, dass die von jenen Theilchen gebildeten Molecularströme *keine Ampère'schen Molecularströme* wären, weil ihnen keine *Beharrlichkeit* zukäme, worin das Wesen der Ampère'schen Molecularströme besteht.

Es ergiebt sich hieraus also die Folgerung, dass, wenn in den Conductoren alle elektrischen Theilchen im Aggregatzustande Ampère'scher Molecularströme sich befinden, das beobachtete Wachsthum der *Wärmeenergie* eines Conductors, während ein Strom durch ihn hindurchgeht, *unmittelbar* von dem Wachsthume der *Bewegungsenergie* der elektrischen Theilchen, welche die Ampère'schen Ströme bilden, herrührt, d. h. dass die dem Conductor durch den Strom ertheilte *Wärmemenge* eine *Bewegungsenergie* ist, welche von Bewegungen im Innern des Conductors herrührt, und zwar von Bewegungen, *die in einer Verstärkung der von den elektrischen Theilchen im Conductor gebildeten Ampère'schen Molecularströme besteht.*

Man sehe über diese *Identität* von *Wärmeenergie* und *Bewegungsenergie Ampère'scher Molecularströme*, was »Über die Umsetzung der Stromarbeit in Wärme« im 10. Bande der Abhandlungen der K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen (1862) im 33. Artikel der Abhandlung »Zur Galvanometrie« gesagt worden ist. (Vgl. Seite 154 ff.)

20.

Über Thermomagnetismus.

An die Voraussetzung der vorhergehenden Artikel, dass die Elektricität in Conductoren im Aggregatzustande Ampère'scher Molecularströme sich

Digitized by Google

befinde, und an die daraus folgende Identität der *Wärmeenergie* des Conductors mit der *Bewegungsenergie* der Ampère'schen Ströme im Conductor, knüpft sich leicht noch die Bemerkung an, dass *Temperaturgleichheit* zweier Conductoren hiernach zwar auf gewissen Verhältnissen in Stärke und Beschaffenheit der Ampère'schen Ströme in beiden Conductoren beruhen müsse; dass aber bei diesen zur Temperaturgleichheit erforderlichen Verhältnissen in den Strömen beider Conductoren noch folgende Verschiedenheit stattfinden könne. Es kann nämlich in den Ampère'schen Strömen des einen Conductors *grössere Masse* von Elektricität *mit geringerer Geschwindigkeit*, in denen des andern Conductors *kleinere Masse* von Elektricität *mit grösserer Geschwindigkeit* sich bewegen.

Denkt man sich nun einen Ring aus zwei solchen verschiedenartigen Conductoren gebildet, durch welchen ein constanter Strom geht, so dass durch alle Querschnitte des Ringes in gleicher Zeit gleich viel Elektricität strömt; so leuchtet ein, dass auch durch die beiden Querschnitte, welche die *erste Schicht des zweiten Conductors* begrenzen, gleich viel Elektricität gehen müsse. Die durch den ersten Querschnitt gehende Elektricität kommt aber aus dem *ersten Conductor*, wo in den Molecularströmen grössere Masse von Elektricität mit geringerer Geschwindigkeit sich bewegt. Wegen dieser geringeren Geschwindigkeit kommt also dieser in die *erste Schicht des zweiten Conductors* eindringenden Elektricität eine *geringere lebendige Kraft* zu. — Die durch den zweiten Querschnitt gehende Elektricität kommt aus der betrachteten ersten Schicht des zweiten Conductors selbst, wo in den Ampère'schen Strömen kleinere Masse von Elektricität sich mit grösserer Geschwindigkeit bewegt, und es kommt ihr also wegen dieser grösseren Geschwindigkeit eine *grössere lebendige Kraft* zu. Es ergiebt sich hieraus, dass infolge des Stromes diese *erste Schicht des zweiten Conductors* mehr lebendige Kraft an die folgende Schicht des zweiten Conductors abgiebt, als sie von der letzten Schicht des ersten Conductors empfängt, dass also eine *Abnahme* an Bewegungsenergie in den Ampère'schen Strömen dieser Schicht stattfindet, d. h. eine *Abnahme der Wärmeenergie* oder *Temperatur*.

Das Umgekehrte findet man, wenn man die beiden Querschnitte betrachtet, welche die *erste Schicht des ersten Conductors* begrenzen. Die durch den ersten Querschnitt in diese Schicht eintretende Elektricität kommt aus dem Ende des *zweiten* Conductors mit grösserer Geschwindigkeit; die durch den zweiten Querschnitt aus dieser Schicht austretende Elektricität verlässt

Digitized by Google

diese Schicht mit geringerer Geschwindigkeit, woraus sich ergiebt, dass infolge des Stromes die *erste Schicht des ersten Conductors* an die folgende Schicht desselben Conductors weniger lebendige Kraft abgiebt, als sie von der letzten Schicht des zweiten Conductors empfängt, wonach also eine *Zunahme* an Bewegungsenergie in den Ampère'schen Strömen dieser Schicht stattfindet, d. h. eine *Zunahme der Wärmeenergie oder Temperatur.*

Man sieht, dass hierdurch eine Grundlage für die Lehre vom *Thermomagnetismus*, insbesondere für den Peltier'schen Fundamentalversuch, dargeboten wird, deren weitere Verfolgung hier jedoch zu weit führen würde.

Es genüge, hier nur noch eine ähnliche Bemerkung in Beziehung auf den Seebeck'schen Fundamentalversuch des Thermomagnetismus beizufügen. In einem Körper, der in allen seinen Theilchen gleiche Temperatur besitzt, wird der Wärme ein *mobiles Gleichgewicht* zugeschrieben, oder man spricht, nach Fourier, von einer *wechselseitigen Strahlung* der Körpertheilchen, vermöge deren jedes Theilchen an die umgebenden Theilchen ebensoviel Wärme verliert, als es von ihnen empfängt. Besteht nun die Wärme in Ampère'schen Molecularströmen, die sich aber auflösen, indem das positive und negative Theilchen sich von einander entfernen, bis sie andern Theilchen begegnen, mit denen sie neue Molecularströme bilden; so würde die Temperaturgleichheit darin bestehen, dass die lebendige Kraft der aus einem Körpertheile austretenden elektrischen Theilchen gleich der lebendigen Kraft der in diesen Körpertheil eintretenden elektrischen Theilchen wäre.

Betrachtet man nun die Berührungsfläche zweier Conductoren, welche sich blos dadurch unterscheiden, dass in den Ampère'schen Strömen des einen grössere Massen von Elektricität mit geringerer Geschwindigkeit, in denen des andern kleinere Massen mit grösserer Geschwindigkeit sich bewegen; so würde bei gleicher Temperatur der beiden Conductoren zwar die *lebendige Kraft* der aus dem ersten Conductor in den zweiten übergehenden elektrischen Theilchen gleich sein der *lebendigen Kraft* der aus dem zweiten Conductor in den ersten übergehenden Theilchen; aber die *Masse* der elektrischen Theilchen, welche aus dem ersten Conductor in den zweiten übergeht, würde grösser sein als die *Masse* der elektrischen Theilchen, welche aus dem zweiten Conductor in den ersten übergeht, woraus sich (wenn es immer positive Elektricität ist, welche übergeht, während die negative Elektricität im Conductor, an dessen Theilchen sie haftet, zurückbleibt) eine *Differenz der elektrischen Ladung zu beiden Seiten*

Digitized by Google

der Contactfläche ergäbe, d. h. es ergäbe sich *das Vorhandensein einer elektromotorischen Kraft* an dieser Contactfläche; denn die elektromotorische Kraft einer Contactfläche ist eine Kraft, von welcher eine Differenz der elektrischen Ladung zu beiden Seiten der Contactfläche hervorgebracht wird.

Sind nun die beiden Conductoren so beschaffen, dass jene Differenz der Ladung zu beiden Seiten ihrer Contactfläche nicht immer die nämliche ist, sondern *nach Verschiedenheit der Temperatur grösser oder kleiner*, so ergiebt sich daraus die Stromerregung in einem aus diesen beiden Conductoren gebildeten Ringe, wenn an den beiden Contactflächen der Conductoren verschiedene Temperaturen stattfinden.

21.

Helmholtz, über den Widerspruch zwischen dem Gesetze der elektrischen Kraft und dem Gesetze der Erhaltung der Kraft.

Helmholtz hat in der Abhandlung: »Über die Bewegungsgleichungen der Elektricität für ruhende leitende Körper« im Journal für die reine und angewandte Mathematik Bd. 72, S. 7 und 8 aus dem Gesetze der elektrischen Kraft die Bewegungsgleichung zweier elektrischen Theilchen, für Bewegungen in Richtung der Entfernung r beider Theilchen, abgeleitet, nämlich

$$\frac{1}{cc}\cdot\frac{dr^2}{dt^2}=\frac{C-\frac{ee'}{r}}{\frac{1}{2}mcc-\frac{ee'}{r}},$$

oder, $C=\frac{ee'}{r_0}$ und $\frac{2ee'}{mcc}=\varrho$ gesetzt, die Gleichung

$$\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}=\frac{r-r_0}{r-\varrho}\cdot\frac{\varrho}{r_0}$$

d. i. dieselbe Gleichung, welche Artikel 9 gefunden worden ist.

Ist $\frac{ee'}{r}>\frac{1}{2}mcc>C$, d. i. $\frac{\varrho}{r}>1>\frac{\varrho}{r_0}$, so ist $\frac{dr^2}{dt^2}$ positiv und grösser als cc, also $\frac{dr}{dt}$ reell. Ist letzteres selbst positiv, so wird r wachsen, bis $\frac{ee'}{r}=\frac{1}{2}mcc$, d. i. $r=\varrho$, dann wird $\frac{dr}{dt}$ *unendlich gross.*

Dasselbe wird geschehen, wenn im Anfange $C>\frac{1}{2}mcc>\frac{ee'}{r}$, d. i. $\frac{\varrho}{r_0}>1>\frac{\varrho}{r}$, und $\frac{dr}{dt}$ negativ ist.

Digitized by Google

Diese Folgerungen stehen nach Helmholtz in Widerspruch mit dem Gesetze der Erhaltung der Kraft.

Es ist dabei nun *erstens* zu bemerken, dass hier zwei elektrische Theilchen angenommen werden, die sich zwar mit *endlicher* Geschwindigkeit zu bewegen beginnen, die aber grösser ist als die Geschwindigkeit c, d. i. grösser als $439450 . 10^6 \frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$. Der Fall, dass zwei Körper mit solcher Geschwindigkeit sich gegen einander bewegen, ist nirgends in der Natur nachzuweisen; bei allen praktischen Anwendungen des Gesetzes pflegt man vielmehr $\frac{1}{cc} \cdot \frac{dr^2}{dt^2}$ immer als einen sehr kleinen Bruch anzunehmen, was Beachtung verdient.

Denn nach Helmholtz, a. a. O. Seite 7, widerspricht ein Gesetz dem Gesetze von der *Erhaltung der Kraft*, wenn zwei Theilchen, die sich demselben gemäss bewegen und mit *endlicher* Geschwindigkeit beginnen, in endlicher Entfernung von einander *unendliche lebendige Kraft* erreichen und also eine unendlich grosse Arbeit leisten können.

Es scheint hierin der Satz ausgesprochen zu sein, dass nach dem Gesetz der Erhaltung der Kraft zwei Theilchen überhaupt niemals unendliche lebendige Kraft besitzen können.

Denn man würde offenbar obigen Ausspruch auch umkehren und sagen können:

Ein Gesetz widerspricht dem Gesetze der Erhaltung der Kraft, wenn zwei Theilchen, die sich demselben gemäss bewegen und mit *unendlicher* Geschwindigkeit beginnen, in endlicher Entfernung von einander *endliche* lebendige Kraft erreichen und also einen unendlich grossen Verlust an Arbeit, die sie leisten können, erleiden.

Die beiden Theilchen müssten also immer unendliche Geschwindigkeit behalten, denn haben sie dieselbe in keiner noch so grossen endlichen Entfernung verloren, so werden sie dieselbe, nach der Natur der Potentiale, auch darüber hinaus niemals verlieren. Körper aber, die sich immer mit unendlicher Geschwindigkeit gegen einander bewegen, sind vom Bereich unserer Forschungen ausgeschlossen.

Besitzen aber zwei Theilchen immer nur endliche lebendige Kraft; so muss es einen endlichen Grenzwerth der lebendigen Kraft geben, den sie niemals überschreiten. Es ist dann möglich, dass dieser Grenzwerth für zwei elektrische Theilchen e und $e' = \frac{ee'}{\varrho}$ ist, d. h. dass das Quadrat der

Digitized by Google

Geschwindigkeit, mit der sich beide Theilchen gegeneinander bewegen, nicht grösser als cc sein könne.

Der von Helmholtz gerügte Widerspruch würde hiernach nicht in dem Gesetze liegen, sondern in seiner Annahme, wonach die beiden Theilchen mit einer Geschwindigkeit begönnen, deren Quadrat $\frac{dr^2}{dt^2} > cc$ wäre.

Wird eine solche Grenzbestimmung der lebendigen Kräfte *im Gesetze der Erhaltung der Kraft* nach Helmholtz mit aufgenommen; so kann sie *in dem Grundgesetze der elektrischen Wirkung* Artikel 4 eben so gut mit aufgenommen werden, indem man die dort mit U bezeichnete *Arbeit*, ebenso wie die mit x bezeichnete *lebendige Kraft* $\left(\text{im Gesetze } U+x=\frac{ee'}{\varrho}\right)$, *beide als ihrer Natur nach positive Grössen* betrachtet.

Zweitens ist zu bemerken, dass jene beiden elektrischen Theilchen zwar in endlicher Entfernung von einander unendliche lebendige Kraft erreichen; diese endliche Entfernung ist aber $\varrho=\frac{2ee'}{cc}\left(\frac{1}{\epsilon}+\frac{1}{\epsilon'}\right)$, eine nach unsern Maassen *unangebbar kleine Entfernung*, aus gleichen Gründen, aus denen die elektrischen Massen ϵ und ϵ' selbst nach unsern Maassen unangebbar sind. Diese Entfernung ist daher Artikel 9 als eine *Molecularentfernung* bezeichnet worden.

Die *Theorie der Molecularbewegungen* bedarf jedenfalls einer besonderen Entwickelung, an der es überall noch fehlt; so lange aber als eine solche Theorie von den mechanischen Untersuchungen noch ausgeschlossen bleibt, haben alle Zweifel an *physischer Zulässigkeit*, die sich auf das Bereich der *Molecularbewegungen* beziehen, keine Berechtigung.

Drittens möge bemerkt werden, dass derselbe Einwand, dass nämlich zwei Theilchen, *die mit endlicher Geschwindigkeit* beginnen, in endlicher Entfernung von einander unendliche lebendige Kraft erreichen, auch das Gravitationsgesetz trifft, wenn man die Massen ponderabeler Theilchen *in Punkten concentrirt* annimmt. Beseitigt man aber diesen Einwand beim Gravitationsgesetze dadurch, dass man die Massen auch der kleinsten Theilchen als einen *Raum erfüllend* sich vorstellt; so wird man dasselbe auch bei elektrischen Theilchen thun müssen, wo sich dann auch ergiebt, dass nur ein verschwindend kleiner Theil eines solchen Theilchens in einem bestimmten Augenblicke zur Entfernung ϱ gelangt; ein anderer verschwindend kleiner Theil, der schon im Augenblicke vorher zur Entfernung ϱ gelangt war, würde die unendlich grosse Näherungsgeschwindigkeit mit unendlich grosser Entfernungsgeschwindigkeit vertauscht

Digitized by Google

haben. Sind aber diese verschwindenden Theile kleinster Theilchen fest an einander gekettet, so dürfte von solchen unendlichen Geschwindigkeiten gar keine Rede sein.

Auch Weltkörper können ihre Bewegung unter physisch zulässigen Verhältnissen beginnen und können, indem sie sich nach dem Gravitationsgesetze weiter bewegen, in physisch unzulässige Verhältnisse gerathen, die nur durch Mitwirkung *der auf Molecularentfernungen beschränkten Molecularkräfte* beseitigt werden. Ein Absehen von dieser Mitwirkung ist streng genommen nur temporär gestattet, so lange nämlich die Verhältnisse so beschaffen sind, dass ihr Einfluss entweder Null ist oder als verschwindend klein betrachtet werden darf. Eben so wenig aber wie daraus ein Einwand gegen das Gravitationsgesetz entnommen wird, dürfte aus den physisch unzulässigen Verhältnissen, zu denen das Grundgesetz der elektrischen Wirkung nach Helmholtz führt, ein Einwand gegen dieses Gesetz sich ergeben, wenn man beachtet, dass diese unzulässigen Verhältnisse nur an gewisse Molecularentfernungen gebunden sind.

Digitized by Google

VI.

ÜBER DAS
AEQUIVALENT LEBENDIGER KRÄFTE.

[1874.]

[Jubelband von Poggendorff's Annalen, p. 199 bis p. 213.]

EINLEITUNG.

Es soll in Folgendem der Hauptgegenstand der letzten Abhandlung näher erörtert werden, nämlich der Zusammenhang des aufgestellten Grundgesetzes der elektrischen Wirkung mit dem Principe der Erhaltung der Energie und mit dem durch dasselbe gegebenen Aequivalente lebendiger Kräfte.

Was die gegen das erwähnte Grundgesetz der elektrischen Wirkung erhobenen Einwendungen betrifft, muss ich wegen mangelnden Raumes mich hier auf folgende allgemeine Bemerkungen beschränken.

Die neueren *mathematischen* Untersuchungen über Elektricität haben vorzugsweise die *Fernwirkungen* betroffen und haben sich daher, abgesehen von der Elektrostatik, meist an die *Integral-* und *Elementargesetze*, im Gegensatz zum Punktgesetze, nach der Neumann'schen Benennung, gehalten; von *physikalischem* Standpunkte dagegen sind die Wirkungen der Elektricität auf die von ihr durchströmten Körper, nämlich die *Wärmewirkungen* und die *chemischen*, von solcher Wichtigkeit und Bedeutung geworden, dass der *Physiker* nicht umhin kann, seine Aufmerksamkeit auch dem *Punktgesetze* zuzuwenden, welches allein zur Einsicht in den innern Zusammenhang von Elektricität und Wärme, sowie zur Einsicht in die innere Mechanik chemischer Processe den Weg bahnen kann.

Digitized by Google

Diese Wärmewirkungen und die chemischen sind es vor allen, welche dazu nöthigen, den Körpern überhaupt *moleculare Constitution* zuzuschreiben. Bei molecularer Constitution ist aber jedes Molecule, gleich einem Weltkörper, eine bewegte Welt für sich, von deren inneren Verhältnissen und Bewegungen direct nichts beobachtet wird. Diese inneren Verhältnisse und Bewegungen spielen aber eine grosse Rolle bei allen Wärme- und chemischen Processen, so dass *moleculare Constitution der Körper* anzunehmen in der *mechanischen Wärmetheorie* sowohl wie in der *chemischen Atomenlehre* zur Nothwendigkeit geworden ist.

Bei *molecularer Constitution der Körper* kann aber, wie man leicht sieht, von beliebiger Massenvertheilung nicht die Rede sein; denn die Atomenmassen in den Moleculen sind Massen von *gegebener Grösse*, die stets *gesondert* bleiben; sie sind ursprünglich in bestimmten Entfernungen von einander und in bestimmten Bewegungen gegen einander gewesen, und sind stets in solcher Wechselwirkung geblieben, dass sie gesondert und entfernt von einander erhalten wurden. Dass bei solchen Atomen *manche sonst denkbare Massenanhäufungen* gar nicht stattfinden und willkürliche Annahmen über solche Massenanhäufungen zu Widersprüchen führen können, lässt sich gewiss leicht begreifen, wenn darüber auch Näheres und Genaueres weder bestimmt worden ist, noch bestimmt werden kann, auch wenn alle Gesetze der Wechselwirkung der Atome bekannt wären, so lange nämlich als das Problem der drei Körper nicht gelöst ist; denn die Kenntniss der Bewegungsgesetze *zweier* wechselseitig auf einander wirkender Körper genügt hierzu nicht.

Die oben erwähnten Einwendungen müssen daher, wenn sie auch sonst begründet sein sollten, doch einstweilen dahin gestellt bleiben, weil die Frage nicht entschieden werden kann, ob die Schuld der gerügten Widersprüche in dem angefochtenen Grundgesetze oder nicht vielmehr in den bei Bestreitung desselben willkürlich angenommenen Massenanhäufungen zu suchen sei.

Digitized by Google

1.

Princip der Erhaltung der Energie.

Schon aus dem Gesetze der Beharrung hatte sich der Satz ergeben: *wenn auf einen Körper keine Einwirkung von Aussen stattfindet, so bleibt seine lebendige Kraft unverändert.*

Hieran schloss sich der Satz von der Erhaltung der lebendigen Kraft, nämlich: *wenn auf ein Körpersystem keine Einwirkung von Aussen stattfindet, so ist die Summe seiner lebendigen Kräfte in allen denjenigen Zeitmomenten gleich gross, in welchen die gegenseitige Lage der Systemkörper gleich ist.*

Dieser Satz von der Erhaltung der lebendigen Kraft wurde endlich zum Gesetz der Erhaltung der Energie erweitert, nämlich: *wenn auf ein Körpersystem keine Einwirkung von Aussen stattfindet, so ist in solchen Zeitmomenten, wo die gegenseitige Lage der Systemkörper verschieden ist, zwar nicht die Summe der lebendigen Kräfte allein, aber diese Summe sammt der Arbeit, welche infolge der Wechselwirkung der Systemkörper bei Versetzung derselben in unendliche Entfernungen von einander geleistet werden würde, gleich gross.* Man hat jene Summe der lebendigen Kräfte die *Bewegungsenergie*, diese Arbeit, die *Potentialenergie* des Körpersystems genannt, deren Summe beim Ausschluss äusserer Einwirkung immer gleich bleibt.

In diesem eben ausgesprochenen Gesetze der Erhaltung der Energie sind aber, wie man sieht, verschiedenartige Principien enthalten und mit einander verbunden, die besser von einander gesondert werden, nämlich *erstens* Principien, welche Eigenschaften *einzelner Körper* oder Körpertheilchen, *zweitens* Principien, welche Eigenschaften von *Körperpaaren* betreffen.

2.

Unterscheidung der Eigenschaften eines einzelnen Körpers oder Körpertheilchens und eines Paares.

1) *Jedem Körper oder Körpertheilchen* (jedem physischen Punkte oder Atome), für sich allein betrachtet, kommen Eigenschaften zu, durch welche sein Verhalten im Raume und in der Zeit vollständig bestimmt ist, wenn sein Verhalten in irgend einem Augenblicke und alle von diesem Augenblicke an

Digitized by Google

auf ihn wirkenden Kräfte gegeben sind. Diese Eigenschaften der einzelnen Körpertheilchen sind *Beharrung* und *Masse*, und es giebt zwischen verschiedenen Körpertheilchen, in Beziehung auf die ihnen einzeln zukommenden Eigenschaften, keinen andern Unterschied als den der Grösse ihrer Masse.

2) *Jedem Paare von Körpertheilchen* kommen Eigenschaften zu, die ganz unabhängig sind von den Eigenschaften der einzelnen Körpertheilchen. In diesen Eigenschaften der *Paare* liegt der Grund davon, dass bei jeder Aenderung der Entfernung beider Theilchen von einander *Arbeit* verrichtet wird. Es liegt nämlich in den Eigenschaften jeden *Paares* der Grund einer wechselseitigen Abstossungs- oder Anziehungskraft, welche mit der Entfernungsänderung der beiden Theilchen multiplicirt die vom *Paare* verrichtete *Arbeit* giebt.

3) Einem Systeme von *drei* oder mehreren Körpertheilchen kommen *keine* Eigenschaften zu, welche in den Eigenschaften der einzelnen Theilchen und Paare nicht schon enthalten wären.

Diese Beschränkung des Wesens der Körper auf Eigenschaften der *einzelnen Theilchen* und *Paare* führt zu dem wichtigen Resultate, dass die Erforschung der alle Körper umfassenden Naturprocesse sich sehr vereinfachen lässt durch Zerlegung in die Processe der einzelnen Paare, die unabhängig von einander betrachtet werden können. Die Betrachtung der alle Körper umfassenden Naturprocesse würde keiner solchen Zerlegung fähig sein, wenn besondere Eigenschaften an der *Gesammtheit vieler Körper* hafteten, die in den Eigenschaften der *einzelnen Körper* und *Körperpaare* nicht schon enthalten wären. Es ist jedenfalls sehr wichtig, dass alle für die Betrachtung der allgemeinen Naturprocesse wesentlichen Elemente in den Eigenschaften der *einzelnen Körper* und *Körperpaare* schon vollständig enthalten sind.

3.

Merkmale eines Grundgesetzes der Wechselwirkung.

Nachdem in der *allgemeinen Mechanik* die Eigenschaften der *einzelnen* Körpertheilchen vollständig bestimmt worden sind, hat die *Physik* wesentlich nur noch die jedem *Paare von Körpertheilchen* zukommenden Eigenschaften zu bestimmen. Bei dieser Bestimmung braucht nichts weiter in Betracht gezogen zu werden, als die *Beschaffenheit* und die *gegenseitigen Verhältnisse* der ein Paar bildenden Theilchen, und die unter diesen Verhältnissen *aus ihrer Wechselwirkung bei*

Digitized by Google

jeder Entfernungsänderung entspringende Arbeit. Die *Verhältnisse* dieser beiden Theilchen sind durch ihren *Abstand* und durch die *Geschwindigkeit der Abstandsänderung* gegeben. — Das zu einer vollständigen Bestimmung der Lage und Bewegungen der Theilchen erforderliche im Raume gegebene feste *Coordinatensystem* ist zur Bestimmung jenes Abstandes und dessen Aenderung nicht nöthig und kommt daher hier gar nicht in Betracht; es müssen also die *Grundgesetze der Wechselwirkung der Körper*, welche sich aus den jedem *Paare* zukommenden Eigenschaften ergeben, ohne Hülfe von Raumcoordinaten dargestellt werden können.

Für die so darzustellenden *Grundgesetze der Wechselwirkung der Körper* kommen hiernach als veränderliche Grössen nur die *relative Entfernung* r der beiden Theilchen, ihre *relative Geschwindigkeit* $\frac{dr}{dt}$ und Functionen dieser beiden Grössen in Betracht; Functionen der Raumcoordinaten werden nicht gebraucht.

Diesen Anforderungen an ein Grundgesetz der Wechselwirkung der Körper entspricht nun keiner von den Artikel 1 angeführten Sätzen, auch nicht der letzte, nämlich der unter dem Namen des Princips der Erhaltung der Energie aufgestellte Satz, weil es sich darin nicht blos um die Eigenschaften eines Körperpaares, sondern allgemein um Eigenschaften eines Körpersystems (eines Systems von Körperpaaren) handelt, und zwar um eine Eigenschaft, welche diesem Systeme nicht immer, sondern nur so lange als keine Einwirkung von Aussen stattfindet, zukommt; ferner, weil die Summe, welche nach jenem Satze gleich bleiben soll, ihrem Wesen nach eine Function der Raumcoordinaten x, y, z ist.

4.

Zwei Arten von Aequivalenten einer lebendigen Kraft.

Einem Paare von zwei Theilchen ε und ε', die mit der Geschwindigkeit $\frac{dr}{dt}$ von einander sich entfernen oder nähern, gehört eine *relative lebendige Kraft* zu, welche durch das Product des Quadrats $\frac{dr^2}{dt^2}$ in einen von den Massen ε und ε' abhängigen Factor, nämlich $\frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}$, bestimmt ist. — Die mittlere (ihrem Schwerpunkte zukommende) *absolute* lebendige Kraft des Paares, nämlich $\frac{1}{2}\left(\frac{(\varepsilon\alpha+\varepsilon'\alpha')^2}{\varepsilon+\varepsilon'} + (\varepsilon+\varepsilon')\gamma\gamma\right)$, worin α und α' die Geschwindigkeiten der

Digitized by Google

beiden Theilchen in der Richtung r, und γ die Geschwindigkeit des Schwerpunktes senkrecht gegen r bezeichnet, und die von der Bewegung der Theilchen *um einander* herrührende lebendige Kraft, nämlich $\frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}\frac{ds^2}{dt^2}$, worin $\frac{ds}{dt}$ die Geschwindigkeit darstellt, mit welcher die beiden Theilchen in der Richtung senkrecht gegen r sich einander entgegen bewegen, brauchen hier nicht berücksichtigt zu werden.

Diese dem Systeme beider Theilchen zugehörige *relative lebendige Kraft* ändert sich aber mit der Zeit, indem bald ein Theil davon verloren geht, bald ein neuer Theil hinzukommt. Eine solche Veränderung findet aber nicht statt, ohne dass etwas Anderes gleichzeitig verändert wird; und wenn dieses Andere wieder hergestellt wird, stellt sich auch jener verlorene Theil der lebendigen Kraft wieder her. Man sagt, dass der in der Zwischenzeit verloren gegangene Theil der lebendigen Kraft durch etwas Anderes vertreten worden sei und bezeichnet dieses Andere als ein *Aequivalent* des verloren gegangenen Theiles der lebendigen Kraft.

Es ist eine Hauptaufgabe der physikalischen Forschung geworden, *Gesetze für dieses Aequivalent* aufzustellen, wonach es aus *messbaren Grössen* bestimmt werden kann.

Dieses *Aequivalent* kann nun *entweder* auch eine Körperbewegung sein, *oder* nicht. Im *ersteren* Falle würde das Aequivalent ebenfalls eine lebendige Kraft sein, wie die von ihm vertretene, und würde sich von letzterer nur dadurch unterscheiden, dass sie anderen Paaren von Körpertheilchen zugehörte, wobei es zugleich geschehen könnte, dass sie als Bewegung für uns unwahrnehmbar würde, wie die Wärme. In allen diesen Fällen, wo das Aequivalent der verloren gegangenen lebendigen Kraft auch eine lebendige Kraft ist, und zwar von gleicher Grösse, bleibt die Summe der lebendigen Kräfte unverändert und es handelt sich blos um eine veränderte Vertheilung derselben, wovon der Grund in den Gesetzen der Fortpflanzung der Bewegung zu suchen ist.

Ganz verschieden davon ist der *andere* Fall, wo an die Stelle der verloren gegangenen lebendigen Kraft unmittelbar keine lebendige Kraft, sondern etwas Anderes, von lebendiger Kraft Verschiedenes, tritt. Die Erforschung dieser letzteren Art von Aequivalenten verloren gegangener Theile der relativen lebendigen Kraft zweier Körpertheilchen bedarf vorzugsweise einer genaueren Untersuchung, sowohl was ihr *Wesen* als auch was die Gesetze ihrer Bestimmung aus andern *messbaren Grössen* betrifft.

Digitized by Google

5.

Aequivalent der zweiten Art.

1) *Lebendige Kraft* ist etwas wirklich *Vorhandenes* und zwar stets *Positives*, ebenso wie *Masse*. Hieraus folgt, dass das *Potential von Kräften*, z. B. von elektrischen Kräften, was bald positiv, bald negativ ist, *kein Aequivalent lebendiger Kraft* in eigentlichem Sinne sein könne. Auch ist das Potential nichts wirklich *Vorhandenes;* denn es ist diejenige Arbeit, welche verrichtet werden würde, wenn die beiden Theilchen aus unendlicher Entfernung in die Entfernung r gebracht würden. Könnte man nun auch statt der Arbeit, die verrichtet werden würde, in der vom Potential gegebenen Definition die Arbeit setzen, welche bei Versetzung der beiden Theilchen aus unendlicher Entfernung in die Entfernung r *verrichtet worden wäre*, so bestände *diese Arbeit* selbst doch entweder in einer Aenderung der *relativen lebendigen Kraft beider Theilchen* oder in der *Aufhebung anderer Arbeit.* Eine *aufgehobene Arbeit* ist aber auch nichts wirklich Vorhandenes, so wenig wie eine aufgehobene Kraft. Und eine *Aenderung der lebendigen Kraft* ist als Theil schon in der vorhandenen lebendigen Kraft enthalten und kann daher neben der vorhandenen lebendigen Kraft nicht noch besonders als vorhanden in Rechnung gebracht werden.

2) Dennoch könnte eine solche blos *gedachte Arbeit*, wie das Potential ist, welche verrichtet werden würde, wenn die beiden Theilchen *aus einer endlichen Entfernung in eine unendliche* oder umgekehrt gebracht würden, als *Definition und Grössenwerth* von etwas wirklich *Vorhandenem* dienen, nämlich als Definition einer wirklich vorhandenen *Eigenschaft*, welche dem Systeme der beiden Theilchen zugehörte; nur dürfte in der Definition einer solchen Eigenschaft die *vorhandene* Entfernung r nicht als diejenige endliche Entfernung genommen werden, von welcher die beiden Theilchen in unendliche Entfernung zu bringen seien, vielmehr müsste jene endliche Entfernung *ganz unabhängig von der vorhandenen Entfernung* r bestimmt sein; denn es soll die Eigenschaft *für alle Werthe von* r ohne Unterschied gelten.

Als Erläuterung, wie eine solche blos *gedachte Arbeit* zur Definition einer wirklich vorhandenen Eigenschaft dienen könne, lässt sich das Beispiel *elastischer Stäbe* anführen, für welche eine ganz bestimmte endliche Entfernung der beiden Stabenden von einander durch die sogenannte *natürliche Stablänge* ρ,

Digitized by Google

ganz unabhängig von der vorhandenen Stablänge r, gegeben ist. Bei einem solchen Stabe wird nun eine blos *gedachte Arbeit*, nämlich diejenige, welche von dem Stabe verrichtet werden würde, wenn derselbe von der doppelten zur einfachen natürlichen Länge, das ist von 2ϱ zu ϱ, gebracht würde, als *Definition und Grössenmaass* von etwas im Stabe wirklich *Vorhandenem* benutzt, nämlich von der wirklich vorhandenen Eigenschaft der *Elasticität* des Stabes.

Wird nämlich die der Stablänge r entsprechende *Spannung* mit R bezeichnet, so wird die *Elasticität* des Stabes ausgedrückt durch $\int_{2\varrho}^{\varrho} R dr$. Ebenso kann nun der Ausdruck $\int_{\varrho}^{\infty} R dr$ als Definition der oben angegebenen Eigenschaft *zweier elektrischer Theilchen* dienen, wenn R ihre Abstossungskraft in dem Augenblicke bezeichnet, wo bei der Überführung aus der *unabhängig von* r bestimmten endlichen Entfernung ϱ in unendliche Entfernung ihr Abstand $= r$ geworden ist. — Soll diese Eigenschaft von den beiden Theilchen allgemein gelten, so muss R Function der Zeit t sein, um die Abstossungskraft, welche bei gleichem Abstande zu verschiedenen Zeiten verschieden sein kann, stets richtig darzustellen. — Die durch $\int_{\varrho}^{\infty} R dr$ definirte Eigenschaft der beiden elektrischen Theilchen soll ihre *Arbeitsfähigkeit* genannt werden.

3) Da die relative lebendige Kraft zweier Theilchen etwas von der Entfernung der Theilchen r an sich ganz Unabhängiges ist, so muss das Aequivalent dieser lebendigen Kraft ebenfalls von r unabhängig sein. Wenn daher das Aequivalent, gleich dem Potentiale, durch das Integral einer Function von r dargestellt würde, so müsste dieses Integral ein *bestimmtes Integral* sein zwischen solchen Grenzen, welche von r ganz unabhängig wären, ganz so wie die soeben definirte Eigenschaft zweier elektrischer Theilchen, welche ihre Arbeitsfähigkeit genannt wurde.

4) Im Begriffe des Aequivalents lebendiger Kraft liegt es endlich (weil die lebendige Kraft unveränderlich ist, so lange kein Theil derselben durch ein Aequivalent ersetzt wird), dass das, nach passendem Maasse ausgedrückte, Aequivalent des verloren gegangenen Theils der lebendigen Kraft die Ergänzung des vorhandenen Theils der lebendigen Kraft zu einer *Constanten* bilden müsse. Durch den jedenfalls *endlichen Werth* dieser Constanten, als der Summe zweier positiven Grössen, ist aber ein *Grenzwerth* gegeben, welcher von keiner dieser beiden Grössen, weder von der lebendigen Kraft, noch von dem Aequivalente,

Digitized by Google

überschritten werden kann. Es leuchtet hieraus ein, dass überall, wo die relative lebendige Kraft zweier Theilchen über jede Grenze hinaus in's Unendliche wachsen könnte, kein Aequivalent für lebendige Kräfte existire, und also auch kein Princip der Erhaltung der Energie, für welches die Existenz eines Aequivalents lebendiger Kräfte Bedingung und Grundlage ist.

Es könnte nun aber eine durch solchen *Grenzwerth* beschränkte lebendige Kraft, oder beschränkte relative Geschwindigkeit der Körpertheilchen, mit den Principien der *allgemeinen Mechanik* zu streiten scheinen, wo alle Kräfte als gegeben betrachtet werden, ohne nach ihrem *Ursprung* zu fragen, gerade so wie auch die *anfängliche* Vertheilung der Massen und deren Geschwindigkeiten als gegeben betrachtet werden, ohne zu fragen, wie sie zu Stande gekommen. In der That, wenn in der *allgemeinen Mechanik* unter gegebenen Kräften *beliebige Kräfte* verstanden würden, so würde die Möglichkeit, jede beliebige relative Geschwindigkeit zweier Theilchen zu erzeugen, von selbst einleuchten. Diese Möglichkeit leuchtet keineswegs ein, wenn auf den *Ursprung der Kräfte* zurückgegangen wird wie in der Physik und alle Kräfte aus *gesetzlicher* Wechselwirkung der Körper abgeleitet werden. Hier sieht man ein, dass *principiell* einem solchen *Grenzwerthe* nichts entgegensteht, sondern dass über Vorhandensein oder Nichtvorhandensein eines solchen Grenzwerthes nur aus den *Gesetzen* der Wechselwirkung der Körper selbst entschieden werden könne.

6.

Gesetz der Arbeitsfähigkeit unter der Voraussetzung, dass sie das Aequivalent der lebendigen Kraft sei.

Zu Anfang des vorigen Artikels ist auseinander gesetzt worden, dass nur eine wirklich vorhandene und positive Grösse das gesuchte Aequivalent der lebendigen Kraft sein könne. Es stellte sich danach heraus, dass das Potential zweier Theilchen $\int_{\infty}^{r} R dr$, d. i. *diejenige Arbeit*, welche verrichtet werden würde, wenn die beiden Theilchen aus unendlicher Entfernung in die vorhandene Entfernung r gebracht würden, keine solche Grösse wäre und also nicht das gesuchte Aequivalent der lebendigen Kraft sein könne; dass dagegen $\int_{\rho}^{\infty} R dr$, d. i. *diejenige Arbeit*, welche verrichtet werden würde, wenn beide Theilchen

aus einer endlichen, von der vorhandenen Entfernung r ganz unabhängig bestimmbaren, Entfernung ϱ in unendliche Entfernung gebracht würden, wohl als *Definition einer solchen Grösse*, nämlich als Definition einer wirklich vorhandenen, dem Systeme beider Theilchen in ihrem gegenwärtigen Zustande zukommenden Eigenschaft, welche die vorhandene *Arbeitsfähigkeit* des Systems genannt wurde, dienen könne. *Diese Arbeitsfähigkeit* soll nun unter der Voraussetzung, dass sie das gesuchte *Aequivalent der lebendigen Kraft* sei, näher bestimmt werden.

Bezeichnet man diese *Arbeitsfähigkeit* zweier elektrischer Theilchen ε und ε' zu irgend einer Zeit mit U, und die *relative lebendige Kraft* dieser Theilchen zu derselben Zeit mit x, so ergiebt sich, dass die Arbeitsfähigkeit U, *als Aequivalent*, die Ergänzung der lebendigen Kraft x zu einer Constanten a ist, also:

$$x + U = a, \qquad \text{oder} \qquad U = a\left(1 - \frac{x}{a}\right).$$

Setzt man nun nach Artikel 4 die lebendige Kraft $x = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}\cdot\frac{dr^2}{dt^2}$, und setzt für ein verschwindendes U, wo $x = a$ wird, $\frac{dr^2}{dt^2} = cc$, so erhält man:

$$U = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}cc\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right).$$

In diesem Ausdrucke der Arbeitsfähigkeit U sind aber bekanntlich die Massen ε und ε' Grössen, welche keiner Bestimmung auf dem Wege der Messung fähig sind. Man unterscheidet daher zwei elektrische Theilchen, statt nach ihren unmessbaren Massen ε und ε', gewöhnlich nach den messbaren Kräften ee und ee', welche jedes von diesen beiden Theilchen einzeln auf ein ihm gleiches im Abstande $= 1$, *bei relativer Ruhe*, ausübt, oder vielmehr nach den Quadratwurzeln dieser Werthe e und e', welche den unmessbaren Massen proportional sind.

Um nun in dem Ausdrucke der *Arbeitsfähigkeit*

$$U = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}cc\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right)$$

die *messbaren* Grössen e und e' für die *unmessbaren* ε und ε' einzuführen, muss man sich an den *Grenzwerth* von U für verschwindende Werthe der Geschwindigkeit $\frac{dr}{dt}$, oder für verschwindende Werthe der lebendigen Kraft $x = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}\frac{dr^2}{dt^2}$, halten, welcher mit U_0 bezeichnet werden möge, nämlich

Digitized by Google

$$U_0 = a = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}cc.$$

Für diesen Fall findet nämlich das *elektrostatische* Gesetz Anwendung, wonach die Arbeit, welche während einer virtuellen Abstandsänderung dr verrichtet werden würde, $= \frac{ee'}{rr}dr$ ist. Versteht man also unter U_0 *diejenige Arbeit*, welche infolge dieser *elektrostatischen* Wechselwirkung verrichtet werden würde, wenn beide Theilchen aus einer endlichen, von der vorhandenen Entfernung r ganz unabhängig bestimmbaren Entfernung ϱ in unendliche Entfernung gebracht würden, so erhält man

$$U_0 = a = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}cc = \int_{\varrho}^{\infty}\frac{ee'}{rr}dr = \frac{ee'}{\varrho}.$$

Hieraus folgt dann *erstens*, dass es für jedes System zweier elektrischer Theilchen wirklich eine endliche, von der vorhandenen Entfernung r ganz unabhängig bestimmbare Entfernung $\varrho = \frac{ee'}{a}$ gebe; *zweitens* ergiebt sich, wenn man hiernach $\frac{ee'}{\varrho}$ statt a in der Gleichung $U = a\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right)$ substituirt, *die gesuchte Arbeitsfähigkeit* oder das gesuchte *Aequivalent der lebendigen Kraft:*

$$U = \frac{ee'}{\varrho}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right).$$

7.

Ableitung des Potentials aus der Arbeitsfähigkeit.

[Man vergleiche hierzu die Anmerkung auf Seite 246 in der folgenden Abhandlung.]

Die Arbeitsfähigkeit U ist im vorhergehenden Artikel durch diejenige Arbeit definirt worden, welche verrichtet werden würde, wenn beide Theilchen aus der endlichen, von der vorhandenen Entfernung r ganz unabhängig bestimmbaren, Entfernung ϱ in unendliche Entfernung von einander gebracht würden, d. i.

$$U = \int_{\varrho}^{\infty} R dr.$$

Nun ist aber am Schlusse des vorhergehenden Artikels

$$U = \frac{ee'}{\varrho}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right)$$

Digitized by Google

gefunden worden, wofür auch geschrieben werden kann:

$$U = \int_{\infty}^{r} \frac{ee'}{rr}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2r}{cc}\frac{d\,dr}{dt^2}\right) dr\,.$$

Hieraus folgt dann, dass die aus der Wechselwirkung beider Theilchen resultirende Abstossungskraft

$$R = \frac{ee'}{rr}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2r}{cc}\frac{d\,dr}{dt^2}\right)$$

ist.

Nach der Definition des Potentials V, als *derjenigen Arbeit*, welche infolge der Wechselwirkung beider Theilchen verrichtet werden würde, wenn sie aus unendlicher Entfernung in die vorhandene Entfernung r gebracht würden, ergiebt sich endlich:

$$V = \int_{\infty}^{r} R\,dr = \int_{\infty}^{r} \frac{ee'}{rr}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2r}{cc}\frac{d\,dr}{dt^2}\right) dr\,,$$

oder

$$V = \frac{ee'}{r}\left(\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2} - 1\right).$$

8.

Allgemeine Anwendung.

Betrachten wir zum Schlusse die Massen m und m' zweier *beliebiger* Körpertheilchen, und ist r ihre relative Entfernung, $\frac{1}{2}\frac{mm'}{m+m'}\frac{dr^2}{dt^2}$ ihre relative lebendige Kraft, und findet zwischen diesen beiden Theilchen *bei relativer Ruhe* eine solche Wechselwirkung statt, dass der virtuellen Abstandsänderung dr die Arbeit $\frac{kmm'}{r^n}dr$ entspricht, so ergiebt sich für diese Theilchen, unter derselben Voraussetzung über die Existenz eines Aequivalents der lebendigen Kraft, wie für die bisher betrachteten *elektrischen* Theilchen, eine *Arbeitsfähigkeit* U, nämlich:

$$U = \frac{1}{2}\frac{mm'}{m+m'}cc\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right).$$

Wenn nun ferner für diese Theilchen die *constante Summe* der lebendigen Kraft und Arbeitsfähigkeit, d. i. $\frac{1}{2}\frac{mm'}{m+m'}cc$, dem *Grenzwerthe* der Arbeitsfähigkeit für verschwindende lebendige Kraft, wo das für *relative Ruhe* geltende Gesetz der Wechselwirkung Anwendung findet, gleichgesetzt wird, d. i. wenn

Digitized by Google

$$\frac{1}{2}\frac{mm'}{m+m'}cc = \int_{\varrho}^{\infty}\frac{kmm'}{r^n}dr = \frac{k}{n-1}\cdot\frac{mm'}{\varrho^{n-1}}$$

gesetzt wird, so erhält man

$$U = \frac{k}{n-1}\cdot\frac{mm'}{\varrho^{n-1}}\left(1-\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right),$$

wofür auch geschrieben werden kann:

$$U = \int_{\varrho}^{\infty}\frac{mm'}{r^n}\left(1-\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}+\frac{2r}{(n-1)cc}\frac{ddr}{dt^2}\right)dr.$$

Hieraus folgt die aus der Wechselwirkung der Theilchen resultirende *Abstossungskraft R* (welche *bei relativer Ruhe* der Theilchen $=\frac{kmm'}{r^n}$ angenommen wurde), für den Fall der *relativen Bewegung*, nämlich wenn die lebendige Kraft $=\frac{1}{2}\frac{mm'}{m+m'}\frac{dr^2}{dt^2}$ ist,

$$R = \frac{kmm'}{r^n}\left(1-\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}+\frac{2r}{(n-1)cc}\frac{ddr}{dt^2}\right).$$

Endlich ergiebt sich hieraus das Potential V, nämlich:

$$V = \int_{\infty}^{r}Rdr = \int_{\infty}^{r}\frac{kmm'}{r^n}\left(1-\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}+\frac{2r}{(n-1)cc}\frac{ddr}{dt^2}\right)dr$$

oder

$$V = \frac{k}{n-1}\cdot\frac{mm'}{r^{n-1}}\cdot\left(\frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}-1\right).$$

Digitized by Google

VII.

ÜBER DIE
BEWEGUNGEN DER ELEKTRICITÄT
IN
KÖRPERN VON ATOMISTISCHER CONSTITUTION.

[1875.]

[Poggendorff's Annalen, Bd. 156, p. 1 bis p. 61. Die in der Originalabhandlung gebrauchte Bezeichnung »*molecular*« ist in dem folgenden Abdruck durch »*atomistisch*« ersetzt, da der Begriff der Molecules in der neueren Chemie ein Aggregat von Theilchen bezeichnet, denen das Attribut eines *continuirlichen* Zusammenhanges nicht *principiell* abgesprochen zu werden braucht. In der folgenden Abhandlung, ebenso wie in den früheren, werden jedoch *principiell* die Körper als Aggregate von *mechanisch* nicht mehr theilbaren Elementen (*Atomen*) betrachtet, welche *discontinuirlich* im Raume vertheilt sind und untereinander, wie die Himmelskörper, nur *durch Kräfte*, aber *nicht durch Contact*, in Verbindung stehen. Z.]

EINLEITUNG.

In meiner ersten Abhandlung über elektrodynamische Maassbestimmungen vom Jahre 1846 habe ich ein allgemeines, Elektrostatik und Elektrodynamik zugleich umfassendes, Gesetz der *elektrischen Kraft* aufgestellt und habe später einige speciellere Erörterungen folgen lassen, nämlich *erstens* über das allgemeine *Potentialgesetz* der elektrischen Kräfte, in Poggendorff's Annalen vom Jahre 1848, Bd. 73, S. 229; *zweitens* über das *Princip der Energie* und seinen Zusammenhang mit jenem allgemeinen Gesetze der elektrischen Kraft, in der letzten Abhandlung über elektrodynamische Maassbestimmungen vom Jahre 1871; und *drittens* endlich über die *Arbeitsfähigkeit* je zweier elektrischer Theilchen, als Aequivalent lebendiger Kräfte, im Jubelbande der Annalen vom Jahre 1874, S. 199, an welche hier nun noch einige weitere Erörterungen angeschlossen werden sollen, die an letzter Stelle keinen Platz fanden.

Digitized by Google

Insbesondere soll hier, nach einigen vorausgeschickten Bemerkungen und Zusätzen zu den beiden letzten Abhandlungen und über die gegen das in der ersten Abhandlung aufgestellte allgemeine Gesetz der elektrischen Kraft erhobenen Bedenken, *von den Bewegungen der Elektricität in Körpern von atomistischer Constitution* gehandelt werden, zu deren Betrachtung die Resultate so vieler andern Forschungen führen und nöthigen, dass sie selbst zum Gegenstand eingehender besonderer Forschung zu machen, kaum mehr vermieden werden kann, trotz der engen Schranken, welche dieser Forschung von mathematischer Seite gegenwärtig noch gesetzt zu sein scheinen.

1.

Bemerkungen zu den in der Abhandlung über elektrodynamische Maassbestimmungen vom Jahre 1871, Artikel 4, aufgestellten elektrischen Grundgesetzen. (Vgl. S. 177 ff.)

In der angeführten Abhandlung vom Jahre 1871 ist im 2. und 3. Artikel das *Gesetz der elektrischen Kraft*, welches in der Abhandlung vom Jahre 1846 aufgestellt worden war, betrachtet und in Beziehung auf seine Zusammensetzung mit dem weit einfacheren, in Poggendorff's Annalen Bd. 73, S. 229 aufgestellten *Gesetze des elektrischen Potentials* verglichen worden. Da aber auch diesem letzteren Gesetze diejenige Einfachheit noch fehlt, welche von einem *Grundgesetze* verlangt wird; so ist im 4. Artikel derselben Abhandlung dieses Potentialgesetz genauer zu analysiren und in solche Bestandtheile, welche die Einfachheit von Grundgesetzen besässen, aufzulösen versucht worden, nämlich in das Gesetz der Abhängigkeit des Potentials zweier Theilchen von ihrer Entfernung *bei gleicher relativer Bewegung*, und in das Gesetz der Abhängigkeit des Potentials von der relativen Bewegung *bei einer bestimmten Entfernung*, wobei aber zur Bestimmung dieser Entfernung noch ein drittes Gesetz wesentlich erforderlich war, nämlich das *Gesetz der Elektrostatik*, welches aber die von einem Grundgesetze verlangte Einfachheit selbst schon besitzt.

Die hiernach im 4. Artikel aufgestellten *elektrischen Grundgesetze, mit Einschluss des elektrostatischen*, sind folgende *drei:*

Erstes Gesetz. Zwei elektrische Massentheilchen ε und ε' in der Entfernung r üben bei relativer Ruhe eine dem Producte ihrer Massen $\varepsilon\varepsilon'$ direct,

Digitized by Google

dem Quadrate ihrer Entfernung rr umgekehrt proportionale Kraft in der Richtung r auf einander aus $= \mu\mu \cdot \frac{\varepsilon\varepsilon'}{rr}$. — Setzt man $\mu\varepsilon = \pm e$, $\mu\varepsilon' = \pm e'$, wo das positive oder negative Vorzeichen gilt, je nachdem das Massentheilchen der positiven oder negativen Elektricität angehört; so giebt der Ausdruck der Kraft $\frac{ee'}{rr}$, je nachdem er positiv oder negativ ist, an, ob die Kraft eine Abstossungskraft oder Anziehungskraft ist.

Zweites Gesetz. Wenn zwei elektrische Theilchen e und e' zu verschiedenen Zeiten in den Entfernungen r' und r'' in relativer Ruhe oder gleich grosser relativer Bewegung sich befinden (also gleiche relative lebendige Kraft besitzen); so verhalten sich die Arbeiten V' und V'', welche durch wechselseitige Einwirkung geleistet werden, wenn beide Theilchen aus den gegebenen Entfernungen r' und r'' in unendliche Entfernung gebracht werden, umgekehrt wie die angegebenen Entfernungen, d. h.

$$V' : V'' = r'' : r'.$$

Drittes Gesetz. Die Arbeit U, die unter Einwirkung der Kräfte, welche die Theilchen e und e' auf einander ausüben, geleistet werden würde, wenn die Theilchen aus einer *bestimmten mit ee' proportionalen Entfernung* $\varrho = \frac{ee'}{a}$ *), in der sie eine bestimmte lebendige Kraft x besitzen, in unendliche Entfernung versetzt würden, bildet zusammen mit dieser lebendigen Kraft x eine *constante Summe*, nämlich a, d. h.

$$U + x = a.$$

Zu diesen Gesetzen ist nun *erstens* zu bemerken, dass die im dritten eingeführte Grösse U, welche mit der lebendigen Kraft x die constante Summe a bildet, ebenso wie die beiden andern Grössen x und a, *stets positiv* ist, sowohl wenn die beiden elektrischen Theilchen e und e' *gleichartig*, als auch wenn sie *ungleichartig* sind.

Dieser *positive* Werth resultirt aus der nach dem zweiten Gesetze sich ergebenden Gleichung $U = \frac{r}{\varrho} V$ (worin $V = \frac{ee'}{r}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right)$ das *Potential* der beiden Theilchen e und e', und $\varrho = \frac{ee'}{a}$ eine *aus der Natur der Elektricität*

*) Statt ee' kann $\mu\varepsilon \cdot \mu\varepsilon'$ (nämlich der *absolute Werth* von ee') gesetzt werden, wodurch erreicht wird, dass ϱ stets einen *positiven* Werth hat; nur muss alsdann auch die Arbeit U nach ihrem *absoluten Werthe* genommen werden, damit das aufgestellte Gesetz gilt.

Digitized by Google

und der Theilchen e und e' bestimmbare Entfernung ist), weil je nachdem e und e' entweder gleichartig oder ungleichartig sind, die Grössen V und ϱ beide zugleich entweder positiv oder negativ sind, der Quotient $\frac{V}{\varrho}$ also *stets positiv* bleibt. Es ist dabei zu bemerken, dass, wenn es Bedenken finden sollte, einen *negativen Werth von* ϱ, als Entfernung zweier Punkte von einander, in der Rechnung zuzulassen, wie schon in der Note zum dritten Gesetz bemerkt worden, statt $\varrho = \frac{ee'}{a}$, was für ungleichartige elektrische Theilchen negativ ist, $\varrho = \frac{\mu\varepsilon \cdot \mu\varepsilon'}{a}$ gesetzt werden kann, was *stets positiv* ist, wo dann aber zugleich U statt der *Arbeit* $\frac{ee'}{\varrho}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right)$, welche für ungleichartige Theilchen *negativ* ist, dem *absoluten Werthe* dieser Arbeit, $\pm\frac{ee'}{\varrho}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right) = \mu^2\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varrho}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right)$, gleich gesetzt werden muss.

Zweitens ist zu bemerken, dass wenn, wie es hier geschehen, das Grundgesetz der Elektrostatik den elektrodynamischen hinzugefügt wird, das eine elektrodynamische Gesetz, nämlich das Gesetz der Abhängigkeit des Potentials zweier Theilchen von ihrer Entfernung *bei gleicher relativer Bewegung*, ganz wegfallen kann, weil es nämlich in den beiden andern Gesetzen wesentlich schon enthalten ist und aus ihnen abgeleitet werden kann.

Denn aus dem *ersten* Gesetze, dem Grundgesetze der Elektrostatik, ergiebt sich das *Potential* V für $x = o$ von den 3 variabeln Grössen e, e', r abhängig, und zwar 3 Factoren E, E' und R proportional, deren jeder nur *eine* dieser Grössen enthält, wonach V, für $x = o$, durch folgende Gleichung bestimmt wird.

$$V = A \cdot E\,E'\,R.$$

Aus dem *dritten* Gesetze dagegen folgt, dass das *Potential* V für $r = \varrho$ von den variabeln Grössen e, e', x abhängt, und 3 Factoren E, E', X proportional ist, deren jeder nur *eine* dieser Grössen enthält, wonach V, für $r = \varrho$, durch folgende Gleichung bestimmt wird:

$$V = B \cdot E\,E'\,X.$$

Hierin ist nun $E = e$, $E' = e'$, $R = \frac{1}{r}$, $X = \left(1 - \frac{x}{a}\right)$, und ausserdem ergiebt sich der Werth der Constanten A gleich dem Werthe von X für $x = o$, und der Werth der Constanten B gleich dem Werthe von R für $r = \varrho$.

Hieraus lässt sich schliessen, dass E, E', R, X, oder e, e', $\frac{1}{r}$, $\left(1 - \frac{x}{a}\right)$ stets Factoren von V sind, und dass ausserdem nur die Möglichkeit noch eines

Digitized by Google

Factors, nämlich des Factors $[1 + f(r, x)]$, gegeben ist, worin $f(r, x)$ eine solche Function von r und x sein müsste, welche sowohl für $r = \varrho$ als auch für $x = o$ verschwände.

Hiernach ist also $V = E E' R X = \frac{ee'}{r}\left(1 - \frac{x}{a}\right)$ jedenfalls die *einfachste*, nach dem ersten und dritten Gesetze zulässige Bestimmung von V, welche sich aus diesen beiden Gesetzen ergiebt, unabhängig vom zweiten Gesetze, welches selbst vielmehr aus der nunmehr gewonnenen Bestimmung von $V = \frac{ee'}{r}\left(1 - \frac{x}{a}\right)$ abgeleitet werden kann. Denn aus dieser Bestimmung ergiebt sich für zwei Werthe von V, nämlich V' und V'', welche für gleichen Werth von x, aber für verschiedene Werthe von r, nämlich r' und r'', gelten, folgende Proportion:

$$V' : V'' = \frac{ee'}{r'}\left(1 - \frac{x}{a}\right) : \frac{ee'}{r''}\left(1 - \frac{x}{a}\right) = r'' : r',$$

eine mit dem zweiten Gesetze *ganz identische* Bestimmung.

Eine Complication des Gesetzes aber, wie durch Hinzufügung noch eines Factors $[1 + f(r, x)]$ entstehen würde, ist ohne nachgewiesene Nothwendigkeit in keiner Weise als zulässig zu erachten.

Es ergiebt sich hieraus das *Resultat*, dass statt der oben angeführten drei Grundgesetze schon deren zwei genügen, nämlich:

1) das Grundgesetz der Elektrostatik,
2) das Princip der Energie;

denn man sieht leicht ein, dass das Grundgesetz, welches oben als *drittes* zuletzt gestellt war, das *Princip der Energie* selbst ist, dessen Wesen darin besteht, dass die *relative lebendige Kraft* x zweier Theilchen e und e' zwar bald grösser bald kleiner ist, dass aber ausser dieser lebendigen Kraft in den beiden Theilchen auch noch ein *Aequivalent von lebendiger Kraft* vorhanden ist, welches bei jeder Vergrösserung der lebendigen Kraft eine Verminderung erleidet, und umgekehrt, so dass die *Summe jener lebendigen Kraft und des gleichzeitig vorhandenen Aequivalents einen constanten Werth* habe, welcher mit a bezeichnet wird. Zugleich erkennt man, dass die im Ausspruche des obigen Grundgesetzes mit U bezeichnete Grösse *das ausser der lebendigen Kraft x im Theilchenpaare vorhandene Aequivalent von lebendiger Kraft ist.*

Zu einem ähnlichen Resultate, wie das hier gefundene, ist C. Neumann in seinen »Principien der Elektrodynamik«, Tübingen 1868, gelangt, wonach nämlich ganz dasselbe, was hier durch das *Princip der Energie* in Verbindung

Digitized by Google

mit dem Grundgesetze der Elektrostatik erreicht wird, durch das von ihm aufgestellte *Fortpflanzungsgesetz der Potentiale* in Verbindung mit dem Grundgesetze der Elektrostatik erreicht worden war. Es wird dadurch ein Zusammenhang zwischen jenem Principe der Energie und diesem Fortpflanzungsgesetze der Potentiale hergestellt, welcher zu einer Erklärung des einen aus dem andern führen zu müssen scheint. Siehe über dieses Fortpflanzungsgesetz der Potentiale auch noch die Mathematischen Annalen Bd. I, S. 317 und die Abhandlungen d. K. S. Ges. d. Wiss. XVIII, S. 103 ff.

2.

Bemerkungen zu Abhandlung VI.

[Vgl. Seite 224 und Jubelband von Poggendorff's Annalen, S. 199.]

Nach Unterscheidung der Eigenschaften einzelner Theilchen und der Eigenschaften von Theilchenpaaren ist in der angeführten Abhandlung der Satz ausgesprochen worden, dass einem System von *drei* oder mehreren Theilchen keine Eigenschaften zukommen, welche in den Eigenschaften der einzelnen Theilchen und Paare nicht schon enthalten wären, und es ist demgemäss als Merkmal eines wahren *Grundgesetzes* angegeben worden, dass in demselben nichts weiter in Betracht gezogen werde, als die *Beschaffenheit* und die *gegenseitigen Verhältnisse* der ein Paar bildenden Theilchen, und die unter diesen Verhältnissen *aus ihrer Wechselwirkung bei jeder Entfernungsänderung entspringende Arbeit.* Für ein so darzustellendes *Grundgesetz* kommen hiernach als veränderliche Grössen nur die *Zeit t*, die *relative Entfernung r* der beiden Theilchen, ihre *relative Geschwindigkeit* $\frac{dr}{dt}$ und Functionen dieser Grössen in Betracht.

Dies vorausgesetzt ergiebt sich als eine an das *Princip der Energie* als Grundgesetz zu stellende Forderung, dass es von einem Theilchenpaare gelten muss unter allen Verhältnissen, unter welchen sich dasselbe befinden möge, sei es allein im Weltenraume oder seien ausser ihm beliebige andere Theilchen noch vorhanden, und dass im letztern Falle im Ausspruche des Princips weder Beschaffenheit noch Verhältnisse anderer Theilchen in Betracht gezogen werden dürfen.

Es kann sich hiernach im *Principe der Energie* als einem Grundgesetze nur um die dem Theilchenpaare selbst und ihm ausschliesslich zugehörigen *Energien* handeln. Eine solche Energie ist die *relative lebendige Kraft* des Theilchen-

Digitized by Google

paares, welche seine *Bewegungsenergie* heisst. Da sich nun aber diese Bewegungsenergie eines Theilchenpaares ändert, so setzt das Princip der Energie nothwendig noch die Existenz einer *andern Energie* im Theilchenpaare voraus, damit eine *unveränderliche Energiesumme* ermöglicht werde. Und diese *andere Energie* muss sich gleichfalls ändern, und zwar in der Art, dass eine Verminderung derselben stets mit einer Vergrösserung der Bewegungsenergie verbunden ist, und umgekehrt. Das Wesen der *zweiten Energie* besteht also darin, dass infolge jeder Verkleinerung oder Vergrösserung derselben *neue lebendige Kraft erzeugt oder vorhandene lebendige Kraft vernichtet werde.*

Lebendige Kraft wird nun aber durch Arbeit erzeugt oder vernichtet, zum Beispiel durch die aus der Wechselwirkung der beiden Theilchen selbst bei jeder Entfernungsänderung entspringende Arbeit. Die thatsächliche Existenz solcher Arbeit setzt aber ein in der Wechselwirkung der Theilchen begründetes *Arbeitsvermögen* voraus, ein Vermögen lebendige Kraft zu erzeugen oder zu vernichten, und dieses nach der Grösse der lebendigen Kraft, welche erzeugt oder vernichtet werden kann, zu bemessende *Arbeitsvermögen* ist die *zweite Energie des Theilchenpaares*, welche grösser oder kleiner ist, je nachdem die *erste Energie*, nämlich die lebendige Kraft des Theilchenpaares, kleiner oder grösser ist, so dass die *Summe beider Energien*, nämlich der *lebendigen Kraft* und des *Arbeitsvermögens* des Theilchenpaares, unverändert bleibt.

Hieraus entnehmen wir nun für die Definition des *Arbeitsvermögens als Energie* folgende nähere Bestimmungen. *Erstens*, das Arbeitsvermögen zweier Theilchen e und e' ist eine ihnen, bei *gegebener Bewegungsenergie* (das heisst bei gegebener relativen lebendigen Kraft der Theilchen), *stets zukommende Eigenschaft.*

Zweitens, diese Eigenschaft wird ihrer Grösse nach durch die Arbeit bestimmt, welche infolge der Wechselwirkung beider Theilchen *bei einer gewissen näher zu bestimmenden Entfernungsänderung* geleistet werden würde. Diese noch *näher zu bestimmende Entfernungsänderung* ist aber keine solche, welche *wirklich* stattfände oder stattfinden könnte (welche nämlich mit der vorhandenen Entfernung r beginnen müsste), sondern ist eine blos *virtuelle Entfernungsänderung*, welche mit einer von der vorhandenen Entfernung r ganz unabhängig bestimmten Entfernung ϱ, in welche die Theilchen versetzt gedacht werden müssen, beginnt. Denn die bei irgend einer, mit der vorhandenen Entfernung r beginnenden, Entfernungsänderung geleistete Arbeit würde zur Bestimmung der Grösse des Arbeitsvermögens nicht dienen können, weil sie

Digitized by Google

von r abhängig wäre, und daher auch *bei unveränderter relativer lebendiger Kraft der Theilchen*, mit r zugleich, verschiedene Werthe annehmen würde, während auf eine fingirte Versetzung der Theilchen in eine immer gleiche (von der vorhandenen Entfernung r unabhängig bestimmbare) Entfernung ϱ eine Entfernungsänderung folgend gedacht werden kann (zwischen fixen Grenzen ϱ und ϱ'), bei welcher infolge der Wechselwirkung beider Theilchen *eine immer gleiche Arbeit geleistet werden würde, die ihrem absoluten Werthe nach — (denn positive oder negative Arbeit ist für das Arbeitsvermögen von gleicher Bedeutung) — als Maass einer dem Theilchenpaare zukommenden Eigenschaft dienen kann. Es versteht sich dabei von selbst, dass bei dieser fingirten Versetzung der Theilchen aus der Entfernung r in die Entfernung ϱ die relative lebendige Kraft der Theilchen unverändert geblieben gedacht werden muss.*

Bezeichnet nun R die aus der Wechselwirkung resultirende Abstossungskraft der beiden Theilchen e und e', und $\varrho' - \varrho$ die gedachte, auf die fingirte Versetzung folgende Entfernungsänderung der Theilchen; so wird das *Arbeitsvermögen* U dieser Theilchen durch die Formel:

$$U = \pm \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\varrho'} R\, d\sigma$$

dargestellt, wo das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem die beiden Theilchen gleichartig oder ungleichartig sind.

In dieser Formel ist R eine Function von σ, aber nicht immer dieselbe, was nur der Fall sein würde, wenn $\frac{d\sigma}{dt} = o$ wäre, wo nach elektrostatischem Gesetze $R = \frac{ee'}{\sigma\sigma}$ immer dieselbe Function von σ sein würde. Wenn $\frac{d\sigma}{dt}$ nicht Null ist, ist R eine Function von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$, und $\frac{d\sigma}{dt}$ ist nicht immer dieselbe Function von σ, wie daraus einleuchtet, dass *erstens* die *anfänglichen Werthe* von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$ beliebig gegeben sein können, wonach also für gleiche Werthe von σ sehr verschiedene Werthe von $\frac{d\sigma}{dt}$ gegeben sein können; und dass *zweitens* bei gleicher Entfernungsänderung die relative Geschwindigkeit $\frac{d\sigma}{dt}$ sehr verschiedene Aenderungen nach Verschiedenheit der *äusseren Kräfte*, welche auf die Theilchen wirken, erleiden kann.

Ist nun R eine Function von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$, so wird auch das *unbestimmte*

Digitized by Google

Integral $\int R d\sigma$ eine solche Function sein; aber das *bestimmte Integral* $\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\varrho'} R d\sigma$ wird blos vom Anfangs- und Endwerthe von σ, nämlich von ϱ und ϱ', und den diesen Werthen zugehörigen Differentialquotienten abhängen.

Soll nun das *bestimmte Integral* $\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\varrho'} R d\sigma$ das *Arbeitsvermögen zweier Theilchen, welche die relative Geschwindigkeit* r' *besitzen*, ausdrücken; so ist schon bemerkt worden, dass die in der Entfernung r vorhandene relative Geschwindigkeit r' bei der fingirten Versetzung der Theilchen in die Entfernung ϱ, unverändert erhalten gedacht werden müsse, so dass $\frac{d\sigma}{dt} = r'$ für $\sigma = \varrho$ gegeben ist, wodurch *die Abhängigkeit des Arbeitsvermögens* U *von* r' bestimmt wird.

Eine gleiche Abhängigkeit des Arbeitsvermögens U würde nun aber auch von dem Werthe von $\frac{d\sigma}{dt}$, welcher dem Endwerthe $\sigma = \varrho'$ zugehört, stattfinden, den Fall ausgenommen, wo $\varrho' = \infty$ ist, in welchem Falle eine solche Abhängigkeit nicht statt zu finden braucht. Es folgt hieraus, dass $\varrho' = \infty$ gesetzt werden muss, weil die Formel U als Definition des *Arbeitsvermögens zweier die relative Geschwindigkeit* r' *besitzenden Theilchen* von keiner andern relativen Geschwindigkeit abhängig sein kann als von r', nämlich derjenigen, welche die Theilchen in dem Augenblicke, in welchem ihr Arbeitsvermögen betrachtet wird, wirklich besitzen.

Das *Arbeitsvermögen* U der Theilchen e und e' wird hiernach, wenn $\varrho' = \infty$ gesetzt wird, durch die Formel ausgedrückt:

$$U = \pm \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} R d\sigma,$$

worin R eine Function von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$ ist, und $\frac{d\sigma}{dt}$ eine Function von σ ist, welche für $\sigma = \varrho$ den Werth r' besitzt, d. i. die relative Geschwindigkeit der Theilchen, deren Arbeitsvermögen bestimmt werden soll.

Was endlich die Grösse ϱ betrifft, so wird diese dadurch bestimmt, dass sich nur *eine endliche Entfernung zweier elektrischer Theilchen* angeben lässt, welche, ganz unabhängig von der vorhandenen Entfernung r, blos aus der Natur der Elektricität im Allgemeinen und der beiden Theilchen im Besondern bestimmbar ist, nämlich aus der dem Theilchenpaare zukommenden

Digitized by Google

unveränderlichen Energiesumme a, und aus den nach dem Grundgesetze der Elektrostatik von jedem der beiden Massentheilchen ε und ε' auf ein ihm gleiches Theilchen in der Entfernungseinheit ausgeübten Abstossungskräften $\mu^2\varepsilon^2$ und $\mu^2\varepsilon'^2$, nach der Formel $\varphi = \mu^2 \cdot \frac{\varepsilon\varepsilon'}{a}$. Setzt man $\mu\varepsilon = \pm e$, $\mu\varepsilon' = \pm e'$, wo das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem das Massentheilchen der positiven oder negativen Elektricität angehört; so kann φ, was stets positiv ist, $= \pm \frac{ee'}{a}$ gesetzt werden, wo das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem die beiden Theilchen gleichartig oder ungleichartig sind.*)

Nach der gegebenen Definition vom *Arbeitsvermögen* zweier Theilchen e und e', als *Arbeitsenergie*, wodurch zusammen mit der *relativen lebendigen Kraft als Bewegungsenergie* die Energien der beiden Theilchen e und e' vollständig bestimmt sind, und nach dem ausgesprochenen *Principe der Energie*, als dem

---

*) Soll in der Formel U selbst ausgedrückt werden, dass R eine Function von σ und $\frac{d\sigma}{dt}$ sei, und dass $\frac{d\sigma}{dt}$ eine Function von σ sei, welche für $\sigma = \varrho$ den Werth r' besitze, d. i. die *gegebene* relative Geschwindigkeit der Theilchen, deren *Arbeitsvermögen* bestimmt werden soll; so würde *erstens* $R\left(\sigma, \frac{d\sigma}{dt}\right)$ für R gesetzt werden können, *zweitens* würde für $\frac{d\sigma}{dt}$, um es als Function von σ zu bezeichnen, $f(\sigma)$ zu setzen sein, und *drittens* endlich, um diese Function $f(\sigma)$, welche nämlich hier für $\sigma = \varrho$ *den gegebenen Werth* r' annehmen soll, von andern Functionen $f(\sigma)$ zu unterscheiden, welche *den gegebenen Werth* r' für andere Werthe von σ annehmen, kann dem Functionszeichen f *derjenige Werth von* σ, *für welchen die Function den gegebenen Werth annimmt*, besonders hinzugefügt werden, hier also $f_\varrho(\sigma)$ für $f(\sigma)$ geschrieben werden. Man erhält hiernach das *Arbeitsvermögen* ausgedrückt durch:

$$U = \pm \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} R[\sigma, f_\varrho(\sigma)]\, d\sigma,$$

und die *gegebene relative Geschwindigkeit*:

$$r' = f_\varrho(\varrho).$$

Von den beiden Theilchen, welche zum Zweck der Bestimmung ihres Arbeitsvermögens U aus der Entfernung $\sigma = r$, in welcher sie sich wirklich befinden, mit Beibehaltung der relativen Geschwindigkeit r', welche sie wirklich besitzen, in die Entfernung $\sigma = \varrho$ versetzt gedacht wurden, würde nun aber infolge ihrer Wechselwirkung auch *bei wirklicher Versetzung aus der vorhandenen Entfernung* $\sigma = r$ bis $\sigma = \infty$ *eine Arbeit geleistet werden, welche das Potential der Theilchen genannt wird* und mit V bezeichnet zu werden pflegt. Nach der für U angegebenen Bezeichnungsweise erhält man *den Ausdruck dieses Potentials*:

$$V = \int_{\sigma=r}^{\sigma=\infty} R[\sigma, f_r(\sigma)]\, d\sigma,$$

und die *gegebene relative Geschwindigkeit*:

$$r' = f_r(r).$$

Digitized by Google

Gesetze der unveränderlichen Summe beider Energien, kann nun die Aufgabe gestellt werden:

> aus dem *Principe der Energie* in Verbindung mit dem *Grundgesetze der Elektrostatik* die Kraft R zu ermitteln, mit welcher zwei beliebig bewegte elektrische Theilchen e und e' wechselseitig auf einander wirken.

Denn da aus dem *Grundgesetze der Elektrostatik* die Kraft bestimmt wird, mit welcher zwei elektrische Theilchen e und e', *wenn ihre relative lebendige Kraft Null ist*, auf einander wirken, und da ferner aus dem *Princip der Energie* bestimmt wird, *was in der Wechselwirkung zweier elektrischer Theilchen e und e' geändert wird*, wenn ihre relative lebendige Kraft nicht Null, sondern $= x$ ist (dass nämlich die *Zunahme der Bewegungsenergie* der beiden Theilchen um die Grösse x mit einer *Abnahme der Arbeitsenergie* um dieselbe Grösse x verbunden ist); so scheint daraus hervorzugehen, dass aus dem *Principe der Energie in Verbindung mit dem Grundgesetze der Elektrostatik* das allgemeine, Elektrostatik und Elektrodynamik zugleich umfassende Gesetz der Kraft, mit welcher zwei elektrische Theilchen e und e' wechselseitig auf einander wirken, müsse abgeleitet werden können.

Das *Princip der Energie* giebt hierzu folgende Formeln, nämlich *erstens, die Formel der Bewegungsenergie* (oder relativen lebendigen Kraft) der beiden Theilchen, welche die Massen ε und ε' besitzen:

$$\xi = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}\cdot\frac{d\sigma^2}{dt^2},$$

woraus folgt, wenn für die vorhandene Entfernung $\sigma = r$ die relative Geschwindigkeit mit r', die relative lebendige Kraft mit x bezeichnet wird,

$$x = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'}\cdot r'r'; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

zweitens die Formel der Arbeitsenergie, nämlich

$$U = \pm\int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} R\left[\sigma, \frac{d\sigma}{dt}\right] d\sigma, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

wo $\frac{d\sigma}{dt}$ eine Function von σ bezeichnet, welche für $\sigma = \varrho$ den gegebenen Werth r' besitzt;

und *drittens*, das *Gesetz der constanten Energiesumme*, welches in folgender Formel ausgesprochen wird:

$$x + U = a. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Digitized by Google

Zu diesen *drei* durch das *Princip der Energie* gegebenen Formeln kommt *viertens* die Formel für das *Grundgesetz der Elektrostatik* noch hinzu, nämlich das Gesetz der Abstossungskraft R, mit welcher zwei Theilchen e und e' bei relativer Ruhe aus der Entfernung σ auf einander wirken:

$$R = \frac{ee'}{\sigma\sigma} \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Für $\xi = o$, wo auch $x = o$ ist, geht der Ausdruck der elektrodynamischen Kraft $R\left[\sigma, \frac{d\sigma}{dt}\right]$ in den Ausdruck der elektrostatischen Kraft $R = \frac{ee'}{\sigma\sigma}$ über, und man findet aus Gleichung (2) und Gleichung (3), für $x = o$,

$$U = \pm \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma} d\sigma = \pm \frac{ee'}{\varrho} = a.$$

Bezeichnet man ferner in Gleichung (1) den Werth von r' für $x = a = \pm \frac{ee'}{\varrho}$ mit c, wonach $\pm \frac{ee'}{\varrho} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} \cdot cc$ erhalten wird, und substituirt den hieraus sich ergebenden Werth von $\frac{1}{2} \frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} = \pm \frac{ee'}{\varrho cc}$ in Gleichung (1); so findet man

$$x = \pm \frac{ee'}{\varrho} \cdot \frac{r'r'}{cc}.$$

Setzt man nun diesen Werth von x und den vorher gefundenen Werth von $a = \pm \frac{ee'}{\varrho}$ in Gleichung (3); so erhält man mit Zuziehung von Gleichung (2):

$$U = \pm \frac{ee'}{\varrho}\left(1 - \frac{r'r'}{cc}\right) = \pm \int_{\sigma=\varrho}^{\sigma=\infty} R\left[\sigma, \frac{d\sigma}{dt}\right] d\sigma.$$

Es ist nun identisch:

$$-d \cdot \frac{ee'}{\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2}\right) = \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2} + \frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right) d\sigma,$$

woraus das unbestimmte Integral folgt:

$$-\frac{ee'}{\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2}\right) = \int \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2} + \frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right) d\sigma.$$

Nimmt man nun dieses Integral zwischen den Grenzen $\sigma = \varrho$ und $\sigma = \infty$, und beachtet man, dass für $\sigma = \varrho$ der Werth von $\frac{d\sigma}{dt} = r'$ ist, so erhält man:

Digitized by Google

$$\frac{ee'}{\varrho}\left(1-\frac{r'r'}{cc}\right)=\int_{\varrho}^{\infty}\frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1-\frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2}+\frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right)d\sigma;$$

folglich, da $\frac{ee'}{\varrho}\left(1-\frac{r'r'}{cc}\right)=\int_{\varrho}^{\infty}R\left[\sigma\cdot\frac{d\sigma}{dt}\right]d\sigma$ ist,

$$\int_{\varrho}^{\infty}R\left[\sigma\cdot\frac{d\sigma}{dt}\right]d\sigma=\int_{\varrho}^{\infty}\frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1-\frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2}+\frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right)d\sigma.$$

Die einfachste, dieser Formel genügende, Annahme ist:

$$R\left[\sigma\cdot\frac{d\sigma}{dt}\right]=\frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1-\frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2}+\frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right).$$

Man pflegt nun die besondere Bezeichnung der Abstossungskraft beider Theilchen als eine Function der beiden Variabeln σ und $\frac{d\sigma}{dt}$, durch Beifügung dieser Variabeln unter dem Functionszeichen R, nämlich $R\left[\sigma\cdot\frac{d\sigma}{dt}\right]$, gewöhnlich wegzulassen und dafür blos R zu setzen. Geschieht dies nun, so erhält man das allgemeine Gesetz der Kraft R, mit welcher zwei beliebig bewegte elektrische Theilchen e und e' wechselseitig auf einander wirken, durch folgende Formel dargestellt:

$$R=\frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1-\frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2}+\frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right).$$

3.

C. Neumann's Ausdruck des Energiegesetzes.

[Dieser Artikel sowie der Schluss des vorangehenden sind von W. Weber nach der Publication gekürzt und umgearbeitet worden. Diese Umarbeitung ist nach schriftlichen Mittheilungen an Stelle des ursprünglichen Textes in Poggendorff's Annalen hier in Folgendem wiedergegeben. Z.]

Schliesslich soll nun von dem hier aufgestellten *Principe der Energie* noch eine Anwendung gemacht werden, es soll nämlich das von C. Neumann in den »Principien der Elektrodynamik«, Tübingen 1868, S. 37, und in den Berichten d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch. 1871, Artikel 20, S. 399, aufgestellte *Energiegesetz* daraus abgeleitet werden, dessen Übereinstimmung mit dem obigen Principe nachzuweisen ein besonderes Interesse hat.

Dieses Gesetz lautet nach dem von C. Neumann an letzterer Stelle gegebenen Ausspruche:

Digitized by Google

»Bewegt sich ein System von beliebig vielen Theilchen unter Einwirkung gegebener äusserer Kräfte, so wird für jedes Zeitelement dt die Formel stattfinden:

$$d(T + U^0 + U - V) = dS,$$

d. h. für jeden Zeitraum wird der Zuwachs des Systems an *Energie* gleich gross sein mit der vom Systeme während dieses Zeitraumes consumirten Arbeit. Dabei ist unter der *Energie* des Systems der nur von seinem augenblicklichen Zustande (d. i. von den Coordinaten und Geschwindigkeiten) abhängende Ausdruck $T + U^0 + U - V$ zu verstehen, wo T die lebendige Kraft, U^0 das ordinäre Potential des Systems, U das elektrostatische und V das elektrodynamische bezeichnet.«

In diesem von Neumann gegebenen Ausspruche des Energiegesetzes, im Vergleich mit dem oben aufgestellten, ist statt des *Arbeitsvermögens* U das *Potential* V und die von *äusseren Kräften* geleistete Arbeit S in Rechnung gebracht worden.

Nun war für zwei Theilchen e und e', welche die relative Geschwindigkeit r' besitzen, das *Arbeitsvermögen*

$$U = \int_{\varrho}^{\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2} + \frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right) d\sigma,$$

wo $\frac{d\sigma}{dt}$ eine Function von σ bezeichnet, die für $\sigma = \varrho$ den Werth r' besitzt. Dagegen war das *Potential*

$$V = \int_{r}^{\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2} + \frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right) d\sigma,$$

wo $\frac{d\sigma}{dt}$ eine Function von σ bezeichnet, die für $\sigma = r$ den Werth r' besitzt.

Es kann nun aber U in zwei Theile getheilt werden, nämlich:

$$U = \int_{\varrho}^{r} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2} + \frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right) d\sigma + \int_{r}^{\infty} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2} + \frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right) d\sigma,$$

wo $\frac{d\sigma}{dt}$ eine Function von σ bezeichnet, welche für $\sigma = \varrho$ den Werth r' besitzen soll; die zugleich aber denselben Werth r' auch für $\sigma = r$ besitzen

Digitized by Google

kann. Findet nun letzteres wirklich statt; so leuchtet ein, dass der zweite Theil von U den Werth des Potentials V annimmt, woraus folgt:

$$U = \int_{\varrho}^{r} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2} + \frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right)d\sigma + V.$$

Der Fall nun aber, dass $\frac{d\sigma}{dt}$ eine solche Function von σ sei, die sowohl für $\sigma = \varrho$, als auch für $\sigma = r$ den Werth r' besitzt, kann nur dann stattfinden, wenn während der Versetzung aus der Entfernung ϱ in die Entfernung r ausser der durch *Wechselwirkung* der beiden Theilchen geleisteten Arbeit, nämlich:

$$\int_{\varrho}^{r} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2} + \frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right)d\sigma,$$

auch noch von *äusseren Kräften* eine Arbeit S geleistet wird, welche jener Arbeit entgegengesetzt gleich ist, d. h.

$$\int_{\varrho}^{r} \frac{ee'}{\sigma\sigma}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{d\sigma^2}{dt^2} + \frac{2\sigma}{cc}\frac{dd\sigma}{dt^2}\right)d\sigma = -S.$$

Substituirt man diesen Werth im Ausdrucke für U, so erhält man:

$$U = -S + V.$$

Bezeichnet man nun die relative lebendige Kraft der beiden Theilchen (welche oben mit x bezeichnet worden), nach Neumann, mit T; so ergiebt sich aus dem *oben aufgestellten Energiegesetze:*

$$U + T = a,$$

wofür auch geschrieben werden kann:

$$T + V - S = a.$$

Durch Differentiation wird hieraus erhalten:

$$d(T + V) = dS,$$

eine Gleichung, welche mit der von Neumann aufgestellten übereinstimmt; nur hat Neumann das elektrische Potential V, weil es aus einem elektrostatischen und einem elektrodynamischen zusammengesetzt ist, mit $(U - V)$ bezeichnet, und hat ausserdem für den Fall, wo an den elektrischen Theilchen

Digitized by Google

ponderabele Massen hafteten, noch das aus der Wechselwirkung dieser *ponderabelen Massen* resultirende Potential U^0 hinzugefügt, wonach aus obiger Gleichung folgende erhalten wird:

$$d(T + U^0 + U - V) = dS.$$

4.

Über die gegen das Grundgesetz der elektrischen Wirkung erhobenen Bedenken.

Wird das Grundgesetz der elektrischen Wirkung, wonach aus der Wechselwirkung zweier elektrischer Theilchen e und e' (in elektrostatischen Einheiten ausgedrückt) die Abstossungskraft $R = \frac{ee'}{rr}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2r}{cc}\frac{ddr}{dt^2}\right)$ resultirt, in dem hier entwickelten Zusammenhange mit dem Principe der Energie betrachtet; so leuchtet ein, dass bei allen Anwendungen, die von jenem Gesetze gemacht werden sollen, um aus den *anfänglichen Verhältnissen* der Theilchen ihr späteres Verhalten zu bestimmen, diese *anfänglichen Verhältnisse* nicht ganz willkürlich angenommen werden dürfen. Sie dürfen nicht so angenommen werden, dass in ihnen selbst schon Widersprüche mit dem zu Grunde gelegten Principe enthalten wären, was zum Beispiel der Fall sein würde, wenn zwei elektrischen Theilchen eine solche *anfängliche relative lebendige Kraft* zugeschrieben würde, die für sich allein schon grösser wäre, als die ganze nach jenem Principe unveränderliche Energiesumme der Theilchen.

Durch Annahme solcher in Widerspruch mit dem aufgestellten Principe stehender *anfänglicher Verhältnisse* kann man allerdings zu Folgerungen gelangen, deren Zulässigkeit mit Recht beanstandet werden darf, wodurch das Gesetz widerlegt erscheinen könnte, was jedoch wirklich nicht der Fall ist. Hierauf lassen sich einige von Helmholtz gegen das obige Gesetz erhobene Bedenken zurückführen. Zum Beispiel ist Helmholtz zu der Folgerung aus dem obigen Gesetze gelangt, dass zwei Theilchen, mit anfänglicher zwar endlicher relativen Geschwindigkeit, die aber grösser als c wäre (woraus sich die relative lebendige Kraft der Theilchen grösser als die ganze dem Principe nach unveränderliche Energiesumme ergiebt), während einer endlichen Entfernungsänderung eine unendliche lebendige Kraft erreichen und also unendlich grosse

Digitized by Google

Arbeit leisten würden. Auch die Möglichkeit eines *perpetuum mobile* würde daraus gefolgert werden können.

Diese Folgerungen fallen nun allerdings von selbst weg, wenn nach dem aufgestellten Principe mit *jeder Energie* der Begriff einer *wesentlich positiven Grösse* verbunden wird, und alle zusammen genommen eine *endliche und unveränderliche Summe* bilden; aber sogar dann, wenn man einer Energie negative und ins Unendliche wachsende Werthe beizulegen für zulässig hielte, würden jene Folgerungen doch nicht nothwendig zur Verwerfung des obigen Gesetzes führen, weil nämlich alsdann der Grund, diese Folgerungen für unzulässig zu erklären, nicht mehr vorhanden wäre. Denn es leuchtet ein, dass, wenn *eine Energie* negativ wäre und *negativ unendlich* würde, eine *andere Energie* zugleich vorhanden sein müsste, welche positiv wäre und positiv unendlich würde. Wäre nun diese ins Unendliche wachsende Energie die *Bewegungsenergie*, so wäre eine unerschöpfliche Quelle *lebendiger Kraft* gegeben, womit alle jene von Helmholtz für unzulässig erklärten Wirkungen würden hervorgebracht werden können.

An die soeben betrachteten Einwürfe gegen das Grundgesetz der elektrischen Wirkung, welche darauf beruhen, dass das aufgestellte Princip der Energie nicht anerkannt wird, und dass in Widerspruch damit stehende anfängliche Verhältnisse der elektrischen Theilchen angenommen werden, schliessen sich nun ferner noch andere Einwürfe an, welche darauf beruhen, dass Helmholtz bewiesen zu haben glaubt, dass die von ihm als *kritisch* bezeichnete Entfernung ϱ nicht immer eine *moleculare* Entfernung sei. Er hat dies aber nur bewiesen, indem er der Entfernung ϱ eine ganz andere Bedeutung beigelegt hat, als ihr zum Zweck der Definition der *Arbeitsenergie U* zweier elektrischer Theilchen e und e' gegeben worden war. Hiernach war nämlich $\varrho = \frac{ee'}{a}$ blos vom Wesen der Elektricität und der beiden Theilchen e und e' abhängig, nämlich von den drei Grössen a, ee und $e'e'$, welche die constante Energiesumme des Theilchenpaares und die elektrostatischen Abstossungskräfte bezeichnen, welche von den beiden Theilchen, von jedem auf ein ihm gleiches Theilchen, in der Einheit der Entfernung ausgeübt werden.

Helmholtz sagt dagegen a. a. O. S. 43: »Der Werth der Entfernung ϱ ist $\varrho = \frac{2ee'}{cc\mu}$.« Es ist also hierin von Helmholtz μ für $\frac{2a}{cc}$ gesetzt worden. Helmholtz fährt sodann fort: »Ist das elektrische Theilchen nur mit seiner

Digitized by Google

eigenen Masse behaftet, so wird $\frac{e}{\mu}$ irgend einen bestimmten Werth β haben. Enthält μ auch noch ponderabele Masse, so wird $\frac{e}{\mu} < \beta$ sein.« Hieraus leuchtet ein, dass nach Helmholtz ϱ eine auch von der am elektrischen Theilchen e haftenden ponderabelen Masse abhängige Grösse ist, also eine ganz andere Bedeutung hat als in dem von mir aufgestellten Gesetze. Helmholtz fährt weiter fort: »Aber wenn auch $b = \frac{2e}{cc\mu}$ eine äusserst kleine Grösse ist, so ist ϱ doch nicht allein von b abhängig, sondern es ist $\varrho = be'$, und e' kann noch jede beliebige Grösse haben, folglich auch ϱ. Dabei ist wohl zu beachten, dass, wenn wir uns e' als eine kugelförmige Masse von bestimmter Dichtigkeit denken wollten, sei es als elektrisches Fluidum, sei es als einen mit Elektricität einer Art durchdrungenen oder bedeckten Isolator, bei wachsendem e' der Durchmesser dieser Kugel wie $\sqrt[3]{e'}$ oder wie $\sqrt[4]{e'}$ wachsen würde, je nachdem e' im Innern oder an der Oberfläche angesammelt ist, ϱ aber wie e' selbst, und dass wir also durch entsprechende Vergrösserung von e' der Grösse ϱ jede beliebige endliche Grösse und ihrem Endpunkte jeden beliebigen Abstand von der Oberfläche der elektrischen Masse e' geben können.«

Die hier von Helmholtz gegebene Beschreibung des elektrischen Theilchens e' zeigt offenbar, wie verschieden dasselbe nach Helmholtz's Vorstellungsweise von jedem in der Natur wirklich vorhandenen, seiner Grösse und Masse nach gegebenen, *Atome* ist. Man sieht leicht ein, dass, wenn man statt der in der Natur wirklich vorhandenen Körperatome mit unmessbar kleinen Massen, *Atome mit Weltkörpermassen* sich denken will, was Jedermann freisteht, selbstverständlich die Molecular- oder Atom-Distanzen in dieser gedachten Welt nicht so unmessbar klein sein werden wie in der wirklichen Welt. Dass solche Riesenatome übrigens in Gemässheit der Fiction von festen Verbindungen ponderabeler Atome unter einander und mit elektrischen herstellbar sein würden, leuchtet von selbst ein; es dürfte dies aber gegen das Grundgesetz der elektrischen Wirkung, was mit solchen Fictionen in gar keinem Zusammenhange steht, nicht wohl geltend gemacht werden.

Wenn hiernach die von Helmholtz gehegten Bedenken, sowohl in Beziehung auf die Möglichkeit eines *perpetuum mobile*, als auch in Beziehung auf messbare Grösse der kritischen Entfernung ϱ, hauptsächlich von Verschiedenheiten in Grundansichten und Grundvorstellungen herzurühren scheinen, so dürfte es sich dagegen mit folgendem Einwande anders verhalten.

Digitized by Google

Ein von Helmholtz erhobener Einwand besteht nämlich wesentlich darin, dass wie Helmholtz bewiesen zu haben glaubt, aus dem von mir aufgestellten Grundgesetze folge, »dass in gewissen Fällen bei vorwärts treibender Kraft der (getriebene) Punkt μ rückwärts beschleunigt werde und umgekehrt.«

Dieser Beweis beruht nun aber wesentlich darauf, dass Helmholtz sowohl in Borchardt's Journ., Bd. 75, S. 47, als auch im Monatsberichte der Akad. d. Wiss. zu Berlin 1872, April 18, S. 253 von einer *lebendigen Kraft* $= \frac{1}{2}\left(\mu - \frac{1}{cc}\frac{ee'}{r}\cos\theta^1\right)q^2$ spricht, wo q diejenige Geschwindigkeit ist, mit welcher sich die Masse μ bewegt, wo aber die Grösse $-\frac{1}{cc}\frac{ee'}{r}\cos\theta^1$ gar keine *wirklich vorhandene Masse* ist, viel weniger eine mit der Geschwindigkeit q sich bewegende Masse. Was nun Hr. Helmholtz damit hat andeuten wollen, dass er von der Grösse $\left(\mu - \frac{1}{cc}\frac{ee'}{r}\cos\theta^1\right)$ sagt, nicht dass sie die Masse, welche sich mit der Geschwindigkeit q bewege, *sei*, sondern dass sie diese Masse *vertrete* (Borchardt's Journal Bd. 75, S. 48), oder dass sie *gleichsam* diese Masse sei (Monatsbericht 1872, April 18, S. 253), habe ich nicht errathen können, und begreife daher auch nicht, wie Helmholtz mit Hülfe dieser Vergleichung dazu gelangt ist, »als Folge des Weber'schen Gesetzes« zu finden, »dass in gewissen Fällen bei vorwärtstreibender Kraft der Punkt μ rückwärts beschleunigt werde, und umgekehrt.«

Ebenso wenig begreife ich, wie jene Grösse, die eine Masse nur *vertrete* oder *gleichsam* eine Masse sei, auf eine andere wirklich vorhandene Masse *stossen* könne, und wie die Bewegungen derselben *nach dem Zusammenstosse* aus den Gesetzen bestimmt werden können, welche gelten würden, wenn es sich um *wirklich vorhandene mit der Geschwindigkeit q bewegte Massen* handelte.

In Borchardt's Journal sowohl als auch im Monatsberichte der Berliner Akademie hat Hr. Helmholtz die von ihm aus meinem Grundgesetze entwickelte Gleichung der lebendigen Kraft angeführt, die sich für den Fall bloss *eines* beweglichen Massenpunktes μ mit dem elektrischen Quantum e in einem Raume, welcher von einer gleichmässig mit Elektricität belegten Kugeloberfläche vom Halbmesser R begrenzt ist, auf folgende Gleichung reducirt, wo ε das Quantum Elektricität auf der Flächeneinheit der Kugeloberfläche bezeichnet, nämlich:

$$\frac{1}{2}\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc}\cdot R\varepsilon e\right)q^2 - V + C = 0.$$

Digitized by Google

V bezeichnet das Potential der *nicht elektrischen* Kräfte, und $\frac{dV}{ds}$ bezeichnet die *treibende Kraft*, wie Helmholtz angiebt. Es ergiebt sich aus dieser Gleichung durch Differentiation:

$$\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} \cdot R\varepsilon e\right) q \frac{dq}{ds} - \frac{dV}{ds} = o\,;$$

also wenn $\frac{dV}{ds}$ positiv ist, d. i. nach Helmholtz's Angabe *bei vorwärtstreibender Kraft*, wenn zugleich $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} \cdot R\varepsilon e\right)$ *negativ* ist, nimmt q ab, das heisst μ wird *rückwärts beschleunigt*.

Hierbei hat nun aber Helmholtz nur *einen Theil der treibenden Kraft* berücksichtigt, nämlich denjenigen, welcher sich aus dem Potential der *nicht elektrischen* Kräfte ergiebt. Den *anderen Theil der treibenden Kraft*, welcher aus dem *elektrischen Potential* $\left(\frac{4\pi}{6cc} R\varepsilon e \cdot q^2\right)$ sich ergiebt, welches Potential von Helmholtz mit der lebendigen Kraft $\frac{1}{2}\mu q^2$ zusammen gezogen worden ist, blos weil es mit ihr den Factor q^2 gemein hat, hat Helmholtz gar nicht berücksichtigt, indem er sagt: »*bei vorwärtstreibender Kraft nimmt q ab, oder μ wird rückwärts beschleunigt, wenn* $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e\right)$ *negativ ist*«. Es sollte statt dessen heissen: Bei vorwärtstreibender *nicht elektrischer* Kraft wird μ rückwärts beschleunigt, wenn $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e\right)$ negativ ist. Soll aber statt blos eines *Theiles* der treibenden Kraft die *ganze treibende Kraft* in Rechnung gebracht werden, so erhält man aus der obigen Gleichung durch Differentiation:

$$\mu q \frac{dq}{ds} - \left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \cdot q \frac{dq}{ds} + \frac{dV}{ds}\right) = o\,,$$

wo $\left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \cdot q \frac{dq}{ds} + \frac{dV}{ds}\right)$ die *ganze treibende Kraft* ist, und hieraus folgt:

$$dq = \frac{ds}{\mu q}\left(\frac{4\pi}{3cc} \cdot R\varepsilon e \cdot q \frac{dq}{ds} + \frac{dV}{ds}\right),$$

das heisst, mit Rücksicht darauf, dass $\frac{ds}{\mu q}$ stets positiv ist, *bei vorwärtstreibender ganzer Kraft* (elektrische und nicht elektrische zusammen genommen) *wird μ stets vorwärts beschleunigt* und umgekehrt, wobei es ganz gleichgültig ist, ob $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e\right)$ einen positiven oder negativen Werth hat.

Nachdem auf diese Weise das scheinbar Ungereimte in den von Helmholtz aus meinem Grundgesetze gezogenen Folgerungen beseitigt ist, bleibt immer

Digitized by Google

noch ein überraschendes Resultat übrig, nämlich dass nach diesem Gesetze eine das Theilchen μ in seiner Bewegung *retardirende nicht elektrische* Kraft, welche durch einen negativen Werth von $\frac{dV}{ds}$ dargestellt wird, mittelbar eine elektrische Kraft $= \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon\varepsilon \cdot q\frac{dq}{ds}$ zur Folge habe, welche das Theilchen μ in seiner Bewegung *beschleunige*, und zwar mehr beschleunige als es von ersterer Kraft retardirt wird.

Der *unmittelbare Grund* dieser elektrischen Kraft $\left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon\varepsilon \cdot q\frac{dq}{ds}\right)$ liegt nun aber nicht in der Kraft $\frac{dV}{ds}$, sondern, dem Grundgesetze gemäss, in der vorhandenen *relativen Beschleunigung*, welche hier durch $q\frac{dq}{ds}$ dargestellt ist, woraus jene Kraft in angegebener Weise durch Multiplication mit $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon\varepsilon$ erhalten wird. Die Beschleunigung $q\frac{dq}{ds}$ selbst aber resultirt, nach allgemeinem Bewegungsgesetze, nicht aus *einer*, sondern aus *allen vorhandenen Kräften*, also nicht blos aus der *nicht elektrischen* Kraft $\frac{dV}{ds}$, sondern auch aus der *elektrischen* Kraft $\left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon\varepsilon \cdot q\frac{dq}{ds}\right)$ selbst, nämlich durch Division der Summe beider Kräfte durch μ, wonach

$$q\frac{dq}{ds} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{dV}{ds} + \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon\varepsilon \cdot q\frac{dq}{ds}\right).$$

Hiernach können nun allerdings die Werthe der *Beschleunigung* $q\frac{dq}{ds}$ und der *elektrischen Kraft* $\left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon\varepsilon \cdot q\frac{dq}{ds}\right)$ mittelbar auch als blos abhängig von der gegebenen *nicht elektrischen Kraft* $\frac{dV}{ds}$ dargestellt werden, nämlich:

$$q\frac{dq}{ds} = \frac{1}{\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon\varepsilon} \cdot \frac{dV}{ds},$$

$$\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon\varepsilon \cdot q\frac{dq}{ds} = \frac{\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon\varepsilon}{\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon\varepsilon} \cdot \frac{dV}{ds}.$$

Wenn also der gegebene Werth von $\frac{dV}{ds}$ *negativ* ist, so würde sich bei sehr kleinem negativen Werthe von $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon\varepsilon\right)$ aus einer *gegebenen* (der die mit der

Digitized by Google

Geschwindigkeit q bewegte Masse μ *rückwärts treibenden, nicht elektrischen* Kraft) eine viel grössere, dieselbe Masse *vorwärts treibende elektrische* Kraft ergeben.

Und da einleuchtet, dass der Nenner $\left(\mu - \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e\right)$ nur für einen positiven Werth von εe Null oder negativ werden kann, d. h. nur dann, wenn die Elektricität, mit welcher die Kugeloberfläche belegt ist, von gleicher Art ist wie die Elektricität, welche an der beweglichen ponderabelen Masse haftet, so ergiebt sich für $\mu > \frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e$ die elektrische Kraft $\left(\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e \cdot q \frac{dq}{ds}\right)$ von *gleicher Richtung* wie die nicht elektrische Kraft $\frac{dV}{ds}$, und ihre *Grösse*, (welche für $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e = \frac{1}{2}\mu$ der anderen Kraft gleich ist), wächst mit zunehmendem Werthe von $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e$, bis sie für $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e = \mu$ *unendlich* wird und dann das *Vorzeichen wechselt.*

Ein solcher Sprung in der *Grösse und Richtung* der elektrischen Kraft, nämlich von $+\infty$ zu $-\infty$, könnte nun, wenn er aus dem Gesetze wirklich folgte, als eine Verletzung der Stetigkeit, allerdings mit Recht Anstoss erregen; ein solcher Sprung tritt wirklich aber nach dem Gesetze gar nicht ein, weil nämlich die Masse μ mit ihrer Ladung e infolge der ihr ertheilten immer wachsenden Beschleunigung im Innern des Kugelraumes gar nicht so lange verweilen kann, bis $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e = \mu$ geworden ist, sondern *schon früher* bis an die vom *festen Isolator* gebildete Kugeloberfläche getrieben worden sein müsste, durch deren Widerstand wieder Ruhe hergestellt worden wäre.

Diese Folgerungen, wie man hieraus sieht, enthalten durchaus nichts Ungereimtes, und können unter so ganz ausserordentlichen Verhältnissen, an deren wirkliche Darstellung doch gar nicht zu denken ist, nicht einmal für unerwartet gelten. Denn rechnet man für wirklich darstellbare elektrische Ladungen auf jedes Milligramm des ponderabelen Trägers etwa 10 elektrostatische Einheiten Ladung, also $\frac{e}{\mu} = 10$, und rechnet man ferner dieselbe Ladung auf jedes Quadratmillimeter der Oberfläche, also $\varepsilon = 10$; so ergiebt sich aus $\frac{4\pi}{3cc} R\varepsilon e > \mu$ die Forderung, einen kugelförmigen Isolator darzustellen, dessen Halbmesser $R > \frac{3cc}{400 \cdot \pi} > 46 \cdot 10^{19}$ Millimeter wäre, d. h. 3 Millionen Mal grösser als der Abstand der Erde von der Sonne. —

Auf andere fast noch merkwürdigere, doch nicht ungereimte, Folgerungen

Digitized by Google

aus dem Grundgesetze der elektrischen Wirkung ist übrigens schon in der ersten Abhandlung über elektrodynamische Maassbestimmungen im Jahre 1846 die Aufmerksamkeit gerichtet worden, insbesondere darauf, dass die *Wechselwirkung zweier Körper* dadurch mittelbar von der *Gegenwart dritter Körper* abhängig gemacht werde, woraus Kräfte resultiren, welche Berzelius mit dem Namen *katalytischer* bezeichnet hat.

Finden nun aber auch diese Folgerungen keine Analogien in den aus anderen Gesetzen gezogenen Folgerungen, so kann doch sehr wohl die Frage aufgeworfen werden, ob dieser Mangel an Analogie ein Nachtheil oder ein Vorzug sei, da zur Erklärung vieler Erscheinungsgebiete, insbesondere solcher, welche mit der molecularen Constitution der Körper in näherer Beziehung stehen, alle Folgerungen aus dem Gravitationsgesetze und aus allen anderen nach Analogie mit demselben aufgestellten Gesetzen offenbar nicht führen können; Gesetze anderer Art also dazu nothwendig erscheinen.

5.

Identität der in allen Körpern enthaltenen beweglichen Theile, deren Bewegung Wärme, Magnetismus oder Galvanismus ist.

Man theilt alle ponderabelen Körper in feste, flüssige und luftförmige, und unterscheidet Statik und Dynamik dieser Körper, je nachdem man sie im Ruhe- oder im Bewegungszustande betrachtet. Indem man aber in der Statik dieser Körper von ihrem Ruhezustande spricht, bezeichnet man damit keineswegs einen Zustand der Ruhe *aller* in den Grenzen dieser Körper eingeschlossenen Theile, sondern nur der in diesen Grenzen eingeschlossenen *ponderabelen* Theile. Ohne diese Beschränkung würde niemals vom Ruhezustande eines Körpers gesprochen werden können, weil in jedem Körper ausser seinen ponderabelen Theilen noch andere Theile enthalten sind, die nie zur Ruhe kommen.

Denn *erstens* hat die genauere Erforschung aller an ponderabelen Körpern beobachteten *elektrischen* Erscheinungen dahin geführt, dass im Innern aller dieser Körper (auch sogenannter fester und in Ruhe befindlicher) bewegliche Theile vorhanden sind, nämlich elektrische, und dass die Bewegungen dieser Theile im Innern jener Körper der Grund aller galvanischen und elektrodynamischen Erscheinungen und Wirkungen jener Körper seien.

Digitized by Google

Zweitens hat die genauere Erforschung aller an ponderabelen Körpern beobachteten *magnetischen* Erscheinungen, sowohl der paramagnetischen, als auch der diamagnetischen, ebenfalls dahin geführt, dass im Innern aller dieser Körper bewegliche Theile vorhanden seien, welche man lange Zeit unter dem Namen der *magnetischen Fluida* von jenen ersteren, nämlich von den elektrischen, zu unterscheiden versucht hat. Von diesen magnetischen Fluidis wurde behauptet, dass sie im Innern der Körper nach Verschiedenheit der Verhältnisse verschieden *vertheilt* sein könnten, dass sie aber unter beharrlichen Verhältnissen zu Ruhe und Gleichgewicht gelangten. In der *Vertheilung* dieser magnetischen Fluida liege der Grund der magnetischen Erscheinungen, ohne dass es dazu fortdauernder Bewegungen derselben bedürfe. Doch hat die weiter geführte Untersuchung ergeben, dass in solchen ruhenden magnetischen Fluidis, wie sie auch vertheilt sein mögen, nicht der Grund von *allen* magnetischen Erscheinungen (paramagnetischen und diamagnetischen) liegen könne; dass aber *alle* diese Erscheinungen aus dem Vorhandensein *fortwährend bewegter Theile im Innern der ponderabelen Körper* erklärt werden können, und zwar der nämlichen Theile, deren Bewegungen der Grund aller galvanischen und elektrodynamischen Erscheinungen und Wirkungen sind, nämlich der *elektrischen*.

Drittens kommt endlich noch hinzu, dass auch die Erforschung der jedem ponderabelen Körper zukommenden *Temperatur* dahin geführt hat, dass im Innern aller dieser Körper bewegliche Theile vorhanden sind, und dass der Grund aller an diesen Körpern beobachteten Temperaturerscheinungen, d. i. die *Wärme*, in Bewegungen dieser Theile bestehe.

Sind nun die in allen ponderabelen Körpern enthaltenen beweglichen Theile, deren Bewegungen der Grund aller galvanischen Wirkungen sind, keine anderen Theile als diejenigen, deren Bewegungen der Grund aller magnetischen Wirkungen (paramagnetischen und diamagnetischen) sind; so ist die Vermuthung sehr nahe gelegt, dass auch die in allen ponderabelen Körpern enthaltenen Theile, deren Bewegung *Wärme* ist, identisch seien mit den im Innern der ponderabelen Körper enthaltenen Theilen, deren Bewegung *Magnetismus* ist, folglich auch identisch mit den im Innern der ponderabelen Körper enthaltenen Theilen, deren Bewegung *Galvanismus* ist. Wenn man nämlich auch im Innern der Körper das Vorhandensein von Theilen, die sich bewegen, während die ponderabelen Theile in Ruhe verharren, im Allgemeinen zugeben muss; so wird man doch viel mehr Bedenken tragen, das Vorhanden-

Digitized by Google

sein *mehrerer Arten solcher Theile*, und zwar in jedem kleinsten Körpertheile, anzunehmen, die von einander gehörig zu sondern und jede einzeln genauer zu erforschen wenig Aussicht vorhanden sein würde. — Diese vermuthete Identität wird nun auch durch Thatsachen bestätigt, die in Folgendem näher betrachtet werden sollen.

6.

Identität der von der elektromotorischen Kraft im Strome erzeugten lebendigen Kraft mit der vom Strome im Leiter erzeugten Wärme.

[Vgl. Abhandlung IV, Seite 150.]

Die Wärmeerzeugung durch den galvanischen Strom im Stromleiter ist Gegenstand vieler Untersuchungen gewesen, durch welche das Gesetz begründet worden ist, dass das *mechanische Aequivalent der erzeugten Wärme* im Zeitelemente dt gleich ist dem Producte von dt in das Quadrat der Stromintensität i und den Widerstand w des Leiters, durch welchen der Strom geht, beide nach absoluten magnetischen Maassen gemessen. Doch ist dabei zu bemerken, dass die meisten hierüber ausgeführten Messungen wirklich gar nicht auf absolute Maasse zurückgeführt worden sind, und dass diese Zurückführung, wo sie versucht worden, doch noch nicht die wünschenswerthe Genauigkeit und Sicherheit erlangt hat, weil es bisher an Widerstandsskalen mit genau verbürgter Reduction auf absolutes Maass gefehlt hat. Denn die einzigen zu solchen Zwecken bisher brauchbaren Widerstandsskalen sind die erst in neuester Zeit von Siemens ausgeführten, und die einzige genau verbürgte Reduction dieser Skalen auf absolutes Widerstandsmaass ist erst von Kohlrausch (Poggendorff's Annalen, Ergänzungsband VI, 1873, S. 1) gegeben worden.

Hiernach wäre streng genommen nur das Gesetz der *Proportionalität* der Wärmeerzeugung mit dem Product $iiwdt$ als bewiesen zu betrachten, und es würde, um *Gleichheit* dafür setzen zu können, noch feinerer absoluter Maassbestimmungen bedürfen als bisher haben ausgeführt werden können. Wir wollen indessen diese *Gleichheit*, obwohl sie noch nicht mit hinreichender Genauigkeit, aber doch näherungsweise bewiesen worden ist, hier einstweilen annehmen, was auch von andern Physikern geschehen ist.

Digitized by Google

Nach den beim Ausspruch dieses Gesetzes zu Grunde gelegten *magnetischen Maassen* ist nun aber bekanntlich der Leitungswiderstand $w = \frac{e}{i}$, wo e die elektromotorische Kraft und i die Itensität des von dieser Kraft im Leiter hervorgebrachten Stromes bezeichnet. Das mechanische Aequivalent der vom Strome im Zeitelemente dt erzeugten Wärme kann daher, statt durch $iiwdt$ auch durch $eidt$ dargestellt werden.

Ferner ergiebt sich, dass *nach magnetischen Maassen erstens* die Stromintensität $= 2Eu \cdot \frac{\sqrt{2}}{c}$ ist*), wo mit $2Eu$ die Summe des Products der in der Längeneinheit des Leiters enthaltenen positiven Elektricität in elektrostatischen Einheiten $+E$ in ihre Geschwindigkeit $+u$, und des Products der in der Längeneinheit des Leiters enthaltenen negativen Elektricität in elektrostatischen Einheiten $-E$ in ihre Geschwindigkeit $-u$ bezeichnet wird.

Zweitens ergiebt sich, dass *nach magnetischen Maassen* die elektromotorische Kraft $e = \frac{f}{E} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}}$ ist**), wo f die halbe Differenz der in mechanischem Maasse ausgedrückten Kräfte, welche auf die positive und auf die negative Elektricität im Leiter nach Richtung des Leiters wirken, und E die Zahl der elektrostatischen Einheiten, welche in der Längeneinheit des Leiters an positiver oder negativer Elektricität enthalten sind, bezeichnet.

---

*) Siehe die vierte Abhandlung über Elektrodynamische Maassbestimmungen, 1857, S. 264, wo das Verhältniss des magnetischen Maasses der Stromintensität zum mechanischen $= c\sqrt{2} : 4$ angegeben ist. — Die Stromintensität nach mechanischem Masse wird, indem blos die positive Elektricität berücksichtigt wird, wie dies auch bei der Bestimmung der Stromrichtung üblich ist, durch Eu ausgedrückt, wo E die in der Längeneinheit des Leiters enthaltene positive Elektricität in elektrostatischen Einheiten, und u die Geschwindigkeit bezeichnet, mit der sich dieselbe bewegt. Siehe die erste Abhandlung über Elektrodynamische Maassbestimmungen, 1846. Artikel 21, S. 114 f. — Hiernach ergiebt sich die Stromintensität nach magnetischem Maasse $i = Eu \cdot \frac{2\sqrt{2}}{c}$. (Vergl. Seite 112 und 117.)

**) Unter der auf einen Leiter ausgeübten elektromotorischen Kraft versteht man die Differenz der in mechanischem Maasse ausgedrückten Kräfte, welche auf die positive und auf die negative Elektricität im Leiter wirken würden, wenn jede Längeneinheit des Leiters die Einheit der positiven und negativen Elektricität enthielte. Und zwar wenn jede Längeneinheit die *elektrostatische Einheit* positiver und negativer Elektricität enthielte, so würde die auf den Leiter wirkende elektromotorische Kraft in *mechanischem Maasse* ausgedrückt sein; wenn sie dagegen die *magnetische Einheit* positiver und negativer Elektricität enthielte, welche $\frac{c}{2\sqrt{2}}$ Mal grösser ist als die elektrostatische, so würde die auf den Leiter wirkende elektromotorische Kraft in *magnetischem Maasse* ausgedrückt sein. — Bezeichnet man nun mit $2f$ die Differenz der in mechanischem Maasse ausgedrückten Kräfte, welche auf die im Leiter enthaltene positive und negative Elektricität wirklich wirken, und mit E die Zahl der elektrostatischen Einheiten, welche in jeder Längeneinheit an positiver oder negativer Elektricität enthalten ist; so ergiebt sich die auf den Leiter ausgeübte elektromotorische Kraft in *mechanischem Maasse* ausgedrückt $= \frac{2f}{E}$, in *magnetischem Maasse* $e = \frac{f}{E} \cdot \frac{c}{\sqrt{2}}$.

Digitized by Google

Hieraus folgt das mechanische Aequivalent der vom Strome im Leiter erzeugten Wärme:

$$iiwdt = eidt = 2fudt = (+f) \cdot (+udt) + (-f) \cdot (-udt),$$

gleich der Summe der Producte der auf jedes stömende Theilchen wirkenden Kraft in den von diesem Theilchen in der Richtung der auf dasselbe wirkenden Kraft zurückgelegten Weg, d. i. gleich der Stromarbeit.

Wirkt nun keine andere Kraft auf die im Leiter strömende Elektricität als die elektromotorische Kraft, so leuchtet ein, dass die lebendige Kraft der strömenden Elektricität zunehmen muss, und dass die Grösse dieser Zunahme durch die Grösse der *Stromarbeit* gegeben ist. Aus dieser Zunahme der lebendigen Kraft der strömenden Elektricität folgt dann ferner eine Zunahme der Geschwindigkeit, mit welcher die strömende Elektricität sich bewegt. Wenn daher die strömende Elektricität im Leiter in gar keine andere Bewegung geriethe als in Strombewegung, so würde daraus ein stetiges Wachsthum der Stromintensität folgen, was aber in Widerspruch stehen würde mit dem hier vorausgesetzten *beharrlichen Strome*, zu dessen Hervorbringung nach dem Ohm'schen Gesetze eine beharrliche elektromotorische Kraft erfordert wird.

Es bleibt daher in dem hier vorausgesetzten Falle nur übrig, dass die Elektricität im Leiter sich *nicht immer in blosser Strombewegung* befinde, sondern dass diese Strombewegung zeitweise in eine *andere* Bewegung übergehe und umgekehrt.

Ist nun diese *andere* Bewegung die im Leiter stets vorhandene Bewegung der Elektricität um die ponderabelen Molecule herum, die der Grund von allen magnetischen (paramagnetischen und diamagnetischen) Erscheinungen ist, und an der eine so grosse Menge Elektricität Theil nimmt, dass die Menge der strömenden Elektricität dagegen verschwindet; so ergiebt sich von selbst, dass die strömende Elektricität immer mit geringerer Geschwindigkeit von den vorhergehenden Molecularströmen ausgegangen sein muss, als sie zu den folgenden Molecularströmen hingelangt, infolge der Beschleunigung, die sie auf ihrem Wege durch die elektromotorische Kraft erlitten hat; dass aber die von der strömenden Elektricität dadurch gewonnene Zunahme an lebendiger Kraft an der nächsten Station sogleich an die Molecularströme wieder abgegeben wird, so dass bei beharrlichem Strome blos die *Molecularströme* an lebendiger Kraft zunehmen. Diese Zunahme an lebendiger Kraft ist nichts anderes als

Digitized by Google

die vom Strome im Leiter erzeugte Wärme selbst, wie sich daraus ergiebt, dass sie dem mechanischen Aequivalent der erzeugten Wärme gleich ist, was, wie schon bemerkt, wenigstens näherungsweise bewiesen worden ist. — Es wird hierdurch die am Schlusse des vorigen Artikels ausgesprochene Vermuthung bestätigt, dass die in allen ponderabelen Körpern enthaltenen beweglichen Theile, deren Bewegung *Wärme* ist, *identisch* sind mit den in allen ponderabelen Körpern enthaltenen Theilen, deren Bewegung *Magnetismus* ist. Es giebt keine andern von den ponderabelen unabhängig beweglichen Theile im Innern der Körper als diese, nämlich die *elektrischen* Theile.

7.

Bewegung der Elektricität in Conductoren.

Befindet sich die Elektricität in allen Körpern fortwährend in Bewegung, besonders um die ponderabelen Molecule herum, und sind diese Bewegungen der Grund aller *galvanischen*, *magnetischen* und *Wärmeerscheinungen*; so gilt dies auch von der Elektricität in *Conductoren*, zumal in *metallischen Conductoren*, die sich vor allen andern Körpern durch ihr *galvanisches* Verhalten, ferner in Beziehung auf *Wärmeleitung* und einige endlich, wie Eisen und Wismuth, auch durch ihren *Magnetismus* oder *Diamagnetismus* auszeichnen, wovon der Grund offenbar in besonderen Verhältnissen zu suchen ist, in welchen die Elektricität in diesen Körpern sich befindet.

Elektrische Strombewegungen finden vorzugsweise in *metallischen Leitern* statt, und zwar *rein elektrische* (nämlich solche, wo nur die Elektricität strömt, ohne Theilnahme der ponderabelen Theile), *nur* in metallischen Leitern; denn in *nicht metallischen* sogenannten feuchten oder *zersetzbaren Leitern* findet keine Strömung ohne *elektrolytische* Wirkung statt, d. h. nicht ohne Theilnahme ponderabeler Theile an der Strömung, und zwar anderer ponderabeler Theile an der Strömung der positiven Elektricität, anderer an der Strömung der negativen.

Zunächst nun bedarf die *Beharrlichkeit* elektrischer Ströme in metallischen Leitern einer näheren Erläuterung. Es ist nämlich aus den Ohm'schen Gesetzen bekannt, dass in geschlossenen Leitern ein *beharrlicher Strom* nur unter beharrlicher Fortwirkung einer bestimmten *elektromotorischen Kraft* existiren

Digitized by Google

kann, und nach dem vorigen Artikel müsste eine solche elektromotorische Kraft die in ihrer Richtung strömende Elektricität *beschleunigen*, wodurch also die Stromintensität verändert würde.

Besteht aber der Strom im Leiter, wie im vorigen Artikel angegeben, aus lauter *Stromelementen*, in welchen die Strombewegung ununterbrochen nur von einem Leitermolecule zum andern geht, und vermischt sich ein elektrisches Theilchen, wenn es durch diese Strombewegung zum andern Leitermolecule gelangt ist, mit der hier vorhandenen Elektricität, die sich um dieses Molecule herum bewegt, indem es selbst von Strombewegung zu Rotationsbewegung *übergeht*, während statt seiner irgend ein anderes Theilchen der hier vorhandenen Elektricität, indem es umgekehrt von Rotationsbewegung zu Strombewegung *übergeht*, ein zweites Stromelement bildet u. s. w.; so leuchtet ein, dass zwar Beschleunigung der Elektricität in jedem Stromelemente durch die elektromotorische Kraft stattfinden muss, dass aber darum keine Intensitätszunahme des ganzen Stromes stattzufinden braucht, wenn nämlich in allen Stromelementen die elektrischen Theilchen ihre Strombewegung mit einer immer gleichen, *aber geringeren* Geschwindigkeit beginnen und dieselbe auch mit einer immer gleichen *aber grösseren* Geschwindigkeit beschliessen.

Es geht daraus hervor, dass in metallischen Leitern der *Übergang* elektrischer Theilchen von Rotationsbewegung zu Strombewegung und umgekehrt eine besondere Rolle spielen müsse; denn durch diesen Übergang soll die elektrische Leitung selbst vermittelt werden.

Dazu kommt nun aber, dass *elektrische Leitung* und *Wärmeleitung* in metallischen Conductoren in nächster Beziehung stehen, und es leuchtet ein, dass, wenn Wärme wirklich identisch mit der lebendigen Kraft der im Innern der ponderabelen Körper sich fortwährend bewegenden Elektricität ist, *Wärmeleitung in metallischen Conductoren* ebenso wie elektrische Stromleitung durch den Übergang von Rotationsbewegung in Strombewegung und umgekehrt vermittelt werden muss.

Liegt nun der Grund des elektrischen und Wärmeleitungsvermögens metallischer Leiter darin, dass die in Rotationsbewegung befindlichen elektrischen Theile in Strombewegung *übergehen* können und umgekehrt, so fragt sich, wovon dieser Übergang abhängt, und warum derselbe in *Conductoren* stattfinde, in *Isolatoren* aber nicht stattfinde. Zu diesem Zwecke gehen wir zu den in der letzten Abhandlung über elektrodynamische Maassbestimmungen (im 10. Bd.

Digitized by Google

der Abhandlungen d. K. S. Ges. d. Wiss. 1871, Artikel 16) betrachteten Molecularbewegungen zweier *ungleichartiger* elektrischer Theilchen über und zu den darauf sich gründenden Verschiedenheiten der molecularen *Körperconstitutionen*. (Vgl. S. 203.)

Beschränken wir uns nämlich auf solche Systeme, welche aus Paaren von Theilchen bestehen, von denen das eine $-e$ negativ elektrisch und an eine ponderabele Masse gebunden ist, das andere $+e$ positiv elektrisch ist und sich um ersteres herum bewegt, so können solche Systeme sich durch folgende Eigenschaften gradweise von einander unterscheiden.

Erste Eigenschaft. Jedem solchem Systeme kommt ein bestimmter und zwar negativer Werth von ϱ zu (wenn nämlich $\frac{ee'}{a} = \varrho$ gesetzt wird und die Vorzeichen von e und e' davon abhängig gemacht werden, ob die damit bezeichneten Theilchen der positiven oder negativen Elektricität angehören), der für verschiedene Systeme sehr verschieden sein kann. Es ist also eine *Eigenschaft* solcher Systeme, dass jedem derselben ein bestimmter Werth von ϱ, oder von ϱcc, zukommt, durch den es von andern Systemen unterschieden werden kann.

Zweite Eigenschaft. Nach Artikel 11 (S. 196) ist $rr\alpha\alpha = r_0 r_0 \alpha_0 \alpha_0$ (wenn r_0, α_0 die anfänglichen, r, α die gegenwärtigen Werthe der Entfernung beider Theilchen von einander und ihrer relativen Geschwindigkeit in der Richtung senkrecht auf ihre Verbindungslinie bezeichnen) eine *Constante* des Systems, so lange wenigstens, als keine andern Kräfte auf die Theilchen wirken, als die, welche aus ihrer Wechselwirkung resultiren. Diese *Constante* ist eine *zweite Eigenschaft*, welche ebenfalls zur Unterscheidung verschiedener Systeme dienen kann; jedoch sind dadurch keine *bleibenden* Unterscheidungen gegeben, sondern es können infolge *äusserer* Einflüsse Übergänge von einem Systeme zu einem andern stattfinden.

Dritte Eigenschaft. Bei einem *beharrlichen* Systeme kann zwar der Abstand beider Theilchen sich ändern, aber es muss einen endlichen kleinsten Abstand r_0, sowie auch einen grössten r^0 geben, der von ersterem abhängt. Der Werth des kleinsten Abstandes r_0 kann nun für verschiedene Systeme verschieden sein und kann daher als eine *dritte* zur Unterscheidung verschiedener Systeme dienende *Eigenschaft* betrachtet werden, die jedoch ebenfalls Aenderungen infolge von äusseren Einflüssen unterworfen ist.

Digitized by Google

Bezeichnet man nun den aus den 3 Constanten ϱcc, $r_0 r_0 a_0 a_0$ und r_0 durch Division der zweiten mit dem Product aus der ersten und letzten gebildeten Quotienten eines solchen Systems (worin $\varrho = \frac{ee'}{a}$, wie schon bemerkt, einen negativen Werth hat) mit $-n$, setzt also

$$n = -\frac{r_0 a_0 a_0}{\varrho cc},$$

so ergiebt sich nach Artikel 16 (Seite 203) folgende Bewegungsgleichung, worin u die relative Geschwindigkeit beider Theilchen bezeichnet, nämlich:

$$\frac{\varrho - r}{\varrho} \cdot \frac{uu}{cc} = \left(\frac{r}{r_0} - 1\right) \cdot \left(n\left[\frac{r_0}{r} + 1\right] - 1\right).$$

Es folgt hieraus, dass für $u = o$ entweder $r = r_0$ oder $r = \frac{n}{1-n} r_0 = r^0$ ist.

Ferner ergiebt sich daraus die Unterscheidung zwischen *beharrlichen* und *nicht beharrlichen* Systemen, nach den Werthen von n. Ein *beharrliches System*, nämlich mit r_0 als kleinstem und r^0 als grösstem Werthe von r, existirt nur für $1 > n > \frac{1}{2}$, d. i. wenn der Werth von n zwischen $\frac{1}{2}$ und 1 liegt; denn für $n > 1$ und für $n < o$ ergiebt sich, dass für r^0, was wesentlich positiv ist, gar kein Werth existirt, und für $\frac{1}{2} > n > o$ würde $r = r^0 < r_0$ erhalten werden, d. h. die Gleichung würde dann nicht dazu dienen, aus dem kleineren der beiden Werthe von r, für welche $u = o$ ist, den grösseren zu finden, sondern umgekehrt aus dem grösseren den kleineren.

Alle *beharrlichen* Systeme lassen sich sodann in zwei Classen theilen, nämlich in solche, wo $\frac{1}{2} < n < 1 - \varepsilon$ ist, welche *Isolatoren* sind, und in solche, wo $1 - \varepsilon < n < 1$ ist, welche *Conductoren* sind. Hierin wird ε dadurch bestimmt, dass für $n = 1 - \varepsilon$ der grössere Werth von r, für welchen $u = o$ ist, welcher mit r^0 bezeichnet worden, so gross ist, dass das bewegte Theilchen in die Wirkungssphäre des Nachbarsystems eintritt, und daher aus einem System in's andere übergeht. Setzt man diesen Werth von $r^0 = (1 + \mu) r_0$ und beachtet, dass allgemein $r^0 = \frac{n}{1-n} r_0$ ist, so erhält man für $n = 1 - \varepsilon$ die Gleichung $1 + \mu = \frac{n}{1-n}$ folglich $\varepsilon = \frac{1}{2+\mu}$.

Für den Werth $n = 1 - \varepsilon$, wo der *Übergang vom Isolator zum Conductor* stattfindet, ist das Leitungsvermögen $= 0$, und dasselbe wächst mit n, wenn letzteres grösser als $1 - \varepsilon$ ist und noch zunimmt.

Digitized by Google

8.

Zweierlei Wärmeverbreitung in ponderabelen Körpern.

Die Betrachtungen des vorigen Artikels waren im Wesentlichen auf die Bewegungsgesetze zweier elektrischer Theilchen, die blos ihrer eigenen Wechselwirkung überlassen sind, gebauet. Waren andere Theilchen noch vorhanden, so wurden dieselben so entfernt angenommen, dass ihr Einfluss gegen den der beiden betrachteten Theilchen auf einander nahezu verschwinde. Nur in dem Falle, wo die beiden Theilchen eines Paares sich immer weiter von einander entfernen, muss es eine Grenze geben, über die hinaus der Einfluss der andern Theile grösser als die Wechselwirkung der betrachteten Theile auf einander wird. Die für diesen Übergang geltenden Bewegungsgesetze lassen sich aber bekanntlich nicht vollständig und allgemein entwickeln. Es ist daher im vorhergehenden Artikel nur das eine Resultat angeführt worden, dass die beiden Theile, welche bisher ein Paar bildeten, von einander getrennt werden, und mit andern Theilen sich zu neuen Paaren vereinigen.

Ist nun *Wärme* die lebendige Kraft beweglicher Theile im Innern ponderabeler Körper, und sind diese beweglichen Theile positiv elektrische, die sich um negativ elektrische an ponderabelen haftende Theile herum bewegen, so leuchtet ein, dass in *metallischen Conductoren*, wie sie im vorigen Artikel definirt worden, an der Grenzfläche je zweier Conductorelemente, *Wärmeverbreitung durch Leitung* stattfinden werde, und zwar gleichzeitig in entgegengesetzten Richtungen, indem nämlich einzelne positiv elektrische Theilchen mit der Tangential-Geschwindigkeit ihrer Rotationsbewegung von einem Molecul auf der einen Seite herkommend die Grenzfläche überschreiten und sich mit der rotirenden Elektricität eines Moleculs auf der anderen Seite der Grenzfläche vermischen und umgekehrt. Diese *Wärmeverbreitung in metallischen Conductoren*, welche durch Übertragung von lebendiger Kraft *sammt ihrem Träger* erfolgt, heisse *Wärmeverbreitung durch Emission* oder kurz *Wärmeleitung*.

Nun findet aber in *Isolatoren* ebenfalls *Wärmeverbreitung* statt, d. h. Übertragung von lebendiger Kraft vom Molecul auf der einen Seite zum Molecul auf der andern Seite der Grenzfläche zweier Isolatorelemente, und umgekehrt, jedoch ohne dass die elektrischen Theilchen, welche die Träger dieser lebendigen Kräfte sind, selbst die Grenzfläche überschritten. Diese *zweite Art von*

Digitized by Google

Wärmeverbreitung, wie sie bei Isolatoren stattfindet, durch *Übertragung von lebendiger Kraft ohne ihren Träger*, heisse *Wärmeverbreitung durch Strahlung*, oder kurz *Wärmestrahlung*. Sie findet auch statt von einem ponderabelen Körper zum andern durch den leeren Raum, z. B. durch den Weltenraum.

Für diese Wärmeverbreitung durch Strahlung im leeren Raume oder in Isolatoren gilt bekanntlich dasselbe wie für die Lichtstrahlung, nämlich dass sie durch Wellenfortpflanzung vermittelt wird, was die Existenz eines wellenfortpflanzenden Mediums voraussetzt. Die Beschaffenheit dieses Mediums hat man bisher aus den Gesetzen der Wellenbewegungen, wie sie aus den Beobachtungen der Lichterscheinungen gefunden worden, kennen zu lernen gesucht; bestände nun aber dieses Medium aus Elektricität, und besässe man nähere Kenntniss von seiner Constitution, so würde es möglich sein, aus dem Grundgesetze der elektrischen Wirkung die Gesetze jener Wellenbewegung zu entwickeln und die Lichterscheinungen daraus zu erklären, was auch wirklich auf verschiedene Weise versucht worden ist, worauf aber näher einzugehen hier zu weit führen würde.

9.

Über die von Kohlrausch entwickelte Ansicht von der Thermoelektricität.

Wir haben zwei Arten der Wärmeverbreitung, nämlich Leitung und Strahlung unterschieden, welche mit zwei Arten der Verbreitung elektrischer Bewegung zusammenfallen, nämlich mit der Verbreitung der Bewegung entweder mit ihrem Träger oder ohne ihren Träger. Die *erstere* Verbreitungsweise findet in *metallischen Leitern* statt, in denen die Elektricität auch durch *elektromotorische Kräfte* in Strombewegung versetzt werden kann.

Die elektrischen Strömungen aber, welche stattfinden, auch wenn die Theilchen von keinen elektromotorischen Kräften getrieben werden, sondern indem sie blos den Gesetzen folgen, nach welchen sie sich vermöge ihrer Wechselwirkung um einander bewegen, wobei sie sich aber von einander entfernen, bis sie die Moleculargrenzen überschreiten, unterscheiden sich wesentlich von den durch elektromotorische Kräfte hervorgebrachten elektrischen Strömen dadurch, dass bei ersteren durch die Grenzfläche *zweier gleicher und gleich warmer* Molecule vorwärts gleich viel Elektricität wie rückwärts geht,

Digitized by Google

während bei den durch *elektromotorische Kräfte* hervorgebrachten Strömen durch die Grenzfläche in der Richtung der Kraft eine grössere Menge Elektricität als in entgegengesetzter Richtung geht. Jene entgegengesetzt gleichen Ströme heben einander auf, so dass kein Strom im engeren Sinne übrig bleibt; denn unter Strom im engeren Sinne versteht man nur die *Differenz* der beiden entgegengesetzten Strömungen.

Bei *gleichen aber ungleich warmen* Moleculen eines metallischen Leiters, auf den sonst keine elektromotorische Kräfte wirken, durch die ein beharrlicher Strom in geschlossener Kette hervorgebracht würde, kann zwar während eines Augenblicks von dem wärmeren Molecule durch die Grenzfläche zum kälteren eine grössere Menge Elektricität gehen als rückwärts, aber dieser Augenblick dauert nur so lange, bis der zu den kälteren Moleculen gelangende Überschuss von Elektricität eine Ladung erzeugt hat, die eine elektromotorische Kraft am Orte der Grenzfläche ausübt, durch welche eben so viel Elektricität von den kälteren Moleculen durch die Grenzfläche rückwärts getrieben wird, als ohnedem vorwärts, so dass dadurch wieder Gleichheit hergestellt wird.

Nach so hergestellter Gleichheit ist der *elektrische Strom*, welcher einen Augenblick durch die Grenzfläche ging, verschwunden; der *Wärmestrom* dagegen kann auch dann noch fortdauern, wenn nämlich die von den wärmeren Moleculen kommenden Theilchen *mit grösserer Geschwindigkeit* sich bewegen, als die von den kälteren kommenden. Man sieht hieraus, dass aus dem engen Zusammenhange zwischen Wärmeströmung und elektrischer Strömung, welcher darauf beruht, dass beide von der durch die Grenzfläche gehenden Elektricität herrühren, *keineswegs nothwendig folge*, dass kein Wärmestrom ohne elektrischen Strom existiren könne, oder umgekehrt.

Nach der von Kohlrausch über *Thermoelektricität* in den »Nachrichten d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen« 1874, S. 65 entwickelten Ansicht soll nun aber ein solcher Zusammenhang zwischen Wärmeströmen und elektrischen Strömen *wirklich* existiren, in der Art wie es der Fall sein würde, wenn Elektricität und Wärme zwei Körper wären, welche unter einander durch Cohäsionskräfte zusammenhingen, wo dann von einer Fortführung der Wärme durch die Elektricität, ebenso wie der Elektricität durch die Wärme sehr wohl die Rede sein könnte. Nun ist aber die Wärme kein Körper, sondern die lebendige Kraft eines Körpers, und der *Wärmestrom* folglich die Übertragung von lebendiger Kraft von einem Ort zum andern, *entweder* mit ihrem Träger

Digitized by Google

wie in *metallischen Leitern*, *oder* ohne Träger, wie in *Isolatoren*. Nur im *ersteren* Falle, leuchtet ein, nämlich in metallischen Leitern, könnte möglicher Weise der von Kohlrausch vermuthete Zusammenhang stattfinden; im *letzteren* Falle ist ein solcher Zusammenhang nicht möglich, weil dann gar kein elektrischer Strom existirt. (Vgl. Seite 218.)

Durch ein Element f der Grenzfläche zwischen zwei metallischen Leiterelementen gehe von den wärmeren Moleculen auf der einen Seite zu den kälteren auf der andern Seite der Grenzfläche in der Zeiteinheit die elektrische Masse ε (in Milligrammen) mit der Geschwindigkeit α. Durch dasselbe Element der Grenzfläche gehe von den kälteren Moleculen zu den wärmeren rückwärts die Masse ε' mit der Geschwindigkeit α'. Hierdurch ist ein durch f gehender *elektrischer Strom* und zugleich ein durch f gehender *Wärmestrom* gegeben, jener von der Intensität $i = (\varepsilon - \varepsilon')$, nach mechanischem Maasse (Milligramm als Masseneinheit), dieser von der Intensität $W = (\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha')$, nach mechanischen Aequivalenten.

Hiernach sind im Allgemeinen folgende Fälle möglich: 1) das $\varepsilon = \varepsilon'$ wäre, wo ein Wärmestrom von der Intensität $\varepsilon(\alpha\alpha - \alpha'\alpha')$ ohne elektrischen Strom existiren würde; 2) dass $\varepsilon\alpha\alpha = \varepsilon'\alpha'\alpha'$ wäre, wo ein elektrischer Strom von der Intensität $(\varepsilon - \varepsilon')$ existiren würde ohne Wärmestrom; 3) dass, wenn auch weder $\varepsilon = \varepsilon'$ noch $\varepsilon\alpha\alpha = \varepsilon'\alpha'\alpha'$ wäre, doch ein bestimmtes Verhältniss zwischen $(\varepsilon - \varepsilon)$ und $(\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha')$ stattfände, was bei Temperaturänderungen des Leiters constant bliebe, aber nach sonstiger Verschiedenartigkeit der Leiter verschieden wäre. — Der dritte Fall stimmt wesentlich mit der von Kohlrausch über Thermoelektricität entwickelten Ansicht überein.

Kohlrausch macht nämlich die Annahme, dass das Verhältniss der Intensitäten des elektrischen und des Wärmestromes $\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'}$ für jeden Leiter constant, jedoch abhängig von der Beschaffenheit des Leiters sei, und bezeichnet dasselbe mit α, wonach die Stromintensität $i = \alpha W$, wenn W die Intensität des Wärmestromes bezeichnet. Aus dieser Annahme ergiebt sich nun nach Kohlrausch sowohl das Gesetz der thermoelektromotorischen Kräfte, nämlich, dass die thermoelektromotorischen Kräfte nur von den Temperaturen der Contactstellen abhängen und der Temperaturdifferenz proportional sind, als auch das Gesetz der Peltier'schen Wärmeentwickelung, wonach an der Berührungsstelle zweier Leiter eine Entwickelung resp. Absorption von Wärme

Digitized by Google

stattfindet, je nachdem daselbst der Strom zu einem Leiter von kleinerer resp. grösserer thermoelektrischen Constante geht.

Dem dritten Falle, nämlich dass zwischen $(\varepsilon - \varepsilon')$ und $(\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha')$ ein bestimmtes Verhältniss stattfinde, wird offenbar genügt, wenn $\alpha\alpha = \alpha'\alpha'$ gesetzt wird. Unter dieser Beschränkung findet aber die von Kohlrausch gegebene Herleitung des Gesetzes der thermoelektromotorischen Kräfte auf Thermosäulen, wo jeder von den die geschlossene Kette bildenden Leitern an seinen beiden Enden verschiedene Temperatur besitzt, keine Anwendung, weil jede Temperaturdifferenz in einem (homogenen) Leiter ihren Grund nur in Verschiedenheiten der Werthe von $\alpha\alpha$ und $\alpha'\alpha'$ haben kann. Aus der Unveränderlichkeit von $\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'}$, welche aus $\alpha\alpha = \alpha'\alpha'$ resultirt, lässt sich daher das *erste* Gesetz, nämlich das Gesetz der thermoelektromotorischen Kräfte, nicht ableiten, wohl aber das *zweite* Gesetz, nämlich das Gesetz der Peltier'schen Wärmeentwickelung resp. Wärmeabsorption.

Hat man nämlich zwei verschiedene metallische Leiter und bezeichnet man den für $\alpha\alpha = \alpha'\alpha'$ constanten Quotienten $\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'}$, für den einen Leiter mit m, für den andern mit n, so erhält man die Wärmemenge, welche durch die Grenzfläche der beiden letzten Elemente des ersten Leiters geht, $= m\ (\varepsilon - \varepsilon')$; die Wärmemenge, welche durch die Grenzfläche der beiden ersten Elemente des zweiten Leiters geht, $= n\ (\varepsilon - \varepsilon')$. Geht also ein Strom von der Stärke $(\varepsilon - \varepsilon')$ durch die von beiden Leitern gebildete geschlossene Kette hindurch, so wird an der Stelle, wo der erste Leiter den zweiten berührt, die Wärmemenge $(m - n)\ (\varepsilon - \varepsilon')$ entwickelt; an der andern Berührungsstelle, wo nämlich der zweite Leiter den ersten berührt, wird dagegen die Wärmemenge $(n - m)\ (\varepsilon - \varepsilon')$ *entwickelt*, oder, was dasselbe ist, die Wärmemenge $(m - n)\ (\varepsilon - \varepsilon')$ wird daselbst *absorbirt*.

Es bleibt nun aber ausser den oben angeführten drei Fällen noch ein vierter Fall zu betrachten übrig, nämlich ausser den Fällen, wo in den Quotienten entweder $\varepsilon = \varepsilon'$, oder $\varepsilon\alpha\alpha = \varepsilon'\alpha'\alpha'$, oder $\alpha\alpha = \alpha'\alpha'$ ist, bleibt noch 4) der Fall zu betrachten, wo, wenn auch weder $\varepsilon = \varepsilon'$ noch $\alpha\alpha = \alpha'\alpha'$ ist, doch eine Abhängigkeit des Verhältnisses $\frac{\alpha\alpha}{\alpha'\alpha'}$ von dem Verhältnisse $\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$ stattfindet, wo z. B. $\frac{\alpha\alpha}{\alpha'\alpha'}$ irgend einer Potenz von $\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$ gleich ist.

In einem metallischen Leiter ist nämlich mit der Zunahme der Tem-

Digitized by Google

peratur eine Wärmezunahme, d. i. unserer Annahme gemäss eine Zunahme der lebendigen Kraft der beweglichen elektrischen Theile im Leiter, gegeben, woraus eine Geschwindigkeitszunahme dieser Theile folgt, da ihre Menge oder Masse keine Aenderung erleidet. Diese Geschwindigkeitszunahme wird nun auch von den beweglichen Theilen in demjenigen Augenblicke gelten, wo sie die Grenze zweier benachbarter Molecule überschreiten, deren Geschwindigkeit mit α bezeichnet worden ist. Hiernach wird also α mit der Temperatur des Leiters wachsen. Bei dieser mit einer Temperaturzunahme verbundenen Geschwindigkeitszunahme aller beweglichen Theile darf aber angenommen werden, dass auch die Menge oder Masse der die Grenzfläche in der Zeiteinheit passirenden Theilchen ε wachse, so dass also ein gleichzeitiges Wachsen von α und ε mit der Temperatur stattfinde, wie es im vierten Falle angenommen worden ist.

Aus der Gleichung

$$\frac{\alpha\alpha}{\alpha'\alpha'} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}\right)^n$$

ergiebt sich sodann folgende Gleichung für die Intensität des Wärmestromes

$$\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha' = \varepsilon\alpha\alpha\left(1 - \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\cdot\frac{\alpha'\alpha'}{\alpha\alpha}\right) = \varepsilon\alpha\alpha\left(1 - \left[\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right]^{n+1}\right).$$

Dividirt man nun diese Intensität des Wärmestromes mit der Intensität des elektrischen Stromes $(\varepsilon - \varepsilon') = \varepsilon\left(1 - \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)$, so erhält man das Verhältniss beider Intensitäten

$$= \alpha\alpha\left(1 + \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} + \cdots + \left[\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right]^n\right).$$

Man ersieht hieraus, dass, für $n = 0$, dieser vierte Fall mit dem schon betrachteten dritten Falle ganz zusammenfällt, indem in beiden Fällen

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'} = \frac{1}{\alpha\alpha}$$

erhalten wird.

Der diesem Falle nächstliegende Fall ist $n = 1$, für welchen

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon\alpha\alpha - \varepsilon'\alpha'\alpha'} = \frac{1}{\alpha\alpha\left(1 + \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)}$$

erhalten wird. Aus den stets sehr kleinen Verschiedenheiten zwischen zwei benachbarten Moleculen eines Leiters ergiebt sich nun aber ferner, dass der

Digitized by Google

Werth von $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$ nur sehr wenig von 1 verschieden sei, wenigstens bei schwachen Strömen in guten Leitern, so dass näherungsweise in dem eben betrachteten vierten Falle

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon a a - \varepsilon' a' a'} = \frac{1}{2 a a}$$

erhalten wird. Es gilt also auch in diesem Falle wenigstens *näherungsweise* die von Kohlrausch gemachte Annahme, dass das Intensitätsverhältniss des elektrischen und Wärmestromes $\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon a a - \varepsilon' a' a'}$ einen constanten, nur von der Beschaffenheit des Leiters abhängigen Werth habe. Hieraus folgt, dass *näherungsweise* für diesen vierten Fall sich dieselben Folgerungen ergeben, welche Kohlrausch aus seiner Annahme deducirt hat, insbesondere auch das Gesetz der thermoelektromotorischen Kräfte, dass nämlich diese Kräfte nur von den Temperaturen der Contactstellen abhängen und den Temperaturdifferenzen an diesen Stellen proportional sind.

Wird bei dieser von Kohlrausch gegebenen Herleitung des Gesetzes der thermoelektromotorischen Kräfte auch keine *Contactwirkung* zu Hülfe genommen; so leuchtet doch ein, dass darum keineswegs die Contactwirkung ganz ausgeschlossen ist, sondern dass dieselbe möglicher Weise zu jener hinzukommt.

10.

Leitungswiderstand und Stromintensitäts-Maximum.

Befindet sich die Elektricität in metallischen Leitern von molecularer Constitution wirklich in der Artikel 6 angegebenen Bewegung, wonach nämlich die positiv elektrischen Theile sich um die an ponderabelen Massen haftenden negativen Theile drehen, dabei aber nicht immer in derselben Kreisbahn bleiben, sondern von einer kleinsten Kreisbahn beginnend sich bei wachsendem Halbmesser einem andern Molecule nähern und endlich zu diesem Molecule übergehen; so ergiebt sich eine Abhängigkeit der Stromintensitäten von den elektromotorischen Kräften in solchen Leitern, welche mit der im Ohm'schen Gesetze angegebenen nicht ganz übereinstimmt, sondern darin abweicht, dass die Stromintensität mit der elektromotorischen Kraft nicht immer gleichmässig fortwächst, sondern sich endlich einem bestimmten Grenzwerthe nähert, den sie nicht überschreitet. Dieser Grenzwerth würde aber nur dann

Digitized by Google

erreicht werden, wenn die Richtungen aller in Strombewegung übergehenden Theile, wie verschieden sie auch anfänglich gewesen sein mögen, durch die immer mehr vergrösserte elektromotorische Kraft in kürzester Zeit ganz in die Richtung dieser Kraft gebracht würden. Die Intensität des Stromes würde dann nicht weiter wachsen können und also ihr Maximum erreicht haben. Es würden hiernach Versuche mit sehr grossen und kleinen elektromotorischen Kräften im nämlichen Leiter, um zu entscheiden, ob die Intensitäten der von ihnen erregten Ströme ihnen immer proportional seien, von grösster Wichtigkeit sein.

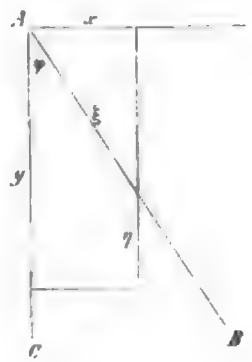
Es sei A (in beistehender Figur) ein Molecul, von welchem aus positiv elektrische Theilchen nach allen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit α geworfen werden. Eine solche Richtung sei AB, und ξ sei der Weg, welchen das Theilchen mit seiner Geschwindigkeit α in der Zeit t zurücklegen würde. Auf dieses Theilchen wirkt aber eine constante (elektromotorische) Kraft in der mit AC parallelen Richtung, welche mit AB den Winkel ψ einschliesst, und das Theilchen würde dadurch allein in der Zeit t, einen mit t^2 oder mit ξ^2 proportional wachsenden Weg η zurücklegen.

Man setze hiernach

$$\eta = a\xi^2$$

ferner

$$x = \xi \sin\psi$$
$$y = \xi\cos\psi + \eta = x\cot\psi + \frac{a}{\sin\psi^2}\cdot x^2$$
$$r^2 = x^2 + y^2,$$



woraus

$$y = \cot\psi \cdot \sqrt{(r^2 - y^2) + \frac{a}{\sin\psi^2}\cdot(r^2 - y^2)}$$

erhalten wird. Diese Wurfbewegung erreiche ihr Ende, wenn die Entfernung des Theilchens von A gleich r geworden ist, indem das Theilchen alsdann zum benachbarten Molecule gelangt. Diese Entfernung r ist unabhängig von der Richtung der Wurfbewegung und kann für alle von A ausgeworfenen Theilchen als gleich angenommen und als mittlerer Molecularabstand bezeichnet werden.

Zunächst ergiebt sich hieraus, weil je grösser die mit a proportionale elektromotorische Kraft ist, desto mehr alle übrigen Glieder obiger Gleichung

Digitized by Google

gegen dasjenige Glied verschwinden, welches a zum Factor hat, dass für wachsende elektromotorische Kraft y^2 sich einem Grenzwerthe nähert, nämlich

$$y^2 = r^2,$$

welcher für alle von A ausgeworfenen Theilchen gleich ist. Es ergiebt sich also, dass der in der Richtung der Kraft von allen Theilchen zurückgelegte Weg alsdann gleich, nämlich $= r$, sein würde.

Bezeichnet man mit ε die Masse der von A in der Zeiteinheit ausgesandten Theilchen, und mit n die Zahl der im Leiterelement von der Länge r enthaltenen Molecule; so ist $n\varepsilon$ die Masse positiver Elektricität, welche in der Richtung der elektromotorischen Kraft durch die Grenzfläche zweier auf einander folgender Molecularschichten in der Zeiteinheit gehen würde, wenn die elektromotorische Kraft in's Unendliche vergrössert worden wäre, d. i. der Grenzwerth der Stromintensität nach mechanischem Maasse mit Zugrundelegung der mechanischen Masseneinheit (Milligramm), wobei nur zu bemerken ist, dass man, weil die Elektricität in solchen Masseneinheiten nicht bestimmbar ist, bei Intensitätsbestimmungen nach sogenanntem mechanischen Maasse die Elektricitätsmengen nicht in Masseneinheiten der Mechanik (Milligramm), sondern in *elektrostatischen* Einheiten auszudrücken pflegt.

Bezeichnet nun σ die Zahl der *elektrostatischen* Einheiten, welche auf die Masseneinheit der Mechanik (Milligramm) gehen; so erhält man obigen Grenzwerth der Stromintensität nach sogenanntem mechanischen Maasse $= n\varepsilon\sigma$, oder wenn man die Bezeichnung der auf die drei Grundmaasse der Mechanik (nämlich der Masse M, der Entfernung R und der Zeit T) zurückgeführten Maasseinheit hinzufügt,

$$= n\varepsilon\sigma \cdot \left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^4}}\right].$$

Nach *elektrostatischen* Einheiten wird nämlich eine Elektricitätsmenge durch eine Kraft (welche diese Elektricitätsmenge auf eine ihr gleiche ausübt) $= f \cdot \left[\frac{MR}{T^2}\right]$ und durch eine Entfernung (aus welcher diese Kraft ausgeübt wird) $= r \cdot [R]$ bestimmt und ausgedrückt durch

$$r\sqrt{f} \cdot \left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^2}}\right];$$

die Stromintensität nach mechanischem Maasse ist aber der Quotient einer

Digitized by Google

solchen durch den Querschnitt des Leiters gegangenen Elektricitätsmenge dividirt durch die Dauer des Durchganges $= t \cdot [T]$, also $= \frac{r\sqrt{f}}{t} \cdot \left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^4}}\right]$.

Im vorliegenden Falle war $\frac{r\sqrt{f}}{t} = n\varepsilon\sigma$.

Es ist übrigens bei dieser Bestimmung des Grenzwerthes der Stromintensität angenommen worden, dass die elektromotorische Kraft selbst auf die Zahl der von den Moleculen ausgesandten elektrischen Theilchen keinen Einfluss habe.

Ist nun dagegen die elektromotorische Kraft oder die damit proportionale Grösse a sehr klein, so kann in der gefundenen Gleichung:

$$y = \cot\psi \cdot \sqrt{(r^2 - y^2)} + \frac{a}{\sin\psi^2} \cdot (r^2 - y^2),$$

im letzten Gliede, welches a zum Factor hat, für y^2 der Näherungswerth gesetzt werden, der sich für $a = o$ aus der Gleichung ergiebt, nämlich $y^2 = r^2 \cos\psi^2$. Man erhält alsdann

$$y = \cot\psi \cdot \sqrt{(r^2 - y^2)} + ar^2$$

und ebenso hieraus näherungsweise

$$y = \pm r\cos\psi + ar^2 \sin\psi^2.$$

Hiernach ergiebt sich im Mittel für die beiden Theilchen, welche von A aus in den durch die Winkel ψ und $\pi - \psi$ bestimmten Richtungen ausgesandt werden,

$$y = ar^2 \sin\psi^2.$$

Der Mittelwerth der von allen von A ausgesandten Theilchen in der Richtung der Kraft zurückgelegten Wege wird hiernach erhalten

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi y \sin\psi d\psi = ar^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\psi^3 d\psi = \frac{2}{3} ar^2.$$

Wäre dieser Werth $= r$, so würde die Stromintensität dieselbe sein, wie der vorher betrachtete Grenzwerth, nämlich $= n\varepsilon\sigma \cdot \left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^4}}\right]$; hiervon beträgt nun die wirkliche Stromintensität nur einen sehr kleinen Bruchtheil, nämlich $\frac{2}{3} ar$, wonach diese Stromintensität i^0 erhalten wird:

$$i^0 = \frac{2}{3} ar \cdot n\varepsilon\sigma \cdot \left[\sqrt{\frac{MR^3}{T^4}}\right].$$

Zur Bestimmung des Coefficienten a endlich werde noch bemerkt, dass

Digitized by Google

wenn γ die beschleunigende Kraft bezeichnet, welche auf die von A ausgesandten Theilchen wirkt,

$$\eta = \tfrac{1}{2}\gamma tt = \tfrac{1}{2}\gamma \cdot \frac{\xi\xi}{\alpha\alpha} = a\xi\xi$$

ist, woraus sich ergiebt:

$$a = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\gamma}{\alpha\alpha},$$

folglich $$i^0 = \tfrac{1}{3} \cdot \frac{\gamma r}{\alpha\alpha} \cdot n\varepsilon\sigma \cdot \left[V\frac{MR^3}{T^4}\right].$$

Durch Division der nach *mechanischem Maasse* ausgedrückten Stromintensität i^0 mit $\frac{c}{2\sqrt{2}}$, nämlich mit der Zahl der elektrostatischen Einheiten, welche auf eine magnetische Einheit gehen, erhält man dieselbe nach *magnetischem* Maasse ausgedrückte Stromintensität i, nämlich

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{3c} \cdot \frac{\gamma r}{\alpha\alpha} \cdot n\varepsilon\sigma \cdot \left[V\frac{MR}{T^2}\right].$$

Es ist nun ferner die *elektromotorische Kraft* für die Längeneinheit des Leiters nach *mechanischem* Maasse e^0 das Product der Beschleunigung γ in die Masse der in der Längeneinheit des Leiters in Strömung begriffenen Elektricität $= \frac{n\varepsilon}{r}$, dividirt durch die Zahl der in der Längeneinheit in Strömung begriffenen elektrostatischen Einheiten $= \frac{n\varepsilon\sigma}{r}$, wonach also

$$e^0 = \frac{\gamma}{\sigma} \cdot \left[V\frac{M}{RT^2}\right].$$

Hieraus ergiebt sich die elektromotorische Kraft für die Längeneinheit des Leiters nach *magnetischem* Maasse e durch Vertauschung der Zahl der elektrostatischen Einheiten $\frac{n\varepsilon\sigma}{r}$ mit der Zahl der magnetischen Einheiten $\frac{n\varepsilon\sigma}{r} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{c}$, wonach

$$e = \frac{c}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\gamma}{\sigma} \cdot \left[V\frac{MR}{T^4}\right].$$

Substituirt man nun den hieraus sich ergebenden Werth von γ in der vorhergehenden Gleichung zur Bestimmung von i, so erhält man

$$i = \frac{8}{3cc} \cdot \frac{er}{\alpha\alpha} \cdot n\varepsilon\sigma^2 \cdot \left[V\frac{MR}{T^2}\right].$$

Bezeichnet nun l die Länge des geschlossenen Leiters, so ist el die ganze auf den geschlossenen Leiter wirkende elektromotorische Kraft, und i die

Digitized by Google

Intensität des dadurch erzeugten Stromes, nach *magnetischem* Maasse. Hieraus ergiebt sich der Widerstand w des geschlossenen Leiters

$$w = \frac{el}{i} = \frac{3cc}{8} \cdot \frac{\alpha\alpha}{n\varepsilon\sigma^3} \cdot \frac{l}{r} \cdot \left[\frac{R}{T}\right],$$

d. i. eine *Definition des Widerstandes*, ganz unabhängig von der dem Ohm'schen Gesetze gemässen Bestimmung des Widerstandes, durch Messung der elektromotorischen Kraft und Stromintensität.

Es ergiebt sich hiernach für das *Leitungsvermögen* $= \frac{1}{w}$ eine Bestimmung aus seinen in der Ablenkung der Theilchen von ihren Wurfbahnen liegenden Ursachen. Es leuchtet nämlich ein, dass das *Leitungsvermögen* proportional sein müsse 1) der im Leitungscanale in Wurfbewegung befindlichen Masse, 2) der in dieser Masse von einer bestimmten Kraft auf einem bestimmten Wege hervorgebrachten Ablenkungsgeschwindigkeit. Im Leiterelemente r ist nun jene Masse $n\varepsilon$, und die Ablenkungsgeschwindigkeit durch eine bestimmte Kraft auf der Bahnstrecke r ergiebt sich *dem Quadrate der Wurfgeschwindigkeit* $\alpha\alpha$ *umgekehrt proportional*. Hiernach müsste das *Leitungsvermögen* $\frac{1}{w}$ mit $\frac{n\varepsilon}{\alpha\alpha}$, folglich der *Leitungswiderstand* w mit $\frac{\alpha\alpha}{n\varepsilon}$ proportional sein. Da dies für den Widerstand des *Leiterelementes* r gilt, so ergiebt sich der *Widerstand eines Leiters von beliebiger Länge* l proportional mit $\frac{\alpha\alpha}{n\varepsilon} \cdot \frac{l}{r}$, was mit obiger Formel übereinstimmt, wonach dieser Widerstand dem Producte dieser Grösse in den *constanten Factor* $\frac{3cc}{8\sigma\sigma}$ gleich ist.

Diese Definition des Leitungswiderstandes gewährt besonderes Interesse noch darum, weil daraus folgt, dass für einen Leiter, falls ausser den Werthen von l, n, r, auch sein Widerstand w constant ist, das Verhältniss der beiden Variabeln $\alpha\alpha$ und ε, nämlich $\frac{\alpha\alpha}{\varepsilon}$, ebenfalls constant sein müsste, d. h., wenn $\alpha\alpha$ und ε sich verändert haben und $\alpha'\alpha'$ und ε' geworden sind, dass alsdann

$$\frac{\alpha\alpha}{\varepsilon} = \frac{\alpha'\alpha'}{\varepsilon'} \text{ oder } \frac{\alpha\alpha}{\alpha'\alpha'} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$$

sein müsste.

Hieraus ergiebt sich nun, dass, wenn der Widerstand w eines Leiters constant wäre und sich auch nicht mit der Temperatur des Leiters änderte, der Werth $\frac{\alpha\alpha}{\varepsilon}$ für diesen Leiter auch constant sein würde, wonach für einen solchen Leiter, Artikel 9 gemäss, die von Kohlrausch aufgestellte Ansicht

Digitized by Google

von der Thermoelektricität gelten würde. Da nun aber der Widerstand metallischer Leiter mit der Temperatur sich mehr oder weniger ändert, so ergiebt sich, dass die von Kohlrausch aufgestellte Ansicht nur näherungsweise Geltung haben könne und zwar am meisten für solche metallische Leiter, deren Widerstand sich mit der Temperatur der Leiter am wenigsten ändert, woraus zu folgen scheint, dass diese Leiter zur Darstellung thermoelektrischer Ketten am geeignetsten sein müssten.

11.

Vertheilung der Elektricität in Conductoren.

Die *Elektrostatik* ist von Coulomb und Poisson vor Entdeckung des Elektromagnetismus und der Elektrodynamik begründet und entwickelt worden, und es hat daher keine Rücksicht auf diese grossen Entdeckungen von ihnen genommen werden können. Die in der Elektrostatik entwickelten Gesetze der Vertheilung der in Conductoren in Ruhe und Gleichgewicht befindlichen elektrischen Fluida, sowie der von ihnen bei dieser Vertheilung ausgeübten Kräfte, sind nun zwar sämmtlich, soweit Beobachtung und Messung reicht, in Übereinstimmung mit der Erfahrung befunden worden; es hat sich aber aus den neuen Entdeckungen, insbesondere des Elektromagnetismus und der Elektrodynamik, ergeben, dass ein solcher Gleichgewichtszustand der elektrischen Flüssigkeiten, wie ihn Coulomb und Poisson in den Conductoren angenommen, wirklich gar nicht existirt, sondern dass vielmehr alle elektrischen Flüssigkeiten in den Conductoren sich immer in *beharrlicher Bewegung* um alle ponderabele Molecule herum befinden, woraus folgt, dass streng genommen die von Poisson entwickelten Vertheilungs- und Wirkungsgesetze *ruhender* Elektricität gar keine Anwendung auf die in Conductoren befindliche Elektricität finden.

Alle bisher in der *Elektrostatik* betrachteten Erscheinungen gehören demgemäss eigentlich der *Elektrodynamik* an, in deren Gesetzen ihre vollständige Erklärung gesucht werden muss. Die Elektrostatik, welche früher den grössten und wichtigsten Theil der Elektricitätslehre bildete und am festesten begründet erschien, müsste demgemäss, wie es scheint, eine gänzliche Umgestaltung erleiden. An eine solche Umgestaltung muss aber die Anforderung gemacht werden, dass sie den ganzen bisher *elektrostatisch* erklärten Kreis von Erscheinungen ebenso vollständig und genau *elektrodynamisch* zu erklären vermöge,

Digitized by Google

was bisher nicht geschehen und wozu auch noch nicht einmal ein Versuch gemacht worden ist.

Bei aller Geneigtheit, die man einerseits findet, die von Coulomb und Poisson der mit der Elektrostatik gleichzeitig entwickelten Lehre vom Magnetismus zu Grunde gelegte Vorstellung von *magnetischen Fluidis* aufzugeben; so scheint doch andererseits eine gewisse Scheu vor den damit verbundenen Consequenzen vorhanden zu sein, nämlich vor der alsdann unentbehrlichen Vorstellung von der Existenz beharrlicher Molecularströme in allen magnetischen und diamagnetischen Körpern, wonach die Elektricität niemals und nirgends zur Ruhe und zum Gleichgewicht gelangt. Dazu kommt, dass jetzt noch jeder Versuch zur *elektrodynamischen* Erklärung aller früher *elektrostatisch* betrachteten Erscheinungen überhaupt grosse Schwierigkeiten findet, namentlich wegen mangelnder Hülfe von Seiten der Mathematik, die bei so complicirten Vorgängen noch lange Zeit als machtlos sich erweisen dürfte.

Aus gleichem Grunde ist aber auch bei Begründung der *Elektrostatik* ebensowenig ein Versuch gemacht worden, von der Constitution des sogenannten *neutralen Fluidums* und vom *Scheidungsprocesse* dieses Fluidums in den Conductoren genauere Rechenschaft zu geben, sondern man hat sich auf eine allgemeine Annahme von der gegenseitigen Beweglichkeit der beiden Bestandtheile des neutralen Fluidums, auch bei ihrer Vermischung, beschränkt, wodurch man die Entwickelung der elektrischen Vertheilungsgesetze von der näheren Kenntniss der Constitution des im Innern der Conductoren überall verbreiteten neutralen Fluidums unabhängig zu machen gesucht hat.

Im Grunde wird aber durch diese in der Elektrostatik gemachte Annahme von der gegenseitigen Beweglichkeit der beiden Bestandtheile des neutralen Fluidums, über die innere Constitution dieses Fluidums selbst gar nichts bestimmt und festgestellt, besonders nichts darüber, ob die beiden Bestandtheile vor ihrer Scheidung sich in Ruhe und Gleichgewicht, oder ob sie sich in Bewegung gegen einander, z. B. in drehender Bewegung um einander, befinden, so dass die Vorstellung von beharrlichen Molecularströmen durch die in der Elektrostatik gemachte Annahme von der gegenseitigen Beweglichkeit der beiden Bestandtheile des neutralen Fluidums im Grunde noch gar nicht ganz ausgeschlossen erscheint; vielmehr könnte die Vorstellung von beharrlichen Molecularströmen als ein Erklärungsversuch von der angenommenen gegenseitigen Beweglichkeit beider Bestandtheile angesehen werden. Es steht

Digitized by Google

hiernach die Elektrostatik, wie sie von Poisson entwickelt worden, ungeachtet sie als die Lehre von der Vertheilung der in Conductoren zur *Ruhe und zum Gleichgewicht* gelangten Elektricität definirt zu werden pflegt, doch mit der Existenz beharrlicher Molecularströme der Elektricität im Innern der Conductoren in keinem directen Widerspruche. Wir haben eine *Statik fester Körper*, eine *Hydrostatik* und *Aerostatik*, welche auch fest begründet erschienen und von denen ganz dasselbe gilt. Auch sie werden als die Lehre von der Ruhe und dem Gleichgewichte dieser Körper definirt, womit es jedoch nicht in Widerspruch steht, dass diese Körper in ihrem Innern von Theilchen erfüllt sind, die sich nicht in Ruhe, sondern fortwährend in Bewegung befinden und zwar in grosser Bewegung. Denn gerade so wie die *magnetischen* und *diamagnetischen* Erscheinungen der Körper auf fortwährende innere Bewegungen (elektrische Molecularströme) in denselben geführt haben, ebenso haben bei jenen festen, flüssigen und luftförmigen Körpern, für welche die Statik, Hydrostatik und Aerostatik gelten, die *Wärmeerscheinungen* auf solche fortwährende innere Bewegungen geführt. Denn jedem ponderabelen Körper kommt in jedem Augenblicke eine bestimmte Temperatur zu, welche die Wirkung der Wärme ist, die der Körper enthält, und diese Wärme ist nichts anderes als die lebendige Kraft, welche den im Innern des Körpers enthaltenen bewegten Theilen zukommt. Aus der messbaren Grösse dieser lebendigen Kraft (dem mechanischen Wärmeaequivalent) hat sich aber ergeben, dass diese Bewegungen im Innern aller dieser Körper sehr gross sind.

Bewegen sich im *Innern der Conductoren* positiv elektrische Theilchen um die an ponderabelen Massen haftenden negativ elektrischen Theilchen, bleiben aber bei dieser Bewegung nicht immer in derselben Kreisbahn, sondern nähern sich bei wachsendem Halbmesser den benachbarten Moleculen, zu denen sie endlich übergehen, und finden solche Übergänge von einem Molecule im Innern des Conductors indifferent in allen Richtungen zu allen benachbarten Conductormoleculen statt, von denen gleichzeitig ein gleiches Aussenden von Theilchen nach allen Richtungen zu allen Nachbarmoleculen stattfindet; so ergiebt sich dagegen für diejenigen Molecule des Conductors, welche seiner Oberfläche zunächst liegen, dass sie auf ihrer äusseren Seite Isolatormolecule statt Conductormolecule zu Nachbarn haben, von denen aus keine solche Aussendung stattfindet, und die auch die von andern Moleculen ausgesendeten Theilchen nicht aufnehmen. Es ergiebt sich hieraus, wenn einzelne Theilchen

Digitized by Google

bei wachsendem Halbmesser ihrer Kreisbahn sich von ihrem Mittelpunkte so weit entfernt haben, dass sie zu dem Nachbarmolecule übergehen würden, wenn auf der Seite, wo sie sich eben befinden, noch andere Conductormolecule befindlich wären, dass dies nicht geschehen wird, wenn auf der Seite, wo sie sich befinden, gar keine Conductormolecule, sondern nur Isolatormolecule vorhanden sind. Jene Theilchen werden alsdann in ihrer Kreisbahn mit wachsendem Halbmesser noch etwas weiter fortgehen, bis sie zu einer Seite gelangen, wo wieder andere Conductormolecule sich in der Nachbarschaft befinden. Dies wird der Fall sein, wenn die Resultante aller elektrischen Kräfte an dieser Grenze von Conductor und Isolator Null ist.

Wenn dagegen diese Resultante von Null verschieden und *nach aussen* gerichtet ist, so kann sie denselben Einfluss ausüben wie ein benachbartes Conductormolecul, sie kann nämlich bewirken, dass das Theilchen auch auf Seite des angrenzenden Isolators seine um das Conductormolecul bisher verfolgte Bahn verlässt und an den benachbarten Isolatortheilchen festgehalten wird. Hiernach können solche ausgeschiedene Theilchen der positiven Elektricität überall an den Grenzflächen zwischen Conductor und Isolator sich sammeln, an jeder Stelle der Grösse der daselbst nach aussen gerichteten Resultante gemäss.

Wenn die Resultante von Null verschieden und *nach innen* gerichtet ist; so wird die Wirkung derselben auf Vermehrung der von den nächsten Conductormoleculen *nach innen* gesendeten Theilchen nur dadurch compensirt werden können, dass die Menge der in diesen Conductormoleculen befindlichen positiv elektrischen Theilchen etwas verkleinert wird, während die Menge der an der ponderabelen Masse haftenden negativ elektrischen Theilchen, um die sich jene drehen, unverändert bleibt.

Für den Überschuss von positiver Elektricität an einigen Stellen der Grenzfläche von Conductor und Isolator, und für den Mangel an positiver Elektricität in den an andern Stellen dicht an den Isolator angrenzenden Conductormoleculen (welcher Mangel an positiver Elektricität einem Überschuss an negativer Elektricität aequivalent ist) gelten offenbar die von Poisson entwickelten Vertheilungsgesetze, wonach Überschuss an positiver oder negativer Elektricität ebenfalls nur an der Grenzfläche von Conductor und Isolator stattfindet. Denn es ist für diese Vertheilungsgesetze der Elektricität an der Oberfläche gleichgültig, ob im Innern des Conductors sogenanntes scheidbares

Digitized by Google

neutrales Fluidum, wie Poisson annimmt, oder ob Conductormolecule mit darum sich bewegender Elektricität vorhanden sind, zwischen denen ein fortwährender Austausch einzelner Theilchen stattfindet. Solche Conductormolecule sollen auf die Vertheilung der Elektricität an der Oberfläche ebensowenig Einfluss haben, wie das von Poisson angenommene neutrale Fluidum, und umgekehrt hat die an der Oberfläche nach dem Poisson'schen Gesetze vertheilte Elektricität auf die Conductormolecule keinen Einfluss; denn die Vertheilung der Elektricität an der Oberfläche wird nach Poisson eben dadurch bestimmt, dass die Resultante aller von der an der Oberfläche vertheilten Elektricität auf irgend einen Punkt im Innern ausgeübten Kräfte gleich Null sein soll, eine Forderung, die ganz unabhängig davon ist, ob an der betrachteten Stelle im Innern des Conductors neutrales Fluidum ist, oder ob Conductormolecule mit elektrischen Molecularströmen sich daselbst befinden. — Die wahre Constitution der Körper und die davon abhängigen wahren, wenn auch complicirteren Vorgänge, die von einfacheren Vorgängen doch nur theilweise vertreten gedacht werden können, werden, aller Hindernisse ungeachtet, doch immer Gegenstand und letztes Ziel der Forschung bleiben.

Digitized by Google

VIII.

VERALLGEMEINERUNG DES GRUNDGESETZES DER ELEKTRODYNAMIK

ZUM

FUNDAMENTALGESETZ DER ATOMISTIK.

[1876.]

[Die folgenden drei Abschnitte sind im Wesentlichen als Ergänzungen zu den vorangegangenen Entwickelungen zu betrachten; dieselben sind im Verlaufe mündlicher Unterhaltungen und Belehrungen über die letzten Aufgaben und Ziele der Physik entstanden, welche mir Wilhelm Weber während seines letzten Aufenthaltes in Leipzig (im Winter von 1875—1876) zu Theil werden liess. Es befinden sich dieselben in Form *schriftlicher* Aufzeichnungen von der Hand W. Weber's in dem mir von ihm übergebenen Exemplare seiner letzten Abhandlung. (Poggendorff's Annalen, Bd. 156, p. 1—61.) Z.]

1.

DAS ENERGIEGESETZ ALS GRUNDGESETZ DER DYNAMISCHEN WECHSELWIRKUNG.

(Vgl. Seite 232 und Seite 238.)

Ist das Grundgesetz der *statischen Wechselwirkung* durch das *statische Potential* $V = \frac{ee'}{r}$ gegeben; so ergiebt sich das Grundgesetz der *dynamischen Wechselwirkung* [durch das dynamische Potential $(W—V)$ dargestellt] *aus dem Energiegesetze.*

Denn nach dem Energiegesetze wird die *Arbeitsenergie* U auf doppelte Weise dargestellt, entweder als Ergänzung der *Bewegungsenergie* x zur constanten Energiesumme $a = \frac{ee'}{\varrho}$, nämlich:

$$U = a - x,$$

Digitized by Google

oder als Arbeitsleistung zwischen *fixen Entfernungsgrenzen* ϱ und ∞, d. i. als Werth der Potentialsumme W für $r = \varrho$, nämlich, [wenn $W = V(1 + X)$ und X von r unabhängig gesetzt wird]

$$U = \frac{r}{\varrho} W.$$

Hieraus folgt, wenn

die Energiesumme $a = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'} \cdot cc$,

die relative lebendige Kraft $x = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'} \cdot \frac{dr^2}{dt^2}$

gesetzt wird,

$$W = \frac{\varrho}{r} U = \frac{\varepsilon\varepsilon'}{r} \left(1 - \frac{1}{cc} \frac{dr^2}{dt^2}\right),$$

also das *dynamische Potential*, als Ausdruck der *dynamischen Wechselwirkung*,

$$(W - V) = - \frac{\varepsilon\varepsilon'}{rcc} \cdot \frac{dr^2}{dt^2}.$$

2.

BESTIMMUNG DER DYNAMISCHEN WECHSELWIRKUNG AUS DEM ENERGIEGESETZE.

[Eine andere und ausführlichere Ableitung des vorstehend (1) entwickelten Zusammenhanges.]

Ist das Gesetz der *statischen Wechselwirkung* durch das *statische Potential* $V = \frac{\varepsilon\varepsilon'}{r}$ gegeben; so ergiebt sich das Gesetz der *dynamischen Wechselwirkung* (durch das *dynamische Potential* $(W - V)$ dargestellt) *aus dem Energiegesetze* auf folgende Weise.

Nach dem Energiegesetze kann die *Arbeitsenergie* U auf doppelte Weise ausgedrückt werden, nämlich

erstens, als Ergänzung der *Bewegungsenergie* x zur constanten *Energiesumme* a, wonach also:

$$U = a - x; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

zweitens, als Arbeitsleistung der die *Bewegungsenergie* x besitzenden Theilchen zwischen bestimmten festen Entfernungsgrenzen ϱ und ∞. Da die Arbeitsleistung der *dieselbe Bewegungsenergie* x besitzenden

Digitized by Google

Theilchen zwischen r und ∞ durch die *Potentialsumme* W dargestellt wird; so ergiebt sich hieraus:

$$U = W \text{ für } r = \varrho \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Für *verschwindende Bewegungsenergie*, d. i. für $x = o$, wofür $U = a$ und $W = V = \frac{ee'}{r}$ wird, ergiebt sich aus (2) hiernach die *Energiesumme:*

$$a = \frac{ee'}{r} \text{ für } r = \varrho, \text{ d. i.}$$

$$a = \frac{ee'}{\varrho}.$$

Für *verschwindende Arbeitsenergie*, d. i. für $U = o$, ergiebt sich aus (1):

$$x = a.$$

Es ist nun aber allgemein

$$x = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'} \cdot \frac{dr^2}{dt^2},$$

woraus, wenn für $x = a$ der Werth von $\frac{dr^2}{dt^2}$ mit c^2 bezeichnet wird, die *constante Energiesumme* sich ergiebt:

$$a = \frac{ee'}{\varrho} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon\varepsilon'}{\varepsilon+\varepsilon'} \cdot c^2.$$

Substituirt man diese Werthe in Gleichung (1), so erhält man die *Arbeitsenergie* U der die Bewegungsenergie x besitzenden Theilchen:

$$U = \frac{ee'}{\varrho}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right) = W \text{ für } r = \varrho.$$

Die *Potentialsumme* W der dieselbe Bewegungsenergie besitzenden Theilchen ergiebt sich hieraus, wenn man wieder im Werthe von U den Werth r für ϱ einsetzt, nämlich:

$$W = \frac{ee'}{r}\left(1 - \frac{1}{cc}\frac{dr^2}{dt^2}\right).$$

Bringt man endlich von dieser Potentialsumme das *statische Potential* $V = \frac{ee'}{r}$ in Abrechnung, so findet man das *dynamische Potential* $(W - V)$, nämlich

$$W - V = -\frac{ee'}{rc^2} \cdot \frac{dr^2}{dt^2}.$$

Durch *dieses Potential* ist das *Grundgesetz der dynamischen Wechselwirkung* ebenso bestimmt, wie das *Grundgesetz der statischen Wechselwirkung* durch das *statische Potential* $V = \frac{ee'}{r}$.

Digitized by Google

3.

BEWEIS, DASS KÖRPERWÄRME DIE LEBENDIGE KRAFT DER IN ALLEN MAGNETISCHEN UND DIAMAGNETISCHEN KÖRPERN VORHANDENEN MOLECULARSTRÖME SEI.

[Vgl. Seite 259 ff.]

1) Das *magnetische Maass der Stromintensität* ist die Intensität desjenigen Stromes, welcher, wenn er die Flächeneinheit umläuft, dieselben Fernwirkungen ausübt, wie die Einheit des Nadelmagnetismus. — Ein beliebiger Strom nach diesem Maasse ausgedrückt werde mit i oder Eu bezeichnet.

2) Das *magnetische Maass positiver Elektricität* ist diejenige Menge positiver Elektricität, welche bei magnetischer Stromeinheit, d. i., wenn $Eu = 1$ ist, in der Zeiteinheit durch den Leiterquerschnitt geht, während eine gleiche Menge negativer Elektricität rückwärts durchgeht. — Diese magnetische Maasseinheit positiver (oder negativer) Elektricität ist $c\sqrt{\frac{1}{8}}$ Mal grösser als die elektrostatische Maasseinheit. — Die Menge positiver oder negativer Elektricität, welche in jeder Längeneinheit eines gleichförmigen Leiters enthalten ist, nach diesem Maasse ausgedrückt, werde mit $\pm E$ bezeichnet. Da Eu die Stromintensität bezeichnete, so ergiebt sich daraus, dass $\pm u$ die Geschwindigkeit bedeutet, mit welcher die Elektricität im Leiter sich bewegt.

3) Die *elektromotorische Kraft nach magnetischem Maasse* $= e$ ist der *Quotient der Differenz* $2f$ der auf die positive und negative Elektricität im Leiter nach der Leiterrichtung ausgeübten und *nach mechanischem Maasse* ausgedrückten Kräfte *dividirt durch* die in jeder Längeneinheit des Leiters von jeder der beiden Elektricitäten enthaltene nach magnetischem Maasse ausgedrückte Menge E, d. i.

$$e = \frac{2f}{E}.$$

4) Man bezeichne nun die Geschwindigkeit, mit welcher die positive Elektricität im Leiter (auf welche die Kraft $+f$ wirkt) strömt, mit $+u$; so ist $(+f) \cdot (+udt) = +fudt$ das Product der Kraft $+f$ in den von ihrem Angriffspunkte im Zeitelemente dt in der Richtung der Kraft zurückgelegten Weg $+udt$, d. i. die von der Kraft $+f$ im Zeitelemente dt geleistete *Arbeit nach mechanischem Maasse*. —

Digitized by Google

Man bezeichne ferner die Geschwindigkeit, mit welcher die negative Elektricität im Leiter (auf welche die Kraft $-f$ wirkt) strömt, mit $-u$; so ergiebt sich die von dieser Kraft $-f$ im Zeitelemente dt geleistete Arbeit ebenfalls $= +fudt$. —

Die Summe $= 2fudt$ ist die von allen Stromkräften im Zeitelemente dt geleistete Arbeit nach mechanischem Maasse, d. i. *die ganze Stromarbeit.*

5) Die auf den Leiter wirkende elektromotorische Kraft war nun aber nach magnetischem Maasse

$$e = \frac{2f}{E},$$

die Intensität des von dieser Kraft im Leiter erzeugten Stromes nach magnetischem Maasse war

$$i = Eu.$$

Hiernach ergiebt sich die ganze oben gefundene, nach mechanischem Maasse ausgedrückte Stromarbeit für das Zeitelement dt

$$2fudt = eidt,$$

oder, da nach dem Ohm'schen Gesetze der Leiterwiderstand $w = \frac{e}{i}$ ist,

$$2fudt = wiidt,$$

ein Ausdruck, dessen Factoren sämmtlich nach den Grundmaasen der Mechanik durch Messung bestimmbar sind.

6) Nun ist aber $wiidt$ bekanntlich der Ausdruck der durch den Strom im Leiter während des Zeitelements dt erzeugten Wärme, wo nur der absolute Werth dieses Ausdruckes noch einer genaueren Prüfung durch absolute Messungen, insbesondere durch absolute Messungen des mechanischen Wärmeaequivalents und absolute Widerstandsmessungen, bedarf.

Nach der mechanischen Wärmetheorie ist aber dieser Ausdruck der erzeugten Wärme nichts anderes als der Ausdruck der erzeugten lebendigen Kraft. Da aber, trotz dieser von der elektromotorischen Kraft im Strome erzeugten lebendigen Kraft, die lebendige Kraft der strömenden Elektricität unverändert geblieben ist, so muss die neu erzeugte lebendige Kraft von den strömenden elektrischen Theilchen auf andere, an der Strömung nicht theilnehmende, Theilchen übertragen worden sein, und da die dadurch erzeugte Bewegung der andern Theilchen keine Strombewegung sein soll, so muss sie eine Oscillations- oder Rotationsbewegung sein.

Digitized by Google

Solche Rotationsbewegungen elektrischer Theilchen, welche an der Strombewegung im Leiter keinen Theil nehmen, sind nun aber in allen magnetischen und diamagnetischen Körpern vorhanden und werden *Molecularströme* genannt.

Es ergiebt sich hiernach, dass die Strombahn in Elemente zerfällt, von denen jedes Element zwei Molecularströme verbindet, und dass die durch Stromarbeit während des Durchganges durch ein Bahnelement erzeugte lebendige Kraft am Ende des Bahnelements an den daselbst befindlichen Molecularstrom abgegeben werde. Die lebendige Kraft aller dieser im Innern eines Körpers enthaltenen Molecularströme (im Vergleich mit welcher die sonst im Körper vorhandene lebendige Kraft als verschwindend betrachtet werden kann) bildet die sogenannte Körperwärme.

Digitized by Google

ERGÄNZUNGEN.

„Observer d'abord les faits, en varier les circonstances autant qu'il est possible, accompagner ce premier travail de mesures précises pour en conclure des lois générales uniquement fondées sur l'expérience, et déduire des lois ainsi obtenues, indépendamment de toute hypothèse sur la nature des forces qui produisent les phénomènes, la valeur mathématique de ces forces, c'est-à-dire la formule qui les représente, telle est la marche qu'a suivi Newton."

Ampère.

Digitized by Google

INTRODUCTION DE LA THÉORIE

DES

PHÉNOMÈNES ÉLECTRO-DYNAMIQUES,

UNIQUEMENT DÉDUITE DE L'EXPÉRIENCE,

PAR

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE.

[D'Ouvrage dans lequel se trouvent réunis les Mémoires que M. Ampère a communiqués à l'Académie royale des Sciences, dans les séances des 4 et 26 décembre 1820, 10 juin 1822, 22 décembre 1823, 12 septembre et 28 novembre 1825.]

L'époque que les travaux de Newton ont marquée dans l'histoire des sciences n'est pas seulement celle de la plus importante des découvertes que l'homme ait faites sur les causes des grands phénomènes de la nature; c'est aussi l'époque où l'esprit humain s'est ouvert une nouvelle route dans les sciences qui ont pour objet l'étude de ces phénomènes.

Jusqu'alors on en avait presque exclusivement cherché les causes dans l'impulsion d'un fluide inconnu qui entraînait les particules matérielles suivant la direction de ses propres particules; et partout où l'on voyait un mouvement révolutif, on imaginait un tourbillon dans le même sens.

Newton nous a appris que cette sorte de mouvement doit, comme tous ceux que nous offre la nature, être ramenée, par le calcul, à des forces agissant toujours entre deux particules matérielles suivant la droite qui les joint, de manière que l'action exercée par l'une d'elles sur l'autre soit égale et opposée à celle que cette dernière exerce en même temps sur la première, et qu'il ne puisse, par conséquent, lorsqu'on suppose ces deux particules liées invariablement entre elles, résulter aucun mouvement de leur action mutuelle. C'est cette loi, confirmée aujourd'hui par toutes les observations, par tous les calculs, qu'il exprima dans le dernier des trois axiomes qu'il plaça au commencement

Digitized by Google

des *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Mais il ne suffisait pas de s'être élevé à cette haute conception, il fallait trouver suivant quelle loi ces forces varient avec la situation respective des particules entre lesquelles elles s'exercent, ou, ce qui revient au même, en exprimer la valeur par une formule.

Newton fut loin de penser qu'une telle loi pût être inventée en partant de considérations abstraites plus ou moins plausibles. Il établit qu'elle devait être déduite des faits observés, ou plutôt de ces lois empiriques qui, comme celles de Képler, ne sont que les résultats généralisés d'un grand nombre d'observations particulières.

Observer d'abord les faits, en varier les circonstances autant qu'il est possible, accompagner ce premier travail de mesures précises pour en conclure des lois générales uniquement fondées sur l'expérience, et déduire des lois ainsi obtenues, indépendamment de toute hypothèse sur la nature des forces qui produisent les phénomènes, la valeur mathématique de ces forces, c'est-à-dire la formule qui les représente, telle est la marche qu'a suivi Newton. Elle a été, en général, adoptée en France par les savants auxquels la physique doit les immenses progrès qu'elle a faits dans ces derniers temps, et c'est elle qui m'a servi de guide dans toutes mes recherches sur les phénomènes électro-dynamiques. J'ai consulté uniquement l'expérience pour établir les lois de ces phénomènes, et j'en ai déduit la formule qui peut seule représenter les forces auxquelles ils sont dus; je n'ai fait aucune recherche sur la cause même qu'on peut assigner à ces forces, bien convaincu que toute recherche de ce genre doit être précédée de la connaissance purement expérimentale des lois, et de la détermination, uniquement déduite de ces lois, de la valeur des forces élémentaires dont la direction est nécessairement celle de la droite menée par les points matériels entre lesquels elles s'exercent. C'est pour cela que j'ai évité de parler des idées que je pouvais avoir sur la nature de la cause de celles qui émanent des conducteurs voltaïques, si ce n'est dans les notes qui accompagnent l'*Exposé sommaire des nouvelles expériences électro-magnétiques faites par plusieurs physiciens depuis le mois de mars* 1821, que j'ai lu dans la séance publique de l'Académie des Sciences, le 8 avril 1822; on peut voir ce que j'en ai dit dans ces notes à la page 215 de mon recueil d'Observations électro-dynamiques. Il ne paraît pas que cette marche, la seule qui puisse conduire à des résultats indépendants de toute hypothèse, soit préférée par les physiciens du reste de l'Europe, comme elle l'est par les Français; et le savant illustre qui a vu le premier les pôles d'un aimant transportés par l'action d'un fil conducteur dans des directions perpendiculaires à celles de ce fil, en a conclu que la matière électrique tournait autour de lui, et poussait ces pôles dans le sens de son mouvement, précisément comme Descartes faisait tourner la matière de ses tourbillons dans le sens des révolutions planétaires. Guidé par les principes de la philosophie newtonienne, j'ai ramené le phénomène observé par M. Oerstedt, comme on l'a fait à l'égard de tous ceux du même genre que

Digitized by Google

nous offre la nature, à des forces agissant toujours suivant la droite qui joint les deux particules entre lesquelles elles s'exercent; et si j'ai établi que la même disposition ou le même mouvement de l'électricité qui existe dans le fil conducteur a lieu aussi autour des particules des aimants, ce n'est certainement pas pour les faire agir par impulsion à la manière d'un tourbillon, mais pour calculer, d'après ma formule, les forces qui en résultent entre ces particules et celles d'un conducteur ou d'un autre aimant, suivant les droites qui joignent deux à deux les particules dont on considère l'action mutuelle, et pour montrer que les résultats du calcul sont complètement vérifiés, 1° par les expériences que j'ai faites, et par celles qu'on doit à M. Pouillet sur la détermination précise des situations où il faut que se trouve un conducteur mobile, pour qu'il reste en équilibre lorsqu'il est soumis à l'action, soit d'un autre conducteur, soit d'un aimant; 2° par l'accord de ces résultats avec les lois que Coulomb et M. Biot ont déduites de leurs expériences, le premier relativement à l'action mutuelle de deux aimants, le second à celle d'un aimant et d'un fil conducteur.

Le principal avantage des formules qui sont ainsi conclues immédiatement de quelques faits généraux donnés par un nombre suffisant d'observations pour que la certitude n'en puisse être contestée, est de rester indépendantes, tant des hypothèses dont leurs auteurs ont pu s'aider dans la recherche de ces formules, que de celles qui peuvent leur être substituées dans la suite. L'expression de l'attraction universelle déduite des lois de Képler ne dépend point des hypothèses que quelques auteurs ont essayé de faire sur une cause mécanique qu'ils voulaient lui assigner. La théorie de la chaleur repose réellement sur des faits généraux donnés immédiatement par l'observation; et l'équation déduite de ces faits se trouvant confirmée par l'accord des résultats qu'on en tire et de ceux que donne l'expérience, doit être également reçue comme exprimant les vraies lois de la propagation de la chaleur, et par ceux qui l'attribuent à un rayonnement de molécules calorifiques, et par ceux qui recourent pour expliquer le même phénomène aux vibrations d'un fluide répandu dans l'espace; seulement il faut que les premiers montrent comment l'équation dont il s'agit résulte de leur manière de voir, et que les seconds la déduisent des formules générales des mouvements vibratoires; non pour rien ajouter à la certitude de cette équation, mais pour que leurs hypothèses respectives puissent subsister. Le physicien qui n'a point pris de parti à cet égard admet cette équation comme la représentation exacte des faits, sans s'inquiéter de la manière dont elle peut résulter de l'une ou de l'autre des explications dont nous parlons; et si de nouveaux phénomènes et de nouveaux calculs viennent à démontrer que les effets de la chaleur ne peuvent être réellement expliqués que dans le système des vibrations, le grand physicien qui a le premier donné cette équation, et qui a créé pour l'appliquer à l'objet de ses recherches de nouveaux moyens d'intégration, n'en serait pas moins l'auteur de la théorie mathématique de la

Digitized by Google

chaleur, comme Newton est celui de la théorie des mouvements planétaires, quoique cette dernière ne fût pas aussi complètement démontrée par ses travaux qu'elle l'a été depuis par ceux de ses successeurs.

Il en est de même de la formule par laquelle j'ai représenté l'action électro-dynamique. Quelle que soit la cause physique à laquelle on veuille rapporter les phénomènes produits par cette action, la formule que j'ai obtenue restera toujours l'expression des faits. Si l'on parvient à la déduire d'une des considérations par lesquelles on a expliqué tant d'autres phénomènes, telles que les attractions en raison inverse du carré de la distance, celles qui deviennent insensibles à toute distance appréciable des particules entre lesquelles elles s'exercent, les vibrations d'un fluide répandu dans l'espace, etc., on fera un pas de plus dans cette partie de la physique; mais cette recherche, dont je ne me suis point encore occupé, quoique j'en reconnaisse toute l'importance, ne changera rien aux résultats de mon travail, puisque pour s'accorder avec les faits, il faudra toujours que l'hypothèse adoptée s'accorde avec la formule qui les représente si complètement.

Dès que j'eus reconnu que deux conducteurs voltaïques agissent l'un sur l'autre, tantôt en s'attirant, tantôt en se repoussant, que j'eus distingué et décrit les actions qu'ils exercent dans les différentes situations où ils peuvent se trouver l'un à l'égard de l'autre, et que j'eus constaté l'égalité de l'action qui est exercée par un conducteur rectiligne, et de celle qui l'est par un conducteur sinueux, lorsque celui-ci ne s'éloigne qu'à des distances extrêmement petites de la direction du premier, et se termine, de part et d'autre, aux mêmes points; je cherchai à exprimer par une formule la valeur de la force attractive ou répulsive de deux de leurs éléments, ou parties infiniment petites, afin de pouvoir en déduire, par les méthodes connues d'intégration, l'action qui a lieu entre deux portions de conducteurs données de forme et de situation.

L'impossibilité de soumettre directement à l'expérience des portions infiniment petites du circuit voltaïque, oblige nécessairement à partir d'observations faites sur des fils conducteurs de grandeur finie, et il faut satisfaire à ces deux conditions, que les observations soient susceptibles d'une grande précision, et qu'elles soient propres à déterminer la valeur de l'action mutuelle de deux portions infiniment petites de ces fils. C'est ce qu'on peut obtenir de deux manières: l'une consiste à mesurer d'abord avec la plus grande exactitude des valeurs de l'action mutuelle de deux portions d'une grandeur finie, en les plaçant successivement, l'une par rapport à l'autre, à différentes distances et dans différentes positions, car il est évident qu'ici l'action ne dépend pas seulement de la distance; il faut ensuite faire une hypothèse sur la valeur de l'action mutuelle de deux portions infiniment petites, en conclure celle de l'action qui doit en résulter pour les conducteurs de grandeur finie sur lesquels on a opéré, et modifier l'hypothèse jusqu'à ce que les résultats du calcul s'accordent avec ceux de l'observation. C'est ce procédé que je m'étais

Digitized by Google

d'abord proposé de suivre, comme je l'ai expliqué en détail dans un Mémoire lu à l'Académie des Sciences, le 9 octobre 1820*); et quoiqu'il ne nous conduise à la vérité que par la voie indirecte des hypothèses, il n'en est pas moins précieux, puisqu'il est souvent le seul qui puisse être employé dans les recherches de ce genre. Un des membres de cette Académie, dont les travaux ont embrassé toutes les parties de la physique, l'a parfaitement décrit dans la *Notice sur l'aimantation imprimée aux métaux par l'électricité en mouvement*, qu'il nous a lue le 2 avril 1821, en l'appelant un travail en quelque sorte de divination, qui est la fin de presque toutes les recherches physiques**).

Mais il existe une autre manière d'atteindre plus directement le même but; c'est celle que j'ai suivie depuis, et qui m'a conduit au résultat que je désirais: elle consiste à constater, par l'expérience, qu'un conducteur mobile reste exactement en équilibre entre des forces égales, ou des moments de rotation égaux, ces forces et ces moments étant produits par des portions de conducteurs fixes dont les formes ou les grandeurs peuvent varier d'une manière quelconque, sous des conditions que l'expérience détermine, sans que l'équilibre soit troublé, et d'en conclure directement par le calcul quelle doit être la valeur de l'action mutuelle de deux portions infiniment petites, pour que l'équilibre soit en effet indépendant de tous les changements de forme ou de grandeur compatibles avec ces conditions.

Ce dernier procédé ne peut être employé que quand la nature de l'action qu'on étudie donne lieu à des cas d'équilibre indépendants de la forme des corps; il est, par conséquent, beaucoup plus restreint dans ses applications que celui dont j'ai parlé tout-à-l'heure: mais puisque les conducteurs voltaïques présentent des circonstances où cette sorte d'équilibre a lieu, il est naturel de le préférer à tout autre, comme plus direct, plus simple, et susceptible d'une plus grande exactitude quand les expériences sont faites avec les précautions convenables. Il y a d'ailleurs, à l'égard de l'action exercée par ces conducteurs, un motif bien plus décisif encore de le suivre dans les recherches relatives à la détermination des forces qui la produisent: c'est l'extrême difficulté des expériences où l'on se proposerait, par exemple, de mesurer ces forces par le nombre des oscillations d'un corps soumis à leurs actions. Cette difficulté vient de ce que quand on fait agir un conducteur fixe sur une portion mobile du circuit voltaïque, les parties de l'appareil nécessaire pour la mettre en communication avec la pile, agissent sur cette portion mobile en même temps que le conducteur fixe, et altèrent ainsi les résultats des expériences. Je crois cependant être parvenu à la surmonter dans un appareil propre à mesurer l'action mutuelle de deux conducteurs, l'un fixe et l'autre mobile, par le nombre des

*) Ce Mémoire n'a pas été publié à part, mais les principaux résultats en ont été insérés dans celui que j'ai publié en 1820, dans le tome XV des Annales de chimie et de physique.

**) Voyez le Journal des savants, avril 1821, pag. 233.

Digitized by Google

oscillations de ce dernier, et en faisant varier la forme du conducteur fixe. Je décrirai cet appareil dans la suite de ce Mémoire.

Il est vrai qu'on ne rencontre pas les mêmes obstacles quand on mesure de la même manière l'action d'un fil conducteur sur un aimant; mais ce moyen ne peut être employé quand il s'agit de la détermination des forces que deux conducteurs voltaïques exercent l'un sur l'autre, détermination qui doit être le premier objet de nos recherches dans l'étude des nouveaux phénomènes. Il est évident, en effet, que si l'action d'un fil conducteur sur un aimant était due à une autre cause que celle qui a lieu entre deux conducteurs, les expériences faites sur la première ne pourraient rien apprendre relativement à la seconde; et que si les aimants ne doivent leurs propriétés qu'à des courants électriques, entourant chacune de leurs particules, il faudrait, pour pouvoir en tirer des conséquences certaines relativement à l'action qu'exerce sur ces courants celui du fil conducteur, que l'on sût d'avance s'ils ont la même intensité près de la surface de l'aimant et dans son intérieur, ou suivant quelle loi varie cette intensité; si les plans de ces courants sont partout perpendiculaires à l'axe du barreau aimanté, comme je l'avais d'abord supposé, ou si l'action mutuelle des courants d'un même aimant leur donne une situation d'autant plus inclinée à cet axe qu'ils en sont à une plus grande distance et qu'ils s'écartent davantage de son milieu, comme je l'ai conclu depuis de la différence qu'on remarque entre la situation des pôles d'un aimant, et celle des points qui jouissent des mêmes propriétés dans un fil conducteur roulé en hélice*).

---

*) Je crois devoir insérer ici la note suivante, qui est extraite de l'analyse des travaux de l'Académie pendant l'année 1821, publiée le 8 avril 1822.

»La principale différence entre la manière d'agir d'un aimant et d'un conducteur voltaïque dont une partie est roulée en hélice autour de l'autre, consiste en ce que les pôles du premier sont situés plus près du milieu de l'aimant que ses extrémités, tandis que les points qui présentent les mêmes propriétés dans l'hélice sont exactement placés aux extrémités de cette hélice: c'est ce qui doit arriver quand l'intensité des courants de l'aimant va en diminuant de son milieu vers ses extrémités. Mais M. Ampère a reconnu depuis une autre cause qui peut aussi déterminer cet effet. Après avoir conclu de ses nouvelles expériences, que les courants électriques d'un aimant existent autour de chacune de ses particules, il lui a été aisé de voir qu'il n'est pas nécessaire de supposer, comme il l'avait fait d'abord, que les plans de ces courants sont partout perpendiculaires à l'axe de l'aimant; leur action mutuelle doit tendre à donner à ces plans une situation inclinée à l'axe, surtout vers ses extrémités, en sorte que les pôles, au lieu d'y être exactement situés, comme ils devraient l'être, d'après les calculs déduits des formules données par M. Ampère, lorsqu'on suppose tous les courants de même intensité et dans des plans perpendiculaires à l'axe, doivent se rapprocher du milieu de l'aimant d'une partie de sa longueur d'autant plus grande que les plans d'un plus grand grand nombre de courants sont ainsi inclinés, et qu'ils le sont davantage, c'est-à-dire d'autant plus que l'aimant est plus épais relativement à sa longueur, ce qui est conforme à l'expérience. Dans les fils conducteurs pliés en hélice, et dont une partie revient par l'axe pour détruire l'effet de la partie des courants de chaque spire qui agit comme s'ils étaient parallèles à cet axe, les deux circonstances qui, d'après ce que nous venons de dire, n'ont pas nécessairement lieu dans les aimants, existent au contraire nécessairement dans ces fils; aussi observe-t-on que les hélices ont des pôles semblables à ceux des aimants, mais placés exactement à leurs extrémités comme le donne le calcul.«

Digitized by Google

Les divers cas d'équilibre que j'ai constatés par des expériences précises, donnent immédiatement autant de lois qui conduisent directement à l'expression mathématique de la force que deux éléments de conducteurs voltaïques exercent l'un sur l'autre, d'abord en faisant connaître la forme de cette expression, ensuite en déterminant les nombres constants, mais d'abord inconnus, qu'elle renferme, précisément comme les lois de Képler démontrent d'abord que la force qui retient les planètes dans leurs orbites tend constamment au centre du soleil, puisqu'elle change pour une même planète en raison inverse du carré de sa distance à ce centre, enfin que le coefficient constant qui en représente l'intensité a la même valeur pour toutes les planètes. Ces cas d'équilibre sont au nombre de quatre: le premier démontre l'égalité des valeurs absolues de l'attraction et de la répulsion qu'on produit en faisant passer alternativement, en deux sens opposés, le même courant dans un conducteur fixe dont on ne change ni la situation ni la distance au corps sur lequel il agit. Cette égalité résulte de la simple observation que deux portions égales d'un même fil conducteur recouvertes de soie pour en empêcher la communication, et toutes deux rectilignes ou tordues ensemble de manière à former l'une autour de l'autre deux hélices dont toutes les parties sont égales, et qui sont parcourues par un même courant électrique, l'une dans un sens et l'autre en sens contraire, n'exercent aucune action, soit sur un conducteur mobile, soit sur un aimant; on peut aussi la constater à l'aide du conducteur mobile qu'on voit dans la figure 9 de la planche Ire du tome XVIII des Annales de chimie et de physique, relative à la description d'un de mes appareils électro-dynamiques, et qui est représenté ici (Tafel II, Fig. 3). On place pour cela un peu audessous de la partie inférieure *dee'd'* de ce conducteur, et dans une direction quelconque, un conducteur rectiligne horizontal plusieurs fois redoublé AB, de manière que le milieu de sa longueur et de son épaisseur soit dans la verticale qui passe par les pointes *x*, *y*, autour desquelles tourne librement le conducteur mobile. On voit alors que ce conducteur reste dans la situation où on le place; ce qui prouve qu'il y a équilibre entre les actions exercées par le conducteur fixe sur les deux portions égales et opposées de circuit voltaïque *b c d e*, *b' c' d' e'*, qui ne diffèrent que parce que, dans l'une, le courant

---

On voit par cette note que, dès l'année 1821, j'avais conclu des phénomènes que présentent les aimants: 1° qu'en considérant chaque particule d'un barreau aimanté comme un aimant, les axes de ces aimants élémentaires doivent être, non pas parallèles à l'axe de l'aimant total comme on le supposait alors, mais situés dans des directions inclinées à cet axe et dans des directions déterminées par leur action mutuelle; 2° que cette disposition est une des causes pour lesquelles les pôles de l'aimant total ne sont pas situés à ses extrémités, mais entre les extrémités et le milieu de l'aimant. L'une et l'autre de ces assertions se trouvent aujourd'hui complètement démontrées par les résultats que M. Poisson a déduits des formules par lesquelles il a représenté la distribution, dans les aimants, des forces qui émanent de chacune de leurs particules. Ces formules sont fondées sur la loi de Coulomb, et il n'y a, par conséquent, rien à y changer quand on adopte la manière dont j'ai expliqué les phénomènes magnétiques, puisque cette loi est une conséquence de ma formule, comme on le verra dans la suite de ce Mémoire.

électrique va en s'approchant du conducteur fixe AB, et dans l'autre, en s'en éloignant, quel que soit d'ailleurs l'angle formé par la direction de ce dernier conducteur avec le plan du conducteur mobile: or, si l'on considère d'abord les deux actions exercées entre chacune de ces portions de circuit voltaïque et la moitié du conducteur AB dont elle est la plus voisine, et ensuite les deux actions entre chacune d'elles et la moitié du même conducteur dont elle est la plus éloignée, on verra aisément, 1° que l'équilibre dont nous venons de parler ne peut avoir lieu pour toutes les valeurs de cet angle, qu'autant qu'il y a séparément équilibre entre les deux premières actions et les deux dernières; 2° que si l'une des deux premières est attractive, parce que les côtés de l'angle aigu formé par les portions de conducteurs entre lesquelles elle a lieu, sont parcourus dans le même sens par le courant électrique, l'autre sera répulsive parce qu'elle aura lieu entre les deux côtés de l'angle égal opposé au sommet, qui sont parcourus en sens contraires par le même courant, en sorte qu'il faudra d'abord, pour qu'il y ait équilibre entre elles, que ces deux premières actions qui tendent à faire tourner le conducteur mobile, l'une dans un sens, l'autre dans le sens opposé, soient égales entre elles; et ensuite que les deux dernières actions, l'une attractive et l'autre répulsive, qui s'exercent entre les côtés des deux angles obtus opposés au sommet et suppléments de ceux dont nous venons de parler, soient aussi égales entre elles. Il est inutile de remarquer que ces actions sont réellement les sommes des produits des forces qui agissent sur chaque portion infiniment petite du conducteur mobile, multipliées par leur distance à la verticale, autour de laquelle il peut librement tourner; mais comme les distances à cette verticale des portions infiniment petites correspondantes des deux branches $bcde$, $b'c'd'e'$ sont toujours égales entre elles, l'égalité des moments rend nécessaire celle des forces.

Le second des trois cas généraux d'équilibre, est celui que j'ai remarqué à la fin de l'année 1820; il consiste dans l'égalité des actions exercées sur un conducteur rectiligne mobile, par deux conducteurs fixes situés à égales distances du premier, et dont l'un est rectiligne, l'autre plié et contourné d'une manière quelconque, quelles que soient d'ailleurs les sinuosités que forme ce dernier. Voici la description de l'appareil avec lequel j'ai vérifié l'égalité des deux actions par des expériences susceptibles d'une grande précision, et dont j'ai communiqué les résultats à l'Académie, dans la séance du 26 décembre 1820.

Les deux règles verticales en bois, PQ, RS (Fig. 2), portent, dans des rainures pratiquées sur celles de leurs faces qui se trouvent en regard, la première un fil rectiligne bc, la seconde un fil kl formant, dans toute sa longueur et dans un plan perpendiculaire au plan qui joindrait les deux axes des règles, des contours et des replis tels que ceux qu'on voit dans la figure le long de la règle RS, de manière que ce fil ne s'éloigne, en aucun de ses points, que très-peu du milieu de la rainure.

Digitized by Google

Ces deux fils sont destinés à servir de conducteurs à deux portions d'un même courant, que l'on fait agir par répulsion sur la partie GH d'un conducteur mobile, composé de deux circuits rectangulaires presque fermés et égaux BCDE, FGHI, qui sont parcourus en sens contraires par le courant électrique, afin que les actions que la terre exerce sur ces deux circuits se détruisent mutuellement. Aux deux extrémités de ce conducteur mobile, sont deux pointes A et K qui plongent dans les coupes M et N, pleines de mercure, et soudées aux extrémités des deux branches de cuivre gM, hN. Ces branches sont en communication, par les boîtes de cuivre g et h, la première avec un fil de cuivre gfe, plié en hélice autour du tube de verre hgf, l'autre avec un fil rectiligne hi qui passe dans l'intérieur du même tube, et se termine dans l'auge ki, creusée dans une pièce de bois vw qu'on fixe à la hauteur que l'on veut, contre le montant z, avec la vis de pression o. D'après l'expérience dont j'ai parlé plus haut, cette portion du circuit composée de l'hélice gf et du fil rectiligne hi, ne peut exercer aucune action sur le conducteur mobile. Pour que le courant électrique passe dans les conducteurs fixes bc et kl, les fils dont ces conducteurs sont formés se prolongent en cde, lmn, dans deux tubes de verre*) attachés à la traverse xy, et viennent se terminer, le premier dans la coupe e, et le second dans la coupe n. Tout étant ainsi disposé, on met du mercure dans toutes les coupes et dans les deux auges ba, ki, et l'on plonge le rhéophore positif pa dans l'auge ba qui est aussi creusée dans la pièce de bois vw, et le rhéophore négatif qn dans la coupe n. Le courant parcourt tous les conducteurs de l'appareil dans l'ordre suivant $pabcdefg$MABCDEFGHIKN$hiklmnq$; d'où il résulte qu'il est ascendant dans les deux conducteurs fixes, et descendant dans la partie GH du conducteur mobile qui est soumise à leur action, et qui se trouve au milieu de l'intervalle des deux conducteurs fixes dans le plan qui passe par leurs axes. Cette partie GH est donc repoussée par bc et kl: d'où il suit que si l'action de ces deux conducteurs est la même à égales distances, GH doit s'arrêter au milieu de l'intervalle qui les sépare; c'est ce qui arrive en effet.

Il est bon de remarquer 1° que les deux axes des conducteurs fixes étant à égales distances de GH, on ne peut pas dire rigoureusement que la distance est la même pour tous les points du conducteur kl, à cause des contours et des replis que forme ce conducteur. Mais comme ces contours et ces replis sont dans un plan perpendiculaire au plan qui passe par GH et par les axes des conducteurs fixes, il est évident que la différence de distance qui en résulte, est la plus petite possible, et d'autant moindre que la moitié de la largeur de la rainure RS, que cette moitié est moindre que l'intervalle des deux

*) L'usage de ces tubes est d'empêcher la flexion des fils qui y sont renfermés, en les maintenant à des distances égales des deux conducteurs be, kl, afin que leurs actions sur GH qui diminuent celle de ces deux conducteurs, les diminuent également.

Digitized by Google

règles, puisque cette différence, dans le cas où elle est la plus grande possible, est égale à celle qui se trouve entre le rayon et la sécante d'un arc dont la tangente est égale à la moitié de la largeur de la rainure, et qui appartient à un cercle dont le diamètre est l'intervalle des deux règles. 2° Que si l'on décompose chaque portion infiniment petite du conducteur kl, comme on décomposerait une force en deux autres petites portions qui en soient les projections, l'une sur l'axe vertical de ce conducteur, l'autre sur des lignes horizontales menées par tous ses points dans le plan où se trouvent les replis et les contours qu'il forme, la somme des premières, en prenant négativement celles qui, ayant une direction opposée à la direction des autres, doivent produire une action en sens contraire, sera égale à la longueur de cet axe; en sorte que l'action totale, résultant de toutes ces projections, sera la même que celle d'un conducteur rectiligne égal à l'axe c'est-à-dire à celle du conducteur bc situé de l'autre côté à la même distance de GH, tandis que l'action des secondes sera nulle sur le même conducteur mobile GH, puisque les plans élevés perpendiculairement sur le milieu de chacune d'elles passeront sensiblement par la direction de GH. La réunion de ces deux séries de projection produit donc nécessairement sur GH une action égale à celle de bc; et comme l'expérience prouve que le conducteur sinueux kl produit aussi une action égale à celle de bc, quels que soient les replis et les contours qu'il forme, il s'ensuit quil agit, dans tous les cas, comme la réunion des deux séries de projections, ce qui ne peut avoir lieu, indépendamment de la manière dont il est plié et contourné, à moins que chacune des parties de ce conducteur n'agisse séparément comme la réunion de ses deux projections.

Pour que cette expérience ait toute l'exactitude désirable, il est nécessaire que les deux règles soient exactement verticales, et qu'elles soient précisément à la même distance du conducteur mobile. Pour remplir ces conditions, on adapte une division $\alpha\beta$ à la traverse xy, et l'on fixe les règles avec deux crampons γ, et θ, et deux vis de pression λ, μ, ce qui permet de les écarter ou de les rapprocher à volonté, en les maintenant toujours à égale distance du milieu γ de la division $\alpha\beta$. L'appareil est construit de manière que les deux règles sont perpendiculaires à la traverse xy, et on rend celle-ci horizontale à l'aide des vis que l'on voit aux quatre coins du pied de l'instrument, et du fil à plomb XY qui répond exactement au point Z, déterminé convenablement sur ce pied, quand la traverse xy est parfaitement de niveau.

Pour rendre le conducteur ABCDEFGHIK mobile autour d'une ligne verticale, située à égale distance des deux conducteurs bc, kl, ce conducteur est suspendu à un fil métallique très-fin attaché au centre d'un bouton T, qui peut tourner sur lui-même sans changer de distance à ces deux conducteurs; ce bouton est au centre d'un petit cadran O, sur lequel l'indice L sert à marquer l'endroit où il faut l'arrêter pour que la partie GH du conducteur mobile réponde, sans que le fil soit tordu, au milieu de l'intervalle des

Digitized by Google

deux conducteurs fixes bc, kl, afin de pouvoir remettre immédiatement l'aiguille dans la direction où il faut qu'elle soit pour cela, toutes les fois qu'on veut répéter l'expérience. On reconnaît que GH est en effet à égale distance de bc et de kl, au moyen d'un autre fil à plomb $\psi\omega$ attaché à une branche de cuivre $\varphi\chi\psi$ portée comme le cadran O par le support UVO, dans lequel cette branche $\varphi\chi\psi$ peut tourner autour de l'axe du bouton φ qui la termine, ce qui donne la facilité de faire répondre la pointe de l'aplomb ω sur la ligne $\gamma\delta$ milieu de la division $\alpha\beta$. Quand le conducteur est dans la position convenable, les trois verticales $\psi\omega$, GH et CD se trouvent dans le même plan, et l'on s'en assure aisément en plaçant l'œil dans ce plan en avant de $\psi\omega$.

Le conducteur mobile se trouve ainsi placé d'avance dans la situation où il doit y avoir équilibre entre les répulsions des deux conducteurs fixes, si ces répulsions sont exactement égales: on les produit alors en plongeant dans le mercure de l'auge ba et de la coupe n les fils ap, nq, qui communiquent avec les deux extrémités de la pile, et l'on voit le conducteur GH rester dans cette situation malgré la grande mobilité de ce genre de suspension, tandis que si l'on déplace, même très-peu, l'indice L, ce qui amène GH dans une situation où il n'est plus à égales distances des conducteurs fixes bc, kl, on le voit se mouvoir à l'instant où l'on établit les communications avec la pile, en s'éloignant de celui des conducteurs dont il se trouve le plus près. C'est ainsi que j'ai constaté, dans le temps où j'ai fait construire cet instrument, l'égalité des actions des deux conducteurs fixes, par des expériences répétées plusieurs fois avec toutes les précautions nécessaires pour qu'il ne pût rester aucun doute sur leur résultat.

On peut aussi démontrer la même loi par une expérience bien simple: il suffit pour cela de prendre un fil de cuivre revêtu de soie dont une portion est rectiligne et l'autre est repliée autour d'elle de manière qu'elle forme des sinuosités quelconques sans se séparer de la première qui en est isolée par la soie qui les recouvre. On constate alors qu'une autre portion de fil conducteur est sans action sur l'assemblage de ces deux portions; et comme elle le serait également sur l'assemblage de deux fils rectilignes parcourus en sens contraires par un même courant électrique, d'après l'expérience par laquelle on constate de la manière la plus simple le premier cas d'équilibre, il s'ensuit que l'action d'un courant sinueux est précisément égale à celle d'un courant rectiligne compris entre les mêmes extrémités, puisque ces deux actions font l'une et l'autre équilibre à l'action d'un même courant rectiligne de même longueur que ce dernier, mais dirigé en sens contraire.

Le troisième cas d'équilibre consiste en ce qu'un circuit fermé de forme quelconque, ne saurait mettre en mouvement une portion quelconque d'un fil conducteur formant un arc de cercle dont le centre est dans un axe fixe, autour duquel il peut tourner librement et qui est perpendiculaire au plan du cercle dont cet arc fait partie.

Digitized by Google

Sur un pied TT′ (Tafel II, Fig. 1), en forme de table, s'élèvent deux colonnes, EF, E′F′, liées entre elles par deux traverses LL′, FF′; un axe GH est maintenu entre ces deux traverses dans une position verticale. Ses deux extrémités G, H, terminées en pointes aiguës, entrent dans deux trous coniques pratiqués, l'un dans la traverse inférieure LL′, l'autre à l'extrémité d'une vis KZ portée par la traverse supérieure FF′, et destinée à presser l'axe GH sans le forcer. En C est fixé invariablement à cet axe un support QO dont l'extrémité O présente une charnière dans laquelle est engagé par son milieu un arc de cercle AA′ formé d'un fil métallique qui reste constamment dans une position horizontale, et qui a pour rayon la distance du point O à l'axe GH. Cet arc est équilibré par un contre-poids Q, afin de diminuer le frottement de l'axe GH dans les trous coniques où ses extrémités sont reçues.

Au-dessous de l'arc AA′ sont disposés deux augets M, M′ pleins de mercure, de telle sorte que la surface du mercure, s'élevant au-dessus des bords, vienne toucher l'arc AA′ en B et B′. Ces deux augets communiquent par des conducteurs métalliques, MN, M′N′, avec des coupes P, P′ pleines de mercure. La coupe P et le conducteur MN qui la réunit à l'auget M sont fixés à un axe vertical qui s'enfonce dans la table de manière à pouvoir tourner librement. La coupe P′, à laquelle est attaché le conducteur M′N′, est traversée par le même axe, autour duquel elle peut tourner aussi indépendamment de l'autre. Elle en est isolée par un tube de verre V qui enveloppe cet axe, et par une rondelle de verre U qui la sépare du conducteur de l'auget M, de manière qu'on peut disposer les conducteurs MN, M′N′ sous l'angle qu'on veut.

Deux autres conducteurs IR, I′R′ attachés à la table plongent respectivement dans les coupes P, P′, et les font communiquer avec des cavités R, R′ creusées dans la table et remplies de mercure. Enfin, une troisième cavité S pleine également de mercure se trouve entre les deux autres.

Voici la manière de faire usage de cet appareil: On fait plonger l'un des rhéophores, par exemple, le rhéophore positif dans la cavité R, et le rhéophore négatif dans la cavité S, qu'on met en communication avec la cavité R′ par un conducteur curviligne d'une forme quelconque. Le courant suit le conducteur RI, passe dans la coupe P, de là dans le conducteur NM, dans l'auget M, le conducteur M′N′, la coupe P′, le conducteur I′R′, et enfin de la cavité R′ dans le conducteur curviligne qui communique avec le mercure de la cavité S où plonge le rhéophore négatif.

D'après cette disposition le circuit voltaïque total est formé:

1° De l'arc BB′ et des conducteurs MN, M′N′;

2° D'un circuit qui se compose des parties RIP, P′I′R′ de l'appareil, du conducteur curviligne allant de R′ en S et de la pile elle-même.

Ce dernier circuit doit agir comme un circuit fermé, puisqu'il n'est interrompu

que par l'épaisseur du verre qui isole les deux coupes P, P′: il suffira donc d'observer son action sur l'arc BB′ pour constater par l'expérience l'action d'un circuit fermé sur un arc dans les différentes positions qu'on peut donner à l'un et à l'autre.

Lorsqu'au moyen de la charnière O on met l'arc AA′ dans une position telle que son centre soit hors de l'axe GH, cet arc prend un mouvement et glisse sur le mercure des augets M, M′ en vertu de l'action du courant curviligne fermé qui va de R′ en S. Si au contraire son centre est dans l'axe, il reste immobile; d'où il suit que les deux portions du circuit, fermé qui tendent à le faire tourner en sens contraires autour de l'axe exercent sur cet arc des moments de rotation dont la valeur absolue est la même, et cela, quelle que soit la grandeur de la partie BB′ déterminée par l'ouverture de l'angle des conducteurs MN, M′N′. Si donc on prend successivement deux arcs BB′ qui diffèrent peu l'un de l'autre, comme le moment de rotation est nul pour chacun d'eux, il sera nul pour leur petite différence, et par conséquent pour tout élément de circonférence dont le centre est dans l'axe; d'où il suit que la direction de l'action exercée par le circuit fermé sur l'élément passe par l'axe, et qu'elle est nécessairement perpendiculaire à l'élément.

Lorsque l'arc AA′ est situé de manière que son centre soit dans l'axe, les portions de conducteur MN, M′N′ exercent sur l'arc BB′ des actions répulsives égales et opposées, en sorte qu'il ne peut en résulter aucun effet; et puisqu'il n'y a pas de mouvement, on est sûr qu'il n'y a pas de moment de rotation produit par le circuit fermé.

Lorsque l'arc AA′ se meut dans l'autre situation où nous l'avions d'abord supposé, les actions des conducteurs MN et M′N′ ne sont plus égales: on pourrait croire que le mouvement n'est dû qu'à cette différence; mais suivant qu'on approche ou qu'on éloigne le circuit curviligne qui va de R′ en S, le mouvement est augmenté ou diminué, ce qui ne permet pas de douter que le circuit fermé ne soit pour beaucoup dans l'effet observé.

Ce résultat ayant lieu, quelle que soit la longueur de l'axe AA′, aura nécessairement lieu pour chacun des éléments dont cet arc est composé. Nous tirerons de là cette conséquence générale, que l'action d'un circuit fermé, ou d'un ensemble de circuits fermés quelconques, sur un élément infiniment petit d'un courant électrique, est perpendiculaire à cet élément.

C'est à l'aide d'un quatrième cas d'équilibre, dont il me reste à parler, qu'on peut achever de déterminer les coefficients constants qui entrent dans ma formule, sans avoir recours, comme je l'avais d'abord fait, aux expériences où un aimant et un fil conducteur agissent l'un sur l'autre. Voici l'instrument à l'aide duquel cette détermination repose uniquement sur l'observation de ce qui a lieu quand ce sont deux fils conducteurs dont on examine l'action mutuelle.

Digitized by Google

Dans la table MN (Tafel II, Fig. 4), est creusée une cavité A, remplie de mercure, d'où part un conducteur fixe ABCDEFG formé d'une lame de cuivre, la portion CDE est circulaire, et les parties CBA, EFG sont isolées l'une de l'autre par la soie qui les recouvre. En G ce conducteur est soudé à un tube de cuivre GH, surmonté d'une coupe I, qui communique avec le tube par le support HI du même métal. De la coupe I part un conducteur mobile IKLMNPQRS, dont la portion MNP est circulaire; il est entouré de soie dans les parties MLK et PQR pour qu'elles soient isolées, et il est tenu horizontal au moyen d'un contre-poids *a* fixé sur une circonférence de cercle qu'un prolongement *bcg* de la lame dont est composé le conducteur mobile forme autour du tube GH. La coupe S est soutenue par une tige ST, ayant le même axe que GH, dont elle est isolée par une substance résineuse que l'on coule dans le tube. Le pied de la tige ST est soudé au conducteur fixe TUVXYZA′, qui sort du tube GH par une ouverture assez grande pour que la résine l'en isole aussi complètement dans cet endroit qu'elle le fait dans le reste du tube GH, à l'égard de ST. Ce conducteur à sa sortie du tube, est revêtu de soie pour empêcher la portion TUV de communiquer avec YZA′. Quant à la portion VXY, elle est circulaire, et l'extrémité A′ plonge dans une seconde cavité A′c reusée dans la table et pleine de mercure.

Les centres O, O′, O″ des trois portions circulaires sont en ligne droite; les rayons des cercles qu'elles forment sont en proportion géométrique continue, et l'on place d'abord le conducteur mobile de manière que les distances OO′, O′O″ sont dans le même rapport que les termes consécutifs de cette proportion; de sorte que les cercles O et O′ forment un système semblable à celui des cercles O′ et O″. On plonge alors le rhéophore positif en A et le rhéophore négatif en A′, le courant parcourt successivement les trois cercles dont les centres sont en O, O′, O″, qui se repoussent deux à deux, parce que le courant va en sens opposés dans les parties voisines.

Le but de l'expérience qu'on fait avec cet instrument est de prouver que le conducteur mobile reste en équilibre dans la position où le rapport de OO′ à O′O″ est le même que celui des rayons de deux cercles consécutifs, et que si on l'écarte de cette position il y revient en oscillant autour d'elle.

Je vais maintenant expliquer comment on déduit rigoureusement de ces cas d'équilibre la formule par laquelle j'ai représenté l'action mutuelle de deux éléments de courant voltaïque, en montrant que c'est la seule force agissant suivant la droite qui en joint les milieux qui puisse s'accorder avec ces données de l'expérience. Il est d'abord évident que l'action mutuelle de deux éléments de courants électriques est proportionnelle à leur longueur; car, en les supposant divisés en parties infiniment petites égales à leur commune mesure, toutes les attractions ou répulsions de ces parties, pouvant être considérées comme dirigées suivant une même droite, s'ajoutent nécessairement. Cette même action

Digitized by Google

doit encore être proportionnelle aux intensités des deux courants. Pour exprimer en nombre l'intensité d'un courant quelconque, on concevra qu'on ait choisi un autre courant arbitraire pour terme de comparaison, qu'on ait pris deux éléments égaux dans chacun de ces courants, qu'on ait cherché le rapport des actions qu'ils exercent à la même distance sur un même élément de tout autre courant, dans la situation où il leur est parallèle et où sa direction est perpendiculaire aux droites qui joignent son milieu avec les milieux de deux autres éléments. Ce rapport sera la mesure d'une des intensités, en prenant l'autre pour unité.

ÜBER VERSCHIEDENE EINRICHTUNGEN DES DYNAMOMETERS

VON

WILHELM WEBER.

[1846.]

Ergänzung zu Seite 14.

[Vergl. Abhandlungen bei Begründung der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften § 19.]

Es giebt *drei* wesentlich verschiedene Einrichtungen, welche man dem Dynamometer geben kann, die alle geeignet sind, zu genauen Messungen zu dienen, und unter verschiedenen Verhältnissen eigenthümliche Vorzüge gewähren. Ausser der *ersten* Einrichtung, welche bisher in Anwendung gebracht wurde, bietet sich nämlich zunächst eine *zweite* gleichsam von selbst dar, da sie ihrem wesentlichsten Bestandtheile nach schon häufig zur Beobachtung der Einwirkung des Erdmagnetismus auf einen Stromleiter benutzt worden ist. Man hat nämlich zu diesem Zwecke einen kreisförmig gewundenen Leiter sammt der Säule, von welcher der Strom ausgeht, an einem Faden oder Drahte, wie einen Magnet, aufgehangen und hat das Drehungsmoment beobachtet, welches die Erde auf einen solchen in sich geschlossenen Kreisstrom auf gleiche Weise wie auf eine aufgehangene Magnetnadel ausübt. In der That besitzt man in dieser Vorrichtung einen drehbaren Leiter, dessen Schwingungen und Ablenkungen eben so fein, wie die unserer Bifilarrolle beobachtet werden können, und es ist nur nöthig, diese schwebende Säule mit einem festen Multiplicator zu umgeben, durch welchen ebenfalls ein Strom geht, um das Dynamometer zu vollenden. Dazu kommt nun, dass durch die Entdeckung der *constanten* Säulen von Daniell und Grove der Weg zu feineren Anwendungen eines solchen Instrumentes gebahnt worden ist, denen früher die Veränderlichkeit der Ströme entgegenstand. Besonders eignet sich hierzu ein kleiner Grove'scher Becher, der bei geringen Dimensionen und kleinem Gewichte, einen ziemlich starken und constanten Strom giebt.

Digitized by Google

Fügt man Spiegel, Fernrohr und Skale hinzu, so lassen sich die feinsten Beobachtungen mit diesem Instrumente ausführen. Fig. 1, Taf. III stellt ein solches Instrument, wie ich es zu diesem Zwecke gebraucht habe, dar. A ist der ringförmig aufgewundene Draht, dessen Enden durch Verbindungsstücke von Messing ab und $a'b'$ mit dem Platin- und Zinkpole eines kleinen Grove'schen Bechers B vom Mechanikus Kleinert in Berlin in Verbindung gesetzt wurde. Dieser Becher steht auf einem hölzernen Gestell, welches oberhalb mit einem Torsionskreise C versehen ist, an welchem bei D der Aufhängungsfaden befestigt wird.

So geeignet indess diese Einrichtung des Dynamometers für einige besondere Zwecke sein möge, so ist sie doch weit entfernt, die erstere Einrichtung ersetzen zu können, wovon der Grund in dem Mangel *zweier* Eigenschaften liegt, welche das Dynamometer mit der *Bifilarrolle* besitzt, und die darauf beruhen, dass der Strom, welcher durch die Bifilarrolle geht, sich weiter leiten lässt, sowohl durch die als Multiplicator dienende feste Rolle, als auch durch beliebige andere Leiter. Die *erste* Eigenschaft besteht darin, dass dieses *Dynamometer* mit einem *Galvanometer* zugleich gebraucht werden kann, wodurch eine unabhängige Intensitätsmessung des Stromes in der Bifilarrolle gewonnen wird, was bei jenem Instrumente nicht der Fall ist, weil bei ihm der Strom der schwebenden Säule nicht durch den Multiplicator eines *Galvanometers* abgeleitet werden kann. Die gleichzeitigen Beobachtungen am *Galvanometer* und *Dynamometer* gestatten aber, die elektrodynamischen Wirkungen auf *gleiche Stromintensität* zu reduciren, wie dies im Vorhergehenden häufig geschehen ist. Der Mangel dieser Eigenschaft wird durch Anwendung constanter Säulen nicht gänzlich beseitigt, weil die Stromintensität auch solcher Säulen immer noch beträchtlichen Schwankungen unterworfen ist, welche bei genaueren Bestimmungen keineswegs vernachlässigt werden dürfen.

Die *zweite* Eigenschaft besteht darin, dass man, indem man die mit dem *Dynamometer* zu untersuchenden Ströme durch *beide* Rollen, durch die feste sowohl, als durch die drehbare, gehen lässt, das *Quadrat der Stromintensität* bestimmen kann, welches unabhängig ist von der *Richtung* des Stromes. Hierauf beruhte die Eigenthümlichkeit des Instrumentes, welche es fähig machte, in Verbindung mit dem elektromagnetischen Galvanometer die nothwendigen Elemente zur Kenntniss *momentaner* Ströme zu liefern. Siehe oben Artikel 13. Auch diese Eigenschaft mangelt dem andern Instrumente, dessen drehbare Rolle eine in sich abgeschlossene schwebende Säule bildet; denn die verschiedenen zu *untersuchenden* Ströme können hier blos durch den Leitungsdraht der *festen* Rolle geführt werden, während der Strom in der *drehbaren* Rolle unverändert bleibt, wo dann die Wirkung, wie beim elektromagnetischen Galvanometer, der Stromintensität selbst proportional ist, und folglich das Instrument blos die Dienste eines elektromagnetischen Galvanometers zu leisten. dieselben aber nicht zu ergänzen vermag.

Digitized by Google

Ich gehe zur *dritten* Einrichtung des Dynamometers über, welche, indem sie die wesentlichsten Eigenschaften der ersten theilt, geeignet ist, den elektrodynamischen Messungen eine noch grössere Ausdehnung zu geben, besonders in solchen Fällen, wo die *erste*, wegen der nothwendigen Feinheit der Aufhängungsdrähte, durch welche der Strom hindurch geleitet wird, den Dienst versagt.

Diese dritte Einrichtung beruht auf demselben Princip, welches ich in den Commentat. Soc. Reg. Sc. Gottingensis recentiores, Vol. VIII. zu dem Zwecke entwickelt habe, eine vollkommen drehbare, von der Reibung freie *Wage* darzustellen, nämlich auf dem Princip der Compensation zwischen *Schwerkraft* und *Federkraft*. Ich habe dort den horizontalen Wagbalken an zwei elastischen, verticalen Federn aufgehangen. Diese Federn beugten sich zwar, wenn der Wagebalken gedreht wurde, und suchten also durch ihre *Federkraft* die Drehung desto mehr zu *hemmen*, je mehr der Wagbalken gedreht worden war; fand aber dabei die Drehung des Wagbalkens um eine Axe statt, welche tiefer lag, als der Schwerpunkt desselben, so suchte die *Schwerkraft*, wenn der Wagbalken gedreht wurde, die Drehung zu *fördern*, desto mehr, je mehr der Wagbalken gedreht worden war, und es liess sich eine solche Einrichtung treffen, dass jene *hemmende* Einwirkung der *Federkraft* und diese *fördernde* Einwirkung der *Schwerkraft* einander das Gleichgewicht hielten, und der Wagbalken folglich nicht blos in horizontaler, sondern auch in geneigter Lage im Gleichgewicht beharren und ohne von der Reibung gehindert zu werden, beim geringsten Antriebe aus einer dieser Lagen zur andern übergehen konnte.

Einen solchen *compensirten* Wagbalken benutze ich nun für das Dynamometer und ersetze dadurch die drehbare Rolle, indem ich von den beiden Aufhängungsfedern hier denselben Gebrauch für die Zuleitung und Ableitung des Stromes mache, wie dort von den beiden Aufhängungsdrähten. Diese Federn sind dann insbesondere jenen feinen Drähten vorzuziehen, wenn es sich um Ströme von grosser Intensität handelt, welche nicht durch feine Drähte geleitet werden dürfen. Bei solchen Strömen begnügt man sich, dieselben durch eine möglichst starke und kurze Kette zu führen; daher kann der Wagbalken, durch welchen dieser Strom gehen soll, aus einem von jenen beiden Federn getragenen, mässig langen Stabe bestehen, an welchem aber ein Spiegel für die feinere Beobachtung angebracht wird. Was endlich die *feste* Rolle betrifft, so wird dieselbe aus gleichem Grunde durch einen andern, mässig langen *festen* Stab ersetzt, durch welchen der galvanische Strom ebenfalls geleitet wird, und welcher dann auf jenen *drehbaren* Stab wirkt, und ihn wie eine Wage, ablenkt. Die Empfindlichkeit dieses Instrumentes beruht hauptsächlich darauf, dass die beiden Stäbe (der feste und der drehbare) parallel in geringer Entfernung von einander gestellt werden. Ich habe dieses Instrument vorzüglich dazu bestimmt, um den elektrodynamischen Versuchen mit *gemeiner*

Digitized by Google

Elektricität eine grössere Ausdehnung zu geben, indem die besonderen Umstände entbehrlich werden, welche nöthig waren, um die Entladung einer Leidener Flasche durch die vielen Windungen der beiden Rollen des *ersten* Dynamometers wirklich sicher zu bewerkstelligen. Dieses letzte Instrument ist bisher noch nicht in derjenigen Vollkommenheit ausgeführt worden, wie es für eine solche Versuchsreihe nöthig sein würde.

Ehe ich diesen Abschnitt über die Einrichtung der Dynamometer beschliesse, will ich noch eine Bemerkung über die Verwandlung derselben in *magnetische Galvanometer* hinzufügen. Ich habe schon erwähnt, dass die für die oben beschriebene *zweite* Einrichtung benutzte, ganz in sich selbst abgeschlossene *schwebende* Säule ihre Anwendung zu *elektromagnetischen* Versuchen, nämlich um die Einwirkung des Erdmagnetismus auf einen Stromleiter zu beobachten, schon früher gefunden habe. Mit dieser in sich abgeschlossenen schwebenden Säule, wenn man auf die Unveränderlichkeit ihres Stromes vollkommen bauen könnte, würden sich alle Versuche und Messungen über den Erdmagnetismus gerade so, wie mit dem Magnetometer ausführen lassen, und es würde ihm in so fern der Name eines *galvanischen Magnetometers* zu geben sein. Unser erstes Dynamometer lässt sich dagegen zu einem *magnetischen Galvanometer* gebrauchen, welches sogar im Vergleiche mit einem mit Multiplicator versehenen Magnetometer grosse Vorzüge darbietet, wenn es sich nicht blos um relative, sondern um *absolute* Bestimmung der Stromintensitäten handelt. Bei dem mit Multiplicator versehenen Magnetometer steht der Stromleiter fest, und der Magnet ist drehbar; es ist aber ohne wesentlichen Einfluss auf die Wirkung, wenn man dies Verhältniss umkehrt und den Magnet feststellt, während der Stromleiter drehbar ist. Zu dem drehbaren Stromleiter kann nun die an zwei Aufhängungsdrähten schwebende Rolle unseres Dynamometers dienen, und zu dem festen Magnete (welcher hier die feste Rolle vertritt) kann man die Erde selbst benutzen. Soll die Erde nun aber diesen Dienst wirklich leisten, so muss die Bifilarrolle anders orientirt werden, nämlich statt wie früher, gleich einem *Declinationsmagnetometer*, so orientirt zu werden, dass ihre Axe dem magnetischen Meridian parallel ist, muss sie, gleich dem *Intensitätsmagnetometer*, so orientirt werden, dass ihre Axe senkrecht auf dem magnetischen Meridiane steht. Man kann sie dann ein *magnetisches Bifilargalvanometer* nennen. Dieses einfache Instrument gewährt dann für *absolute* Bestimmung der Stromintensitäten grosse Vortheile, eben dadurch, dass die Lage und Entfernung der einzelnen Theile des Leitungsdrahtes gegen die einzelnen Theile des Magneten wegen der grossen Entfernung, aus welcher der Erdmagnetismus wirkt, nicht mehr einzeln in Rechnung gezogen zu werden braucht, und daher zum Zwecke dieser absoluten Bestimmung der Stromintensität ausser der Kenntniss des Erdmagnetismus, der Ablenkung, der Schwingungsdauer und des Trägheitsmoments nach absoluten Maassen, nur die Kenntniss eines einzigen Elementes erforderlich ist, nämlich die Kenntniss des vom Drahte umschlossenen *Flächenraumes*, wie

Digitized by Google

ich schon in den »Resultaten aus den Beobachtungen des Magnetischen Vereines im Jahre 1840« S. 93 aus einander gesetzt habe, wo ich einige solche Intensitätsbestimmungen nach absolutem Maasse, welche mit diesem Instrumente gemacht worden, mitgetheilt habe.

Die bisherige Untersuchung hatte hauptsächlich den Zweck, auf *experimentellem* Wege zu Maassbestimmungen über die elektrodynamischen Kräfte zu führen, und dieselben nach den auf Raum-, Zeit- und Massenmaass reducirten *absoluten* Maassen auszudrücken. Hierdurch war die den Instrumenten gegebene Einrichtung motivirt, welche, wie bei den Magnetometern von Gauss, eine festere Aufstellung und einen grösseren Raum in Anspruch nimmt, als bei anderen physikalischen Apparaten erfordert wird, bei welchen der Maasstab an dem zu beobachtenden Instrumente unmittelbar angebracht ist. Bei einer auf jene Weise einmal zweckmässig getroffenen Einrichtung konnten einzelne grössere Versuchsreihen mit Genauigkeit ausgeführt werden; es liess sich aber diese Einrichtung nicht so leicht wieder ändern und verschiedenartigen Zwecken anpassen. Ich muss es dabei noch als einen besonders günstigen Umstand anerkennen, dass die Räumlichkeit des Leipziger physikalischen Institutes diesen Einrichtungen im Allgemeinen günstig war; dennoch musste ich zu manchen Zwecken, wie mehrfach erwähnt worden ist, für jetzt nur auf Probeversuche mich beschränken, weil nicht alle Einrichtungen auf gleich entsprechende Weise hergestellt werden konnten. Mit Rücksicht auf diese, anderwärts vielleicht noch mehr als hier, vorhandene äussere Beschränkung, und weil auch viele Experimentatoren mit solchen Instrumenten zu beobachten weniger gewohnt sind, habe ich den hiesigen Mechanikus Herrn Leyser veranlasst, dass er, zum leichteren und bequemeren Handgebrauche, kleinere portative Instrumente, ohne katoptrische Vorrichtung, auf die gewöhnliche einfache Weise mit Zeiger und getheiltem Kreise ausführe, welche zur Anstellung der meisten Versuche und zu gewöhnlichen Messungen genügen. Auf diese kleineren Instrumente mache ich diejenigen aufmerksam, welche sich mit ähnlichen Versuchen beschäftigen wollen, unter Verhältnissen, welche die Anwendung der beschriebenen Instrumente nicht gestatten.

Digitized by Google

ÜBER
ANWENDUNG DES DYNAMOMETERS AUF INTENSITÄTSMESSUNGEN DER SCHALLSCHWINGUNGEN

VON

WILHELM WEBER.

[1846.]

Ergänzung zu Seite 35.

[Vergl. Abhandlungen bei Begründung der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften § 16.]

Es bleibt noch übrig, eine Anwendung des Dynamometers auf Untersuchungen in einem andern Theile der Physik mitzutheilen, welche ein besonderes Interesse darum zu haben scheint, weil sie dasjenige, was mit diesem Instrumente zu leisten sei, von einer eigenthümlichen Seite in ein helles Licht setzt. Wir besitzen ausserordentlich feine *Galvanoskope*, womit wir im Stande sind, auch die schwächsten in der Natur vorkommenden Ströme zu entdecken und zu erforschen. Wir brauchen uns blos der schönen Arbeiten von Melloni zu erinnern, um auf den Gebrauch dieser feinen Instrumente und die damit aufgefundenen Spuren von elektrischen Bewegungen die grösste Wichtigkeit für die gesammte Wissenschaft zu legen. Trotz dieser Feinheit der Instrumente ist es aber in vielen Fällen doch nicht gelungen, elektrische Ströme überall nachzuweisen, wo man solche vermuthete, vielleicht weil jene Instrumente trotz ihrer Feinheit dazu ungeeignet waren. Dieser Grund verdient um so mehr Beachtung, als sich *eine* Art von Strömen nachweisen und wirklich darstellen lässt, von denen auch jene feinsten Instrumente der Natur der Sache nach gar nicht afficirt werden können. Dieses findet statt, wenn wir mit einem veränderlichen Strome zu thun haben, welcher in sehr kurzen, auf einander folgenden Zeitabschnitten *seine Richtung immer wechselt*. Die abwechselnd entgegengesetzten Wirkungen dieses Stromes auf die empfindlichste Magnetnadel müssen sich, wenn der Magnetismus der letzteren immer der nämliche bleibt, vollkommen annulliren.

Die von Poggendorff (Annalen 1838, Bd. 45. S. 355 ff.) beobachteten Erscheinungen, wo dieses nicht statt zu finden schien, rührten jedenfalls von einer Veränderlichkeit des Nadelmagnetismus her, und würden bei sehr beschleunigtem Stromwechsel wieder verschwunden sein. Solche Ströme, deren Richtung sehr schnell wechselt, können also in der Natur in grosser Menge existiren, ohne dass wir noch eine Ahnung von ihrer Existenz haben, weil wir kein Mittel besitzen, sie zu entdecken. Und es ist gar nicht unwahrscheinlich, dass solche Ströme existiren, denn die Bewegung der Elektricität in ihnen würde sich von der Bewegung der Elektricität in gewöhnlichen Strömen nur dadurch unterscheiden, dass sie in einer *Schwingung* bestände, während in letzteren die Bewegung der Elektricität *progressiv* ist. Da nun die progressive Bewegung der Elektricität in der Natur so häufig vorkommt, so ist nicht einzusehen, warum nicht, bei so grosser Beweglichkeit, auch bisweilen Verhältnisse eintreten sollten, welche eine schwingende Bewegung begünstigten. Wenn z. B. die Lichtundulationen eine Wirkung auf die elektrischen Fluida übten und das Gleichgewicht derselben zu stören vermöchten, so würde gewiss zu erwarten sein, dass diese *Wirkungen* der Lichtundulationen sich der Zeit nach ebenso periodisch gestalteten, wie die *Lichtundulationen selbst*, so dass das Resultat in einer *elektrischen Schwingung* bestände, die wir aber mit unsern Instrumenten nicht zu entdecken vermöchten. Nun geschehen die Lichtschwingungen so schnell, dass, wenn die dadurch erregten elektrischen Schwingungen einen gleich geschwinden Wechsel befolgten, kaum zu hoffen wäre, dass es gelingen werde, mit irgend einem Instrumente eine Wirkung davon wahrzunehmen. Es finden sich aber in der Natur auch langsamere Schwingungen, z. B. die akustischen, und es fragt sich daher, ob es nicht elektrische Bewegungen in der Natur gebe, welche ihnen ihren Ursprung verdanken, und wenn es solche gebe, auf welche Weise wir dieselben entdecken und erforschen könnten.

Ich will hier wenigstens ein Beispiel von solchen durch Schallschwingungen erregten *elektrischen Schwingungen* geben und den thatsächlichen Beweis liefern, wie solche elektrische Schwingungen mit Hülfe des *Dynamometers* wahrgenommen und erforscht werden können, und wie die messbaren Wirkungen dieser elektrischen Schwingungen wieder benutzt werden können, um auf die Schallschwingungen, von denen sie herrühren, rückwärts zu schliessen, und dadurch für manche akustische Untersuchungen eine neue Bahn zu eröffnen, für welche es uns gänzlich noch an geeigneten Mitteln gebricht, die *Intensität der Schallschwingungen* zu messen.

In der That besteht die Eigenthümlichkeit des Dynamometers, welche dasselbe am meisten charakterisirt und von allen andern Galvanometern unterscheidet, darin, dass es für die *Richtung* des Stromes, der darauf wirkt, *indifferent* ist, während andere Galvanometer bei entgegengesetzten Richtungen der Ströme entgegengesetzte Einwirkungen erleiden. Es ist darauf schon oben Artikel 13 aufmerksam gemacht worden. Wir können

dies kurz dadurch ausdrücken, dass das Dynamometer in Beziehung auf *constante* Ströme einen Maassstab für das *Quadrat der Stromintensität* gebe, während andere Galvanometer einen Maassstab für die Stromintensität selbst darbieten.

Aus dieser charakteristischen Eigenschaft des Dynamometers leuchtet nun von selbst ein, dass die schnell auf einander folgenden Wirkungen entgegengesetzter Ströme sich nicht, wie beim elektromagnetischen Galvanometer, einander aufheben, sondern vielmehr summiren müssen; und dass folglich das Dynamometer seiner Natur nach seine wahre Bestimmung darin finde, solche auf andere Weise nicht wahrzunehmende Ströme an den Tag zu bringen.

Nun sind zwar die *Schallschwingungen* meist in so engen, fast mikroskopischen Grenzen eingeschlossen, dass wir kaum hoffen dürfen, durch dieselben elektrische Schwingungen in so weiten Grenzen hervorzubringen, als nothwendig sind, um auf das Dynamometer merklich zu wirken. Wenn man indessen die absoluten Geschwindigkeiten, mit welchen sich die schallenden Körper in der Mitte ihrer Schwingungen bewegen, berechnet, so ergiebt sich, dass diese, in Betracht der kurzen Schwingungsdauer, trotz des kleinen Schwingungsbogens, nicht ganz unbeträchtlich sind, sondern oft 1 Fuss und mehr in einer Secunde betragen. Hierauf bauend, habe ich einen Versuch so angestellt, wie er am ersten zu einem Resultate führen zu können schien. Ich habe einen Klangstab von Stahl *a a a* Fig. 2. Taf. III. anfertigen und härten lassen, habe denselben magnetisirt und ihn sodann in den Endpunkten *b*, *b*, *b'*, *b'* seiner Knotenlinien zwischen Schraubenspitzen als Drehungsaxen befestigt, wie ich es in Poggendorff's Annalen 1833, Bd. 28. S. 4 beschrieben habe, und zwar so, dass er in drei gleichzeitig nach entgegengesetzten Seiten schwingende Abtheilungen zerfiel. Die beiden Endabtheilungen machten folglich gleichzeitig ihre Schwingungen nach gleicher Richtung, abwechselnd aufwärts und abwärts. Der freie Magnetismus, welcher in diesen Stäben verbreitet ist, kann nach der von Gauss angegebenen idealen Vertheilung, welche in allen Wirkungen nach aussen die wirkliche Vertheilung vertritt, auf der Oberfläche des Stabes verbreitet gedacht werden, und zwar muss bei starker Magnetisirung der freie Nordmagnetismus fast gänzlich auf der Oberfläche der einen schwingenden Endabtheilung, der freie Südmagnetismus fast gänzlich auf der Oberfläche der andern schwingenden Endabtheilung, und zwar je näher am Ende, desto mehr concentrirt gedacht werden, d. h. gerade da am meisten, wo die Schallschwingungen am grössten sind. Daher umgab ich nun diese beiden schwingenden Endabtheilungen mit starken Inductoren *c c c* und *c' c' c'* von feinem Kupferdrahte, welche jedoch den Stab nirgends berührten, damit seine Schwingungen nicht gehemmt würden. Auch war an den einander zugekehrten Seiten der Inductoren zwischen ihren Drahtwindungen ein Durchgang frei geblieben, durch welchen der Stab mit seinen Enden in die Inductoren eingeschoben wurde. Die Windungen der Inductoren

waren unter sich parallel und lagen in einer Ebene, gegen welche die Schallschwingungen des Klangstabes senkrecht geschahen. Die beiden Inductoren wurden mit zwei ihrer Drahtenden *dddd* unter sich verbunden, so dass sie entgegengesetzt gewundene Spiralen bildeten. Ihre beiden Drahtenden *e e* und *e' e'* wurden mit zwei Drahtenden der festen und drehbaren Rolle des Dynamometers in Verbindung gesetzt, deren beide andern Drahtenden unter sich verbunden waren. Das Dynamometer war vollkommen in Ruhe. Nachdem Alles so vorbereitet war, wurde der Klangstab durch einen starken Schlag mit einem weichen Klöppel auf seine Mitte in starke Schwingung gesetzt. Sogleich zeigte sich eine Ablenkung der Bifilarrolle, welche 20 bis 30 Skalentheile betrug, und zeichnete man alsdann die Maxima und Minima des Schwingungsbogens der von nun an schwingenden Bifilarrolle auf, so sah man, dass der daraus berechnete Ruhestand, um welchen die Schwingung geschah, geändert war, dass derselbe aber, wie die Schallschwingungen an Stärke abnahmen, schnell wieder zum ursprünglichen Stande zurückkehrte. Ich bemerke, dass ich die Elongation der Bifilarrolle auf mehrere hundert Skalentheile gebracht habe, indem ich den Klangstab nur so lange schwingen liess, als die Elongation im Wachsen war, dagegen den Klangstab dämpfte, während die Bifilarrolle wieder rückwärts schwang und den Klangstab von neuem anschlug, sobald die Bifilarrolle wieder in der ursprünglichen Richtung sich zu bewegen begann u. s. f.

Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, dass, wenn nach der angegebenen Methode wirklich genauere Bestimmungen über die Intensität der Schallschwingungen gewonnen werden sollen, der Klangstab nicht durch einen Klöppelschlag in Schwingung versetzt werden darf, weil die Intensität der so hervorgebrachten Schwingungen sehr schnell abnimmt und bald ganz verschwindet, sondern durch eine fortdauernde geregelte Einwirkung in einer constanten Schwingung längere Zeit erhalten werden muss.

Dass die elektrischen Schwingungen, welche hierdurch thatsächlich nachgewiesen werden, unter den Verhältnissen, unter welchen wir beobachteten, stattfänden, liess sich mit Sicherheit voraussetzen; es kam daher nur darauf an, die Methode, solche Schwingungen *wahrnehmbar* zu machen, daran zu prüfen. Nachdem nun diese Methode aber bewährt gefunden worden ist, so kann man darauf weiter bauen, und gewiss wird die Benutzung dieser Methode zur Entdeckung elektrischer Schwingungen unter bisher noch nicht geahnten Verhältnissen führen. Zum Beleg der Mannichfaltigkeit dieser Erscheinungen möge hier noch folgender Versuch angeführt werden. Wird nahe neben einer schwingenden Saite, die einen Theil einer in sich zurücklaufenden Drahtkette bildet, ein starker galvanischer Strom vorbeigeführt, so werden infolge jener Schwingungen in der Drahtkette abwechselnd positive und negative Ströme inducirt, auf ähnliche Weise, wie von dem schwingenden Magnetstabe, deren Intensität mit dem Dynamometer gemessen werden kann.

ÜBER
ELEKTRO-DIAMAGNETISMUS UND MESSUNG DES MOMENTS EINES ELEKTRO-DIAMAGNETS

VON

WILHELM WEBER.

[1847.]

Ergänzung zu Seite 88.

[Vgl. Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften, Bd. I, S. 489—502.]

1.

Wie Eisenmagnete in gewöhnliche (deren Magnetismus vom Einfluss anderer Magnete herrührt) und in Elektromagnete eingetheilt werden, ebenso können auch Diamagnete in gewöhnliche (deren Diamagnetismus von magnetischem Einfluss herrührt) und in Elektrodiamagnete eingetheilt werden. Nur ist zwischen Elektromagneten und Elektrodiamagneten darin ein grosser für die Beobachtung wichtiger Unterschied, dass wenn man gleiche galvanische Ströme um einen Eisenstab und einen Wismuthstab herumführt, das Eisen magnetische Kräfte in die Ferne ausübt, gegen welche die Kräfte des galvanischen Stromes fast verschwinden, während die vom Wismuth ausgeübten diamagnetischen Kräfte gegen die des galvanischen Stromes verschwinden. Hierin liegt der Grund, dass das Vorhandensein des Elektrodiamagnetismus schwer nachzuweisen ist. Diese Schwierigkeit kann aber überwunden werden, und es ergiebt sich dann sogar, dass die Kraft eines Elektrodiamagnets sich zu wirklichen Maassbestimmungen weit besser eignet als die eines gewöhnlichen Diamagnets. Doch bedarf es einer besonderen Einrichtung, um reine Wirkungen einer solchen elektrodiamagnetischen Kraft darzustellen und den Einfluss des galvanischen

Stromes dabei ganz zu beseitigen. Ich will hier nun zuerst die Einrichtung beschreiben, mit der ich die reine Wirkung eines Elektrodiamagnets dargestellt und die Grösse seiner Kraft mit der eines Elektromagnets verglichen habe; sodann werde ich die Resultate der damit gemachten Versuche folgen lassen.

2.

ELEKTRO-DIAMAGNETISCHER MESSAPPARAT.

Es sollte die Wirkung beobachtet werden, welche ein Elektrodiamagnet auf eine in einiger Entfernung davon aufgestellte Magnetnadel ausübt. Es ist schon oben bemerkt worden, wie klein die Wirkung sei, welche man von der von einem diamagnetischen Körper auf eine gewöhnliche Magnetnadel ausgeübten Kraft zu erwarten habe, zumal wenn diese Nadel vom Diamagnete einige Zoll entfernt ist. Je kleiner die zu erwartende Wirkung war, desto feinere Methoden der Beobachtung mussten gebraucht werden. Es wurde daher ein kleines Magnetometer angewendet, dessen Nadel 100 Millimeter lang und mit Spiegel versehen war, um nach der Gauss'schen Methode mit Fernrohr und Skala beobachtet zu werden. Es liessen sich damit Ablenkungen der Nadel von einzelnen Bogenminuten genau messen. Die Empfindlichkeit einer solchen Nadel hängt, wie bekannt, von der Grösse der horizontalen Richtkraft ab, die der Erdmagnetismus auf sie ausübt. Die Schwingungsdauer der Nadel betrug bei ungeschwächter Richtkraft des Erdmagnetismus 7,687 Secunden; nun wurde aber diese Richtkraft, um die Empfindlichkeit zu steigern, so vermindert, dass die Schwingungsdauer auf 18,45 Secunden wuchs, was auf sehr einfache Weise durch einen starken Magnetstab Taf. III, Fig. 4 *SN* bewirkt wurde, welcher, mit verkehrten Polen, in der Richtung der Nadel *NS* in angemessener Entfernung fest aufgestellt wurde. Durch eine kleine Verrückung dieses Magnetstabes konnte die Empfindlichkeit der Nadel ganz beliebig regulirt werden; doch wird durch zu grosse Empfindlichkeit die Präcision der Beobachtung leicht gefährdet. Ausserdem ergab sich, dass der oben angegebene Grad der Empfindlichkeit genügte. Übrigens war die Nadel mit einem kupfernen Dämpfer versehen, welcher eine Abnahme der Schwingungsbögen in dem Verhältnisse von 3 : 2 bewirkte, oder genauer das *decrementum logarithmicum* war

$$= 0{,}17887.$$

Von dieser Beschreibung des magnetischen Messapparates gehen wir zur Darstellung des Elektrodiamagnets selbst und seiner Aufstellung über. Der Elektrodiamagnet bestand erstens aus zwei gleichen Wismuthcylindern, 92 Millimeter lang, 16 Millimeter dick, beide zusammen 343,500 Milligramm schwer, welche, wie Fig. 3. *aa* darstellt, in

Digitized by Google

verticaler Stellung und 100 Millimeter Abstand fest mit einander verbunden waren und durch eine einfache Hebelvorrichtung höher oder tiefer gestellt werden konnten; zweitens aus zwei spiralförmig aufgewundenen kupfernen Leitungsdrähten. Jede dieser Spiralen war 190 Millimeter lang, hatte 17 Millimeter inneren Durchmesser und bestand aus 4 Lagen, jede Lage aus 146 Umwindungen. Sie waren vertical wie Säulen, 100 Millimeter von einander, auf einem Statif befestigt und ihre Drähte so mit einander verbunden, dass ein Strom, welcher von der einen zur andern ging, sie in entgegengesetztem Sinne durchlief. Beide Wismuthcylinder konnten zugleich in diese beiden Spiralen herabgelassen werden und wurden dann durch den galvanischen Strom in Elektrodiamagnete verwandelt, deren einer seinen Nordpol nach oben, der andere nach unten kehrte. Zur Darstellung des Stromes dienten 6 Grove'sche Becher.

Diese beiden Spiralen wurden nun so aufgestellt, dass eine durch die Nadel gelegte Horizontalebene sie halbirte; das Südende *S* der Nadel schwebte genau in der Mitte zwischen beiden Spiralen. Fig. 4 stellt die gegenseitige Lage der Nadel *NS* und der beiden Spiralen um *aa* im horizontalen Durchschnitte dar. Die beiden Wismuthcylinder wurden entweder in den Spiralen so tief herabgesenkt, dass ihr oberes Ende bis zum Niveau der Nadel herauf-, oder sie wurden so hoch gehoben, dass ihr unteres Ende bis zum Niveau der Nadel herabreichte.

Die Gründe dieser Einrichtung sind folgende. Es kam erstens darauf an, dass der galvanische Strom, welcher durch beide Spiralen ging, gar keine Wirkung unmittelbar auf die Nadel ausübte, trotz seiner Stärke und Nähe und trotz der Empfindlichkeit der Nadel. Durch die symmetrische Stellung der beiden Spiralen halb über halb unter der Horizontalebene der Nadel wurde die Ablenkung aufgehoben; durch die gleiche Entfernung der beiden Spiralen von der Nadel und durch die entgegengesetzte Richtung ihres Stromes wurde auch die senkrechte Kraft aufgehoben, welche sonst die Nadel in verticale Schwankung setzen würde. Da aber eine vollkommene Symmetrie dieser Verhältnisse praktisch nicht erreichbar ist, so bedurfte es noch einer besondern Einrichtung, um die unvermeidlichen kleinen Abweichungen zu compensiren. Dazu diente ein dritter Leitungsdraht, welcher in 18 Windungen um einen viereckigen Rahmen *M* gewunden war und in die Kette eingeschaltet wurde. Dieser Rahmen war 244 Millimeter lang, 146 Millimeter hoch und wurde vertical in der Ebene der Nadel aufgestellt. Derselbe Strom, welcher durch die beiden Spiralen ging, übte, indem er auch diesen dritten Draht durchlief, ein Drehungsmoment auf die Nadel aus, welches durch Näherung oder Entfernung des Rahmens leicht vergrössert oder verkleinert werden konnte, bis die beabsichtigte Compensation vollkommen erreicht war.

Zweitens kam es darauf an, dass die beiden Wismuthcylinder abwechselnd in die untere Stellung, wo ihre oberen Enden stärker auf die Nadel wirkten, und in die

Digitized by Google

obere Stellung, wo ihre unteren Enden stärker wirkten, gebracht werden konnten, ohne dass die Stärke ihres Diamagnetismus sich änderte und ohne dass durch diese Bewegung im Wismuth als Leiter ein Strom inducirt wurde. Hierbei trat nun der Vorzug des Elektrodiamagnets vor einem gewöhnlichen hervor. Denn der gewöhnliche, durch die Nähe eines Magnetpols hervorgebrachte, Diamagnetismus ändert sich mit jeder Verrückung seines Trägers, und zugleich werden dabei in diesem Träger, wenn er ein Leiter ist, stets Ströme inducirt. Ganz anders verhält es sich mit einem Elektrodiamagnete, wo der diamagnetische Wismuthcylinder von allen Seiten von der galvanischen Spirale umschlossen ist. Ist diese Spirale gleichförmig gewunden und so lang, dass der Wismuthcylinder stets von den Enden der Spirale entfernt bleibt, so ergiebt sich die elektromagnetische Kraft der Spirale für alle Theile des Raumes, in denen der Wismuthcylinder sich befindet, nach bekannten elektromagnetischen Gesetzen, nahe constant, und der Wismuthcylinder kann also in dem mittleren Raume der Spirale hin und her geschoben werden; ohne dass sein Diamagnetismus verändert, und ohne dass galvanische Ströme in demselben als Leiter inducirt werden. Dazu kommt noch, dass die ganze Wismuthmasse darin gleichmässig diamagnetisirt wird, welches bei der gewöhnlichen, durch die Nähe eines Magnetpols hervorgebrachten Diamagnetisirung nicht der Fall ist, weil hier diejenigen Theile, welche dem Pole am nächsten liegen, weit stärker werden, als die entfernteren, ein Umstand, welcher alle Maassbestimmungen verhindert.

Fand nun bei der beschriebenen Aufhebung kein directer Einfluss des Stromes auf die Nadel statt, und wurde in den Wismuthcylindern als Leitern bei ihrer Auf- und Abschiebung kein Strom inducirt, so musste die Ablenkung der Nadel, welche beobachtet wurde, als eine reine Wirkung der diamagnetischen Kraft der Wismuthstäbe betrachtet werden, und diese Ablenkung musste nach dem Gesetze der diamagnetischen Polarität positiv oder negativ sein, je nachdem die Wismuthstäbe ihre untere oder obere Stellung in den Drahtspiralen erhielten. Es ergiebt sich daraus der für die schärfere Beobachtung günstige Umstand, dass sich diese Ablenkung durch Multiplication verstärken lässt, indem man die Stellung der Wismuthstäbe immer in dem Augenblicke wechselt, wo die Nadel das Ende ihres Schwingungsbogens erreicht, so lange, bis endlich durch die Wirkung des Dämpfers, womit die Nadel versehen ist, ihr Schwingungsbogen während jeder Schwingung um eben so viel abnimmt, als er durch die diamagnetische Wirkung der Wismuthstäbe zunimmt. Der zugehörige Grenzwerth lässt sich aus allen nach einander beobachteten Schwingungsbögen mit grosser Schärfe berechnen und kann bei bekannter Dämpfung als Maass der Stärke des Elektrodiamagnetismus der Wismuthstäbe dienen.

Setzt man alsdann für die Wismuthstäbe einen Eisencylinder von gleicher

Länge und wiederholt damit die nämlichen Versuche, so gelangt man zu einer Vergleichung der Stärke eines Elektrodiamagnets mit der eines Elektromagnets. Nur leuchtet ein, dass man bei der grossen Empfindlichkeit des Apparates die Wirkung des Elektromagnets dadurch möglichst schwächen muss, dass man einen sehr dünnen Eisenstab gebraucht. Bei den folgenden Versuchen war der Eisenstab so dünn, dass sein Gewicht nur den 59200sten Theil von dem Gewichte der beiden Wismuthstäbe betrug, und auch dann ergab sich seine Wirkung noch viel stärker, als die der beiden Wismuthstäbe zusammen.

Endlich kam es drittens bei diesen Versuchen hauptsächlich noch darauf an, die Richtung der Ablenkung für jede Stellung der Wismuthstäbe zu bestimmen und mit der Richtung zu vergleichen, welche die Ablenkung bei gleicher Stellung des Eisenstäbchens hatte. Es wurde daher die Stellung der Stäbe für jede Schwingungsdauer bei den Beobachtungen bemerkt. Es ergab sich stets, wie die folgenden Versuche zeigen, dass die Ablenkung der Nadel, bei gleicher Stellung der Wismuth- und Eisenstäbe, in entgegengesetzter Richtung erfolgte, dass also, wie für gewöhnliche Diamagnete aus anderen Wirkungen schon bekannt ist, auch bei Elektrodiamagneten das nördliche und südliche magnetische Fluidum, unter gleichen Stromverhältnissen, auf entgegengesetzte Weise wie bei Elektromagneten vertheilt gedacht werden muss, was eben durch diese Versuche bewiesen werden sollte.

3.

VERSUCHE UND MESSUNGEN.

Die mit dem beschriebenen Apparate angestellten Versuche und Messungen sind von verschiedenen Beobachtern gemacht worden, um die Unsicherheit zu beseitigen, der bei so schwachen Wirkungen ein einzelner Beobachter leichter ausgesetzt erscheinen könnte. Ausser mir haben folgende Herren die Güte gehabt, dieselben Messungen an verschiedenen Tagen zu wiederholen, nämlich Professor Listing, Professor Sartorius von Waltershausen, Dr. von Quintus Icilius und Dr. Riemann. Ich werde beispielsweise statt des Protocolls meiner eigenen Messungen das Protocoll der von Herrn Professor Listing sehr sorgfältig gemachten Messungen hier vollständig mittheilen, indem ich nur bemerke, dass die meinigen sowohl wie alle anderen sämmtlich damit nahe übereinstimmen.

Digitized by Google

Göttingen 1851. Juni 21.

Beobachter: Herr Professor Listing.

Galvanischer Strom von 6 Grove'schen Platin-Zinkbechern.

1. Versuche mit den beiden Wismuthstäben.

Nr. der Schwingung	Stellung der Stäbe	Stand der Nadel am Anfange oder Ende jeder Schwingung	Ruhestand der Nadel	Schwingungsbogen der Nadel
		500,0		
1.	oben	467,0	487,6	— 40,0
2.	unten	513,9	488,3	— 50,4
3.	oben	459,9	488,3	— 56,3
4.	unten	518,5	489,2	— 58,5
5.	oben	460,0	487,3	— 55,2
6.	unten	512,0	489,3	— 46,5
7.	oben	471,1	484,9	∓ 29,7
8.	oben	489,7	487,3	± 7,0
9.	unten	494,2	489,3	— 8,9
10.	oben	480,9	488,9	— 15,6
11.	unten	498,9	492,7	— 30,0
12.	oben	457,0	483,1	— 50,4
13.	unten	516,0	487,2	— 57,8
14.	oben	459,3	484,2	— 50,9
15.	unten	504,4	487,6	∓ 35,6
16.	unten	478,3	483,1	± 12,4
17.	oben	476,9	485,6	— 14,7
18.	unten	504,9	485,7	— 36,6
19.	oben	459,6	480,6	— 42,6
20.	unten	499,4	479,6	— 39,6
21.	oben	460,1	481,1	— 46,6
22.	unten	513,9	488,2	— 51,7
23.	oben	464,2	486,8	— 45,9
24.	unten	506,2	480,0	— 50,6
25.	oben	446,9	474,1	— 55,2
26.	unten	498,0	476,4	∓ 44,5
27.	unten	460,0	465,6	± 15,5
28.	oben	453,1	462,5	— 16,8
29.	unten	479,8	464,6	— 29,8
30.	oben	446,9	467,8	— 40,3
31.	unten	494,6	471,8	— 46,0
32.	oben	450,4	471,3	— 42,2
33.	unten	490,5	468,2	— 44,0
34.	oben	442,6		

Digitized by Google

2. Versuche mit einem Eisenstäbchen.

Um bei der Empfindlichkeit der Nadel die Wirkung des Eisens zu vermindern, wurde nur ein einfaches Stäbchen gebraucht und damit zwei Versuchsreihen gemacht, wobei das Stäbchen erst in der einen, dann in der andern Spirale auf- und abgeschoben wurde. Das Eisenstäbchen wog, bei gleicher Länge mit den Wismuthstäben, nur 5,8 Milligramm, d. i. 59200 Mal weniger als die beiden Wismuthstäbe zusammen. Dennoch war die Wirkung so stark, dass die Ablenkung nur ohne Multiplication einfach gemessen werden konnte.

Nr.	Erste Reihe.			
	Stellung des Eisenstäbchens	Elongationen der Nadel	Ruhestand der Nadel	Mittel
1.	unten	428,1 215,2 362,8 261,0	300,4 303,8 301,7	302,0
2.	oben	451,2 652,0 515,0 609,9 544,4	571,7 569,8 571,9 570,6	571,0
3.	unten	435,5 206,7 364,7 254,6 336,9	298,2 301,5 298,6 304,0	300,6
4.	oben	503,2 598,0 536,9	560,1 561,3	560,7

Digitized by Google

Nr.	Zweite Reihe.			
	Stellung des Eisenstäbchens	Elongationen der Nadel	Ruhestand der Nadel	Mittel
1.	oben	524,0 590,5 549,3	563,9 565,8	564,9
2.	unten	227,4 387,1 275,4 357,9	323,2 320,1 324,9	322,7
3.	oben	450,9 661,8 525,3 600,0	577,4 579,9 570,1	575,8
4.	unten	217,8 392,2 270,0 349,4	322,4 318,9 317,6	319,6
5	oben	439,7 638,8 495,8 595,0	559,2 553,0 555,3	555,8

Es ist hierbei noch zu bemerken, dass die Intensität des von 6 Grove'schen Bechern hervorgebrachten Stromes mit einer Tangentenboussole, deren Ring 211 Millimeter Durchmesser hatte, gemessen wurde. Der Strom lenkte die Boussole um 28° 21′ ab, wonach die Intensität des Stromes (den horizontalen Theil der erdmagnetischen Kraft = 1,8 gesetzt) gefunden wird

$$= 105{,}5 \cdot \frac{1{,}8}{2\pi} \cdot \text{tang } 28^0\,21' = 16{,}31.$$

Digitized by Google

4.

BERECHNUNG DER VERSUCHE.

In der Tafel der mit den beiden Wismuthstäben gemachten Versuche sind die Nadelstände, wie sie am Anfange und Ende jeder Schwingung beobachtet worden sind, in der dritten Columne angegeben. Aus je drei von diesen unmittelbar beobachteten Nadelständen sind in der vierten und fünften Columne der entsprechende Ruhestand und Schwingungsbogen mit Rücksicht auf die Dämpfung berechnet. Ein positives Vorzeichen vor dem Schwingungsbogen bedeutet, dass die Nadel bei der oberen Stellung der Wismuthstäbe von kleineren auf grössere, oder bei der unteren Stellung von grösseren auf kleinere Skalentheile ging; das Umgekehrte gilt für das negative Vorzeichen. Nachdem die Stellung der Wismuthstäbe mehrmals regelmässig am Ende jeder Schwingung gewechselt worden war und der Schwingungsbogen seinen Grenzwerth fast erreicht hatte, wurde eine Unterbrechung dadurch hervorgebracht, dass die Stellung der Wismuthstäbe während zweier Schwingungen unverändert gelassen, darauf aber wieder regelmässig gewechselt wurde. Der negative Schwingungsbogen wurde dadurch in einen positiven verwandelt, der aber schnell bis auf Null abnahm und sehr bald wieder in einen negativen überging, wodurch die Richtung der von den Wismuthstäben hervorgebrachten Ablenkung am augenscheinlichsten hervortrat. — Zählt man die Schwingungsbögen von demjenigen an, welcher der Null am nächsten ist, so lassen sich die beobachteten dem Grenzwerthe am nächsten kommenden Werthe mit Hülfe des bekannten *decrementum logarithmicum* leicht auf den Grenzwerth reduciren, und daraus ein genauerer Mittelwerth des letzteren finden. In dem vorliegenden Falle, wo das *decrementum logarithmicum* nahe $= \log \frac{1}{2}$ war, genügt es, den Werth des $n$ten Schwingungsbogens mit $(1 - (\frac{1}{2})^n)$ zu dividiren, oder genauer, weil das *decrementum logarithmicum* $= 0{,}17887$ war, mit $(1 - 0{,}6624^n)$. Hiernach ergeben sich folgende reducirte Werthe.

Nr.	beobachtet	reducirt	Mittel.
1.	— 40,0	— 63,4	
2.	— 50,4	— 66,6	
3.	— 56,3	— 67,1	— 61,8
4.	— 58,5	— 65,5	
5.	— 55,2	— 59,4	
6.	— 46,5	— 48,8	
11.	— 30,0	— 47,5	
12.	— 50,4	— 66,6	— 59,8
13.	— 57,8	— 68,5	
14.	— 50,9	— 56,8	
19.	— 42,6	— 67,5	
20.	— 39,6	— 52,3	
21.	— 46,6	— 55,5	
22.	— 51,7	— 57,9	— 56,1
23.	— 45,9	— 49,4	
24.	— 50,6	— 53,1	
25.	— 55,2	— 57,0	
30.	— 40,3	— 63,9	
31.	— 46,0	— 60,2	— 55,8
32.	— 42,2	— 50,0	
33.	— 44,0	— 49,3	

Aus allen Beobachtungen zusammen ergiebt sich also der gesuchte Grenzwerth

$$x = -58{,}4.$$

Das negative Vorzeichen bedeutet, dass die Nadel bei der unteren Stellung der Wismuthstäbe auf grössere, bei der oberen auf kleinere Skalentheile getrieben wurde. Bei diesen nach der Methode der Multiplication gemachten Versuchen ergiebt sich nun ferner aus dem gefundenen Grenzwerthe der Schwingungsbögen $= x$, nach der in der vorigen Abhandlung von mir gegebenen Regel, die dem Gleichgewichte der Nadel entsprechende Ablenkung E

$$E = \frac{x}{2} \cdot \frac{1 - e^{-\lambda}}{1 + e^{-\lambda}},$$

worin $\log e^{\lambda}$ das logarithmische Decrement bezeichnet, also $\log e^{\lambda} = 0{,}17887$ ist. Hieraus ergiebt sich die dem Gleichgewichte der Nadel entsprechende Ablenkung

$$E = -5{,}93.$$

Digitized by Google

Aus den mit dem Eisenstäbchen ohne Multiplication gemachten Versuchen haben sich abwechselnd für die obere und für die untere Stellung folgende Ruhestände der Nadel ergeben:

	erste Reihe	zweite Reihe
oben	—	564,9
unten	302,0	322,7
oben	571,0	575,8
unten	300,6	319,6
oben	560,7	555,8

Hieraus ergeben sich unmittelbar die Werthe der Ablenkung E:

erste Reihe	zweite Reihe
+ 134,50	+ 121,10
+ 135,20	+ 126,55
+ 130,05	+ 128,10
	+ 118,10

also im Mittel aus beiden Reihen die Ablenkung

$$E = + 128{,}4.$$

Das positive Vorzeichen bedeutet, dass die Nadel bei der unteren Stellung des Eisenstäbchens auf kleinere, bei der oberen auf grössere Skalentheile getrieben wurde, d. i. gerade umgekehrt wie bei den Wismuthstäben.

Das Moment des Magnetismus des Eisenstäbchens verhält sich hiernach zum Momente des Diamagnetismus der beiden Wismuthstäbe, wie

$$+ 128{,}4 : - 5{,}93,$$

d. h. das Moment des Eisens ist dem 21,7fachen des Wismuths entgegengesetzt gleich, ungeachtet die Masse des Eisens 59200 Mal kleiner war. Hiernach würde also, auf gleiche Massen reducirt, der Diamagnetismus des Wismuths 1285000 Mal kleiner zu setzen sein, als der Magnetismus des Eisens.

Aus einer eben solchen von Herrn Professor Sartorius von Waltershausen ausgeführten Versuchsreihe hatte sich der Grenzwerth

$$x = - 48{,}2,$$

aus einer dritten von Herrn Dr. von Quintus Icilius gemachten,

$$x = - 47{,}3,$$

aus einer vierten von Herrn Dr. Riemann gemachten,

$$x = - 45{,}0,$$

Digitized by Google

aus der von mir gemachten

$$x = -55{,}8$$

ergeben. Im Mittel aus allen diesen Versuchen ist also

$$x = -50{,}9$$

$$E = -5{,}17$$

und hiernach ist der Diamagnetismus des Wismuths 1470000 Mal kleiner zu setzen, als der Magnetismus des Eisens.

Die obigen Versuche genügen, um dadurch den Elektrodiamagnetismus des Wismuths nachzuweisen. Die für seine Stärke daraus abgeleitete Bestimmung kann nun zwar, wie man leicht übersieht, nur als eine ungefähre betrachtet werden; es reicht aber eine solche ungefähre Bestimmung hin, um als ein fester Stützpunkt bei der folgenden Untersuchung über diamagnetische Induction galvanischer Ströme gebraucht zu werden.

Digitized by Google

VERSUCHE

ÜBER DIE

ABSTOSSENDE WIRKUNG EINES MAGNETPOLES

AUF

UNMAGNETISCHE KÖRPER

VON

F. REICH.

[1847.]

Ergänzung zu Seite 79.

[Berichte der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Oeffentliche Sitzung am 18. Mai 1847. Bd. I. p. 251—255.]

Die Abstossung, welche nach Faraday's vor Kurzem angestellten Beobachtungen zwischen einem Magnetpole und jedem des Magnetismus nicht fähigen (diamagnetischen) Körper, wie es scheint mit Ausnahme der Luft, stattfindet, scheint mir eine so überraschende und neue Kraftäusserung, dass vielleicht einige Beobachtungen darüber der Erwähnung nicht unwerth sind, wenn sie auch nur das von Faraday Gefundene bestätigen, aber diese Abstossung leichter und unmittelbarer wahrnehmen liessen.

Das Mittel zu diesen Beobachtungen gewährte mir die zu Bestimmung der mittleren Dichtigkeit der Erde aufgestellte Drehwaage. An einem starken, eisernen, an einer massiven Mauer befestigten Arme hängt vermittelst eines Kupferdrahtes ein horizontaler hölzerner Arm von 2 Meter Länge und an jedem Ende desselben mittelst feiner Drähte eine Metallkugel. Das Ganze ist in einem hölzernen Gehäuse, das aber nirgends mit der Drehwaage in Berührung ist, eingeschlossen. Der Arm trägt einen Spiegel, in welchem mit einem Fernrohre an einer entfernten Skale die Stellung des Armes beobachtet wird.

Digitized by Google

Die Kraft, welche dazu gehört, um den Arm um eine gewisse Grösse von seiner Ruhelage abzulenken, ergiebt sich aus Folgendem, woraus auch die sehr grosse Empfindlichkeit des Apparates hervorgeht.

Die auf den Mittelpunkt einer der beiden Kugeln reducirte Masse des ganzen beweglichen Theiles der Drehwaage ist $= q = 1031560$ Milligrammen. Die Entfernung des Mittelpunktes einer Kugel von der Umdrehungsaxe ist $= r = 10005$ Millimeter. Die horizontale Entfernung des Spiegels von der in Millimeter getheilten Skale ist $= \mu = 42527$ Millimeter; setzt man daher die Ablenkung der Kugel von ihrer Ruhelage $= A$ Millimeter;

die dieser Ablenkung entsprechende Anzahl von Skalentheilen $= B$ Millimeter;

so ist
$$A = \frac{r}{2\mu} B = \frac{10005}{85654} B$$

und die Kraft, welche die Kugel um A Millimeter bei einer Schwingungsdauer $= N$ von der Ruhelage ablenkt,
$$\frac{q \cdot A}{N^2 l} = \frac{r \cdot q \cdot B}{2\mu \cdot N^2 \cdot l}.$$

Wenn der Arm ohne äussere Einwirkung auf die Kugeln schwingt, so ist N ziemlich $= 350$ Sekunden, was eine ablenkende Kraft von $0{,}00098956\ B$ Milligrammen giebt. Es wird aber B bis auf Zehntel, also die Kraft bis auf 0,0001 Milligramme geschätzt.

Zuerst versuchte ich die Einwirkung von Magneten auf eine der zu den Dichtigkeitsbestimmungen gebrauchten Kugeln, die aus Zinn mit 10 Procent Wismuth und etwa 2 Procent Blei bestehen. Dem Gehäuse horizontal neben einer Kugel genäherte Magnetstäbe brachten eine sehr deutliche Abstossung hervor, und zwar sowohl wenn der Nord-, als auch wenn der Südpol genähert wurde. — *Wenn man aber von mehreren gleichen Stäben die Hälfte mit dem Nord- und die Hälfte mit dem Südpole näherte, so war keine oder nur eine unbedeutende, von der Ungleichheit der angewendeten Magnete herrührende, Wirkung wahrzunehmen. Eben so unwirksam war ein mit beiden Polen genäherter Hufeisenmagnet.* — Ein vierpfündiger Magnetstab, zu einem Magnetometer gehörig, wurde bis an's Gehäuse der südlichen Kugel gegenüber von Ost genähert. Der Arm stand vorher auf 41,50 der Skale; — der genäherte Nordpol brachte ihn auf 53,14; der Südpol dann auf 55,45 und der Nordpol wieder auf 54,05. Nach entfernten Magneten erhielt man die Ruhelage 42,80. Nimmt man aus der ersten und letzten Ruhelage bei entfernten Magneten, eben so bei genähertem Nordpol das Mittel, so erhält man

Abstossung durch den Nordpol 11,445 Skalentheile,

„ „ „ Südpol 13,300 „

Die Differenz mag in unsymmetrischer Vertheilung des Magnetismus in dem Stabe ihren Grund haben.

Digitized by Google

Bekanntlich ist die abstossende Wirkung eines Magneten auf Wismuth wahrgenommen worden; ich liess mir deshalb eine Kugel aus reinem Wismuth von demselben Gewichte machen und hing sie an die Stelle der bisher gebrauchten am Südende des Armes der Drehwaage auf.

Es wurde die Ruhelage des Armes beobachtet bei

entferntem Magneten vorher 11,200
nachher 9,775
im Mittel 10,488 mit 350,5″ Schwingungsdauer

der Nordpol
bis zum Gehäuse genähert 69,250 mit 280,8″ Schwingungsdauer
um 10mm entfernt 43,670 „ 307,4″ „
„ 30mm „ 21,205 „ 333,7″ „

Das giebt

Entfernung der Ruhelage von dem Nullpunkt		Beobachtete Abstossung		Entfernung des Magnetpoles von dem Mittelpunkte der Wirkung in der Kugel mm	Schwingungs-dauer	Abstossende Kraft mg	
Skalentheile	mm	Skalentheile B	mm A		Sekunden	Beobachtet	Berechnet
10,488	1,2223	0	0	∞	350,5	0	0
69,250	8,0879	58,762	6,8666	x + 8,0889	280,8	0,09038	0,09038
43,670	5,1010	33,182	3,8787	x + 15,1010	307,4	0,04260	0,04084
21,205	2,4769	10,717	1,2546	x + 32,4769	333,7	0,01169	0,01042

Die letzte Columne ist unter der Annahme berechnet, dass x, d. h. die Entfernung des an dem Gehäuse anliegenden Magnetpoles von dem Mittelpunkte der Wirkung in der Kugel für den Stand des Armes auf dem Nullpunkte, $= 15{,}04^{mm}$ sei, — und dass die abstossende Kraft im umgekehrten Verhältnisse der dritten Potenz der Entfernung wirke. Die Differenzen übersteigen die möglichen Beobachtungsfehler nicht.

Mit der Entfernung 15mm von der Oberfläche des Gehäuses erreicht man aber beim Stand des Armes auf 0 der Skale kaum die Oberfläche der Kugel, was dahin deuten würde, dass die Hauptwirkung auf die zunächstliegende Oberfläche der Kugel stattfindet.

Eine zweite Beobachtung gab für

									mm
den	am	Gehäuse	anliegenden	Magnet	eine	Abstossung	von		7,388
„	um	10mm	v. Geh.	entfernten	„	„	„	„	4,365
„	„	20mm	„	„	„	„	„	„	2,641
„	„	30mm	„	„	„	„	„	„	1,628
„	„	40mm	„	„	„	„	„	„	0,856

Digitized by Google

Da jedoch die gleichzeitigen Schwingungszeiten nicht beobachtet wurden, so lässt sich daraus die jedes Mal wirkende abstossende Kraft nicht berechnen. Dass übrigens dieses Mal die Wirkung grösser gefunden wurde, erklärt sich daraus, dass die Ruhelage des Armes bei entferntem Magneten im Mittel bei 0,994 der Skale war, anstatt dass sie bei der ersten Versuchsreihe bei 10,488 beobachtet wurde, so dass also die Entfernungen dieses Mal kleiner waren als das erste Mal.

Eine dritte Versuchsreihe wurde vorgenommen, nachdem die Wismuthkugel an das Nordende des Armes gehängt worden war; hier näherte sich dieselbe dem Gehäuse weniger als vorher auf der Südseite, wie sich auch im Folgenden aus der Bestimmung von x ergiebt.

Die Beobachtungen gaben unmittelbar

	Ruhelage in Skalentheilen	Schwingungsdauer Sekunden
Bei entferntem Magneten	72,6229	349,46
Magnet bis zum Gehäuse genähert	33,2583	301,59
„ um 10^{mm} entfernt	50,1167	323,75
„ „ 20^{mm} „	58,46875	336,56
„ „ 30^{mm} „	63,73125	342,44

Daraus erhält man

Entfernung der Ruhelage von dem Stand auf 100		Beobachtete Abstossung		Entfernung des Magnetpoles von dem Mittelpunkte der Wirkung in der Kugel mm	Schwingungsdauer	Abstossende Kraft mg	
Skalentheile	mm	Skalentheile B	mm A		Sekunden	Beobachtet	Berechnet
27,3771	3,1978	0	0	∞	349,46	0	0
66,7417	7,7959	39,5646	4,5981	$x + 7,7959$	301,59	0,05246	0,05246
49,8833	5,8267	22,5062	2,6289	$x + 15,8267$	323,75	0,02603	0,02719
41,53125	4,8511	14,15415	1,6533	$x + 24,8511$	336,56	0,01515	0,01494
36,26875	4,2364	8,89165	1,0386	$x + 34,2364$	342,44	0,00919	0,00890

Die drei letzten Werthe der letzten Columnen sind aus dem zweiten mit der Annahme berechnet, dass $x = 25^{mm}$, und die Wirkung umgekehrt wie die dritte Potenz der Entfernung sich verhalte. — Mit dieser Annahme trifft man immer wieder ungefähr auf die Oberfläche der Wismuthkugel.

Obwohl die berechneten Werthe genügend mit der Beobachtung übereinstimmen, halte ich doch die Versuche keineswegs für hinreichend, die beiden daraus zu folgernden Sätze, dass

1) die abstossende Wirkung vorzugsweise auf die zugewendete Oberfläche des diamagnetischen Körpers wirke, und

Digitized by Google

2) dass diese Abstossung abnehme wie die dritte Potenz der Entfernung des Magnetpols zunimmt

darauf zu gründen. Einmal sind die Versuche nicht zahlreich genug und bedürfen noch abgeänderter Wiederholungen. Dann aber ist darauf aufmerksam zu machen, dass die Kugel in einem cylindrischen hölzernen Gehäuse sich befand, das inwendig und auswendig mit Staniol überkleidet ist. Liegt aber die Ursache der abstossenden Wirkung in einer Induction, vielleicht von elektrischen Strömen, welche der Magnetpol in oder auf der Kugel erregt, so ist sehr wahrscheinlich, dass er auch ähnliche Induction auf den Staniolüberzug oder auch das Holz des Gehäuses ausübt, dass aber dann diese wieder auf die Kugel wirkt und so die Gesammtwirkung complicirt.

Digitized by Google

ÜBER

DIE DIAMAGNETISCHE POLARITÄT

VON

J. C. POGGENDORFF.

[1847.]

Ergänzung zu Seite 80.

Vorgetragen in der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin am 16. December 1847.

[Vgl. Poggendorff's Annalen, Bd 73, Seite 175—479.]

Herr Professor Weber hat durch eine Reihe feiner Messungen dargethan, dass das Verhalten diamagnetischer Körper in der Nähe kräftiger Magnete auf einer ihnen von diesen eingeprägten, der magnetischen geradezu entgegengesetzten Polarität beruht, und darauf gestützt, hat er die Ansicht ausgesprochen, dass diese Polarität aus elektrischen, nach den bekannten Inductionsgesetzen hervorgerufenen Molecularströmen entspringe, — eine Ansicht, die zwar schon beiläufig von Faraday geäussert, aber nicht festgehalten und ausgebildet, sondern gegen die von einer indifferenten Repulsion vertauscht worden ist, wohl hauptsächlich deshalb, weil eine Kugel, so gut wie ein Stab aus Wismuth, der magnetischen Abstossung unterliegt, und weil andererseits zwei Wismuthstäbe, die gleichzeitig dem Einfluss eines kräftigen Magnets ausgesetzt sind, keine bisher nachweisbare Wirkung aufeinander üben.

Die Wichtigkeit der Frage, ob die Erscheinungen, welche die frei neben einem Magnet aufgehängten diamagnetischen Körper darbieten, auf einer indifferenten oder einer polaren Abstossung beruhen, gab Veranlassung mich zu bemühen, das vom Professor Weber gewonnene Resultat wo möglich ohne Messungen, durch einen einfachen, augenfällig

überzeugenden Versuch zu erlangen. Und dieses ist mir in der That vollkommen gelungen, sogar auf zweifache Weise.

Das erste Verfahren besteht darin, dass man einem Wismuthstäbchen, während es neben dem einen Pol, z. B. dem Nordpol, eines kräftigen Elektromagnets an einem Coconfaden in aequatorialer Lage hängt, von derselben Seite her den Südpol eines kleinen Stahlmagnets nähert. Bei einiger sich leicht ergebender Vorsicht kann man dann deutlich sehen, dass die dem elektromagnetischen Pol zugewandte Seite des Stäbchens vom Stahlmagnet angezogen wird*). Es ist gut, den Versuch an der vom Südpol des Elektromagnets abgewandten Seite anzustellen, damit dieser Pol den Pol des Stahlmagnets nicht schwäche oder gar umkehre. Statt des Stahlmagnets könnte man natürlich auch und wohl gar mit Vortheil einen kleinen Elektromagnet anwenden.

Noch überzeugender ist das zweite Verfahren, welches von dem ersten darin abweicht, dass man den Stahlmagnet durch einen galvanischen Strom ersetzt. Das Wismuthstäbchen wird zu dem Ende zwischen beiden Polen des Elektromagnets aufgehängt, und zwar innerhalb eines Drahtgewindes, dessen Windungen das Stäbchen, bei seiner aequatorialen Stellung, rechtwinklich umgeben würden. Ein Strom, der, ohne dass man den Elektromagnet in Thätigkeit gesetzt hat, durch dieses Drahtgewinde geleitet wird, wirkt nicht auf den Wismuthstab; so wie aber der Elektromagnet zur Wirksamkeit gelangt ist und den Stab in aequatoriale Lage gebracht hat, kann man letzteren durch den Strom aus dieser Lage ablenken, rechts und links, je nach der Richtung des Stromes, und zwar immer in dem Sinn, wie die Ablenkung erfolgen muss, wenn die Seiten des Stabes gleiche Polarität mit den ihnen zugewandten Magnetpolen besitzen. Die Wirkung ist im Ganzen schwach, aber unverkennbar. Am besten tritt sie hervor, wenn man den ablenkenden Strom pausenweise mehrmals hintereinander wirken lässt, entweder in Übereinstimmung oder in Widerspruch mit den kleinen zufälligen Schwingungen, welche der Stab schon besitzt. Man kann dann, nach Belieben, diese Schwingungen vergrössern oder vollkommen aufheben. Eben so verhält es sich mit Antimon und Phosphor.

Ein in aequatorialer Lage zwischen kräftigen Magnetpolen schwebender Stab von Wismuth oder ähnlichem Material ist also wirklich *transversal-magnetisch*, aber freilich im umgekehrten Sinn, wie der verewigte Seebeck es sich dachte.

Der angewandte Elektromagnet ist nur klein, ein runder, etwa 20 Millimeter dicker und 350 Millimeter langer, hufeisenförmig gebogener Eisenstab, dessen Schenkel 50 Millimeter

*) Aehnlich, aber freilich umgekehrt, verhält es sich mit Eisen. Hängt man einen Eisenstab über einen starken Magnet auf, so wird das z. B. über dem Nordpol schwebende Ende südpolar; nähert man nun diesem Ende den Südpol eines schwächeren Magnets, so stösst er dasselbe ab, während er es angezogen haben würde, wenn der starke Nordpol nicht vorhanden gewesen wäre. Der starke Magnetpol ruft in dem Eisenstab die magnetische Vertheilung hervor, der schwache wirkt auf diese, ohne wesentlich eine entgegengesetzte zu veranlassen.

Digitized by Google

auseinander stehen und mit vier Pfund Kupferdraht von 1,8 Millimeter Dicke auf aufgeschlitzten Messinghülsen zweckmässig umwickelt sind. Zu obigen Versuchen war er durch eine Batterie von drei meiner kleinen Grove'schen Becher angeregt, während ein vierter Becher der Art den Strom für das Drahtgewinde lieferte. Wie leicht ersichtlich, muss zwischen den beiden Kräften, nämlich der starken magnetischen, welche die diamagnetische Polarität hervorruft, und der galvanischen (oder schwachen magnetischen), die auf den polaren Stab ablenkend wirken soll, ein gewisses Verhältniss bestehen. Je grösser die erste, je grösser muss auch die letztere sein.

Professor Weber wurde zu seinen Untersuchungen hauptsächlich durch die Erfahrung des Professor Reich geleitet, dass ungleichnamige Magnetpole, von derselben Seite her einem aufgehängten Wismuthstäbchen genähert, nicht mit der Summe, sondern mit der Differenz ihrer Kräfte auf dasselbe wirken. (Vgl. S. 330.) Eine ähnliche Beobachtung hatte ich bereits früher gemacht. Wenn beide Pole eines Magnets indifferent auf einen Wismuthstab abstossend wirken, schloss ich, so ist kein Grund vorhanden, warum ein Magnet nur gerade mit seinen Polen auf denselben wirken soll; er muss mit seinem Indifferenzpunkt dieselbe, wo nicht gar eine stärkere Wirkung ausüben. Als ich indess ein Wismuthstäbchen neben der Biegung meines Elektromagnets aufhing und diesen in Thätigkeit versetzte, konnte ich nicht die allergeringste Wirkung wahrnehmen.

Zum Trost für alle diejenigen, welche nicht im Stande sind, sich so riesenhafte Beobachtungsmittel anzuschaffen, wie dem berühmten englischen Physiker zu Gebote standen, will ich hier die Bemerkung hinzufügen, dass man, wenn auch nicht alle, doch schon sehr viele der hauptsächlichsten Erscheinungen des neuen von ihm entdeckten Gebietes der Wissenschaft mit dem vorhin erwähnten Elektromagnet recht deutlich beobachten kann.

Ich rechne dahin den Magnetismus des Platins, Palladiums und Titans, den der Lösungen von Eisen, Nickel und Kobalt, den des gewöhnlichen Papiers, Holzes u. s. w.;

die Inductionsströme in Stäben von Kupfer, Silber u. s. w. beim Eintreten und Aufhören der Thätigkeit des Elektromagnets;

den Diamagnetismus des Wismuths, Antimons, Phosphors, Kupfers, Silbers, Zinns, Steinsalzes, Elfenbeins, Schellacks, Glases und vieler ähnlichen Substanzen;

den scheinbaren Diamagnetismus einer mit Nickel- oder Kobaltlösung gefüllten Glasröhre in Eisenlösung;

endlich den von Professor Plücker entdeckten Diamagnetismus der Krystalle und ähnlicher mit Gefüge versehener Körper, wenigstens an einer der Axe parallelen Kalkspathplatte und an Kügelchen aus Sonnenblumenmark.

Digitized by Google

Zu einigen dieser Erscheinungen braucht der Elektromagnet nur durch eine einzige Grove'sche Kette erregt zu werden, zu anderen sind deren drei oder vier erforderlich. Bei so schwachen Beobachtungsmitteln finde ich es besonders vortheilhaft, blos einen der Pole des Elektromagnets anzuwenden (für welchen Fall es auch gut ist, die ganze zur Verfügung stehende Drahtmasse auf den einen Schenkel zu wickeln) und die zu prüfenden Substanzen neben demselben aufzuhängen. Bringt man sie dann bei Erregung des Elektromagnets auch nicht gerade in eine aequatoriale Stellung, so sieht man doch sehr deutlich, welche abgestossen und welche angezogen werden, besonders wenn man das Ganze zur Abhaltung von Luftzug in ein Glasgehäuse gebracht hat, welches, der leichteren Manipulation wegen, an der rechten und linken Seite mit einer Thür versehen ist, und oben einen (auch horizontal) verschiebbaren Aufhängungsapparat besitzt.

Digitized by Google

ZURÜCKFÜHRUNG
DER
STROM-INTENSITÄTSMESSUNGEN
AUF MECHANISCHES MAASS

VON

R. KOHLRAUSCH UND WILHELM WEBER.

[1851.]

Ergänzung zu Seite 107.

Vgl. Abhandlung der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften Bd. V, S. 235—259 und S. 284—290. Artikel 6 bis 13 der Originalabhandlung.

6.

Bestimmung des Verhältnisses, nach welchem sich die Elektricität zwischen der inneren Belegung einer Leidener Flasche und einer grossen Kugel theilt, während die äussere Belegung der Flasche mit der Erde verbunden ist.

Die folgende Tafel giebt die Resultate zweier mit dem *Sinuselektrometer* ausgeführten Beobachtungsreihen über die Abnahme der Ladung einer Leidener Flasche durch Mittheilung an eine grosse ungeladene Kugel, welche mit dem Knopfe der Flasche berührt wurde, während die äussere Belegung der Flasche mit der Erde gut leitend verbunden war.

Die Leidener Flasche war vorher mit dem Sinuselektrometer durch einen Leitungsdraht verbunden worden, dessen Ende in einer kleinen, am Knopfe der Flasche angebrachten, Vertiefung lag. Dieses Ende des Leitungsdrahtes wurde, nachdem der Stand des Sinuselektrometers beobachtet worden, an einem seidenen Faden in die Höhe gehoben und darauf die grosse Kugel mit dem Knopfe der Flasche berührt, wobei die äussere

Digitized by Google

Belegung der Flasche mit der Erde immer in leitender Verbindung erhalten wurde. Bei 2-, 3-, 4maliger Berührung folgten die einzelnen Berührungen so schnell auf einander, als die jedesmal dazwischen auszuführende vollständige Entladung der grossen Kugel es gestattete. Wurde dann das Sinuselektrometer, welches in der Zwischenzeit nur einen geringen Verlust an die Luft erlitten hatte, durch den am seidenen Faden isolirt gehaltenen Leitungsdraht wieder mit der Flasche verbunden, so wurde die in Ruhe befindliche Elektrometernadel dadurch nur in sehr geringe Schwankung gebracht, weil die Flasche von ihrer Ladung durch Berührung der Kugel verhältnissmässig wenig verliert und weil dieser Verlust näherungsweise durch den verhältnissmässig noch geringeren Verlust an die Luft, welchen die Flasche im Vergleich mit dem Sinuselektrometer erleidet, ausgeglichen wird, woraus sich die Kürze der Zeit erklärt, in welcher, namentlich gegen das Ende jeder Versuchsreihe, die einzelnen Messungen bewerkstelligt werden konnten.

Genaue Zeitbestimmungen für die Augenblicke aller einzelnen Berührungen liessen sich nicht machen, und es beruhen daher die Angaben, welche die folgende Tafel darüber enthält, auf blosser Schätzung, die jedoch auf 1—2 Secunden als zuverlässig betrachtet werden darf, eine Genauigkeit, die hierbei vollkommen genügte. Beide Reihen wurden am 2. April 1854 im physikalischen Institut in Göttingen gemacht.

	Erste Reihe.		
Nr.	Zeit	Sinuselektrometer Ablenkung der Nadel	n
1.	$8^h\,49'\,54''$	$32°\,36{,}2$	
2.	$50'\,0''$	(4malige Berührung)	1,0324
3.	$51'\,25''$	$24°\,13{,}7$	
4.	$53'\,46''$	$23°\,31{,}3$	
5.	$53'\,52''$	(4malige Berührung)	1,0299
6.	$54'\,42''$	$17°\,45{,}6$	
7.	$58'\,56''$	$14°\,49{,}3$	
8.	$59'\,2''$	(4malige Berührung)	1,0167
9.	$59'\,55''$	$12°\,47{,}6$	
10.	$9^h\,2'\,7''$	$12°\,34{,}3$	
11.	$2'\,13''$	(4malige Berührung)	1,0325
12.	$2'\,50''$	$9°\,41{,}7$	
13.	$4'\,12''$	$9°\,41{,}7$	
14.	$4'\,18''$	(4malige Berührung)	1,0355
15.	$4'\,53''$	$7°\,21{,}3$	
16.	$7'\,22''$	$7°\,30{,}2$	
17.	$7'\,28''$	(4malige Berührung)	1,0311
18.	$8'\,9''$	$5°\,51{,}2$	
19.	$10'\,7''$	$4°\,48{,}3$	
20.	$10'\,13''$	(4malige Berührung)	1,0305
21.	$10'\,51''$	$4°\,32{,}9$	

Digitized by Google

Zweite Reihe.

Nr.	Zeit	Sinuselektrometer Ablenkung der Nadel	n
1.	9^h 10′ 7″	46°30′5	
2.	41′57″	44° 9′0	
3.	42′ 0″	(1malige Berührung)	1,0330
4.	42′23″	40°23′9	
5.	44′ 0″	39°10′5	
6.	44′ 3″	(1malige Berührung)	1,0308
7.	44′23″	36°15′7	
8.	46′21″	35°11′7	
9.	46′27″	(1malige Berührung)	1,0379
10.	46′51″	32°24′6	
11.	48′24″	32°46′6	
12.	48′27″	(1malige Berührung)	1,0490
13.	48′51″	29°21′1	
14.	51′41″	28°31′0	
15.	51′44″	(1malige Berührung)	1,0390
16.	52′ 9″	26°14′2	
17.	52′52″	26°14′2	
18.	52′55″	(1malige Berührung)	1,0375
19.	53′25″	24°14′7	
20.	58′30″	19°41′9	
21.	58′33″	(1malige Berührung)	1,0303
22.	59′ 1″	18°27′6	
23.	10^h 5′52″	17°42′6	
24.	5′56″	(2malige Berührung)	1,0328
25.	6′28″	15°30′1	
26.	7′14″	15°30′1	
27.	7′19″	(3malige Berührung)	1,0338
28.	7′45″	12°38′7	
29.	10′13″	12°38′7	
30.	10′19″	(4malige Berührung)	1,0315
31.	11′27″	9°50′0	
32.	12′44″	9°50′0	
33.	12′50″	(4malige Berührung)	1,0292
34.	13′27″	7°47′8	

In dieser Tafel ist in der *letzten* Columne unter n das *Verhältniss* angegeben, in welchem die Ladung der Flasche vor der Berührung mit der Kugel zu der Ladung nach der Berührung stand, allemal für den Augenblick der Berührung aus den beiden unmittelbar vorher und nachher gemachten, in der *zweiten* und *dritten* Columne enthaltenen Beobachtungen nach folgender Regel berechnet:

$q_n q_n$ und $q_i q_i$ bezeichne den Sinus der beobachteten Ablenkung für die beiden vorhergegangenen Beobachtungszeiten,

Digitized by Google

$q'q'$ und $q''q''$ den Sinus der beobachteten Ablenkung für die beiden nachfolgenden Beobachtungszeiten,

$-t_{,,}$, $-t_{,}$, t', t'' die zugehörigen Beobachtungszeiten vom Augenblick der Berührung an gerechnet,

m die Zahl, wie oft die Berührung wiederholt wird;

so ist

$$n = \sqrt[m]{\frac{t''-t'}{t_{,,}-t_{,}} \cdot \frac{t_{,,}q_{,}-t_{,}q_{,,}}{t''q'-t'q''}} \cdot *)$$

Es sind nun zwar in diesen beiden Beobachtungsreihen einige Beobachtungen weniger gelungen, was bei dem Zusammenwirken dreier Beobachter fast unvermeidlich ist, und man könnte sich dadurch veranlasst finden, einige Werthe von n ganz zu

*) Aus den Beobachtungen der Ablenkung der Nadel in der dritten Columne und der Zeit in der zweiten Columne ergeben sich unmittelbar die Werthe von $q_{,,}$, $q_{,}$, q', q'' und die zugehörigen Werthe von $-t_{,,}$, $-t_{,}$, t', t'', aus denen die Werthe von q_0 und q^0 berechnet werden sollen, welche für den Augenblick unmittelbar vor und nach der Berührung gelten. Die angeführte Regel ergiebt sich auf folgende Weise:

1) Für die kurze Zeit der Versuche genügt es, den Verlust an die Luft der Zeit und der Ladung im Augenblicke der Beobachtung proportional anzunehmen, wonach man also für die vier auf den Augenblick der Berührung reducirten Beobachtungen folgende Werthe erhält:

$$(1-\alpha t_{,,})q_{,,}, \qquad (1-\alpha t_{,})q_{,}, \qquad (1+\alpha t')q', \qquad (1+\alpha t'')q''.$$

2) Fügt man jedem dieser Werthe den jedesmaligen Rückstand der Flasche hinzu, so müssen die beiden ersten, welche die *ganze Ladung vor der Berührung* darstellen, gleich sein, und eben so die beiden letzten, welche die *ganze Ladung nach der Berührung* darstellen; man erhält also, wenn man den Rückstand zur Zeit t mit r_t bezeichnet, die Gleichungen

$$(1-\alpha t_{,,})q_{,,}+r_{-t,,} = (1-\alpha t_{,})q_{,}+r_{-t,} = q_0+r_0$$
$$(1+\alpha t')q'+r_{t'} \quad = (1+\alpha t'')q''+r_{t''} = q^0+r^0$$

Es kann aber der Rückstand *vor* und *nach* der Berührung (siehe Art. 12) dargestellt werden durch

$$r_t = \delta(1-\varepsilon^{-\gamma(\vartheta+t)^\beta}) \cdot (q_0+r_0), \qquad r_t = \delta(1-\varepsilon^{-\gamma(\vartheta'+t)^\beta}) \cdot (q^0+r^0)$$

Im Augenblicke der Berührung bleibt der Rückstand unverändert, also $r_0 = r^0$. Hieraus ergiebt sich leicht, dass *für kleine Werthe von t vor* und *nach* der Berührung

$$r_t = r_0+at, \qquad r_t = r_0+a't$$

gesetzt werden kann, wo a und a' zwei aus den Beobachtungen zu bestimmende Coefficienten bezeichnen. — Durch Substitution dieser Werthe in obige Gleichungen, worin man zugleich αq_0 für $\alpha q_{,,}$ und $\alpha q_{,}$ setzen darf; und ebenso αq^0 für $\alpha q'$ und $\alpha q''$, erhält man:

$$q_0 = q_{,}-(a+\alpha q_0)t_{,} = q_{,,}-(a+\alpha q_0)t_{,,}$$
$$q^0 = q'+(a'+\alpha q^0)t' = q''+(a'+\alpha q^0)t''$$

folglich

$$q_0 = \frac{t_{,,}q_{,}-t_{,}q_{,,}}{t_{,,}-t_{,}} \qquad q^0 = \frac{t''q'-t'q''}{t''-t'}$$
$$n = \sqrt[m]{\frac{q_0}{q^0}} = \sqrt[m]{\frac{t''-t'}{t_{,,}-t'}} \cdot \frac{t_{,,}q_{,}-t_{,}q_{,,}}{t''q'-t'q''}.$$

Digitized by Google

verwerfen, z. B. die unter Nr. 8 in der ersten Reihe und unter Nr. 12, 15, 33 in der zweiten Reihe angeführten; es ergiebt sich aber, dass die Ausscheidung dieser Werthe auf die Bestimmung des Mittelwerthes von n keinen erheblichen Einfluss hat; denn man findet *mit* und *ohne* Ausscheidung den Mittelwerth

$$n = 1{,}03282\,, \qquad n = 1{,}03297\,.$$

Eine ähnliche mit derselben Flasche und Kugel früher in Marburg ausgeführte Beobachtungsreihe hatte folgenden Mittelwerth für das Verhältniss n ergeben:

$$n = 1{,}03263\,.$$

Hiernach soll nun künftig das gesuchte Verhältniss

$$n = 1{,}03276$$

angenommen werden. — Aus diesem Verhältnisse der Ladung der Flasche *vor* und *nach* Berührung der grossen Kugel ergiebt sich endlich auch *das Verhältniss der Theilung der Elektricität zwischen der Flasche und der grossen Kugel im Augenblicke ihrer Berührung*,

$$= 1 : 0{,}03276\,.$$

7.

Correspondirende Beobachtungen der Ablenkung der Tangentenboussole, welche von der durch den Multiplicator fliessenden Elektricitätsmenge E hervorgebracht wird, und der Torsion der Coulomb'schen Drehwaage, durch welche die beiden mit der Elektricitätsmenge e geladenen Kugeln in gleicher Entfernung wie die ungeladenen erhalten werden.

Zur besseren Veranschaulichung der schon Artikel 5 erwähnten Versuche diene die Fig. 5 Taf. III dargestellte Anordnung der dabei gebrauchten Instrumente.

Bei m ist die *Tangentenboussole* aufgestellt, deren Multiplicatordraht mit seinem einen Ende durch den Leitungsdraht l und eine daran gelöthete in nasser Erde vergrabene Platte E mit der Erde verbunden war, während er mit seinem andern Ende durch die Luft zu den langen mit Wasser gefüllten Uförmigen Glasröhren g und g' geführt war; m' stellt Skala und Fernrohr zur Beobachtung der mit Spiegel versehenen Nadel der Tangentenboussole dar.

Bei d ist die *Coulomb'sche Drehwaage* (Fig. 6, aufgestellt, welche am Ende der Abhandlung (S. 361), genauer beschrieben werden wird; d' stellt Skala und Fernrohr zur Beobachtung des Standes der Drehwaage dar. Es war nämlich am Torsionsdrahte unter dem Arme, welcher die bewegliche Kugel trug, ein lang herabhängendes Schellackstäbchen befestigt, das an seinem Ende einen Spiegel trug, auf welchen das Fernrohr gerichtet war. — Bei k hängt die grosse Kugel an einem seidenen Faden von der Decke des Zimmers herab.

Digitized by Google

l' ist eine Abzweigung des Leitungsdrahtes l, um die äussere Belegung der Flasche f mit der Erde zu verbinden. — Bei u ist die Uhr, bei a eine Klappe in der Decke des Zimmers, durch welche von dem Conductor einer in dem oberen Zimmer befindlichen Elektrisirmaschine ein Draht zu dem kleinen Conductor c herabgeleitet war, um daran die Flasche f zu laden.

Nachdem die Flasche f geladen und an dem Drahte l' durch eine Klemmschraube befestigt war, wurde mit ihrem Knopfe die grosse Kugel k berührt. Die bei dieser Berührung in der Flasche zurückbleibende freie Elektricitätsmenge werde mit E' bezeichnet. Nach 3 Secunden, wo E' durch Elektricitätsverlust an die Luft und Rückstandsbildung in E übergegangen ist, wird der Knopf der Flasche f, wie Fig. 5 angedeutet ist, mit einem aus der U förmigen Röhre g hervorragenden metallenen Knopfe berührt, und der Beobachter am Fernrohr m' der Tangentenboussole m beobachtet die erste Elongation der Magnetnadel, welche von dem durch den Multiplicator gehenden Entladungsstrom der Elektricitätsmenge E hervorgebracht wird.

Unmittelbar nach Entladung der Flasche f wurde die in Bereitschaft gehaltene Standkugel der Coulomb'schen Drehwaage an der Kugel k geladen und schnell in die Drehwaage eingesetzt; die Kugel k selbst aber wurde darauf sogleich entladen.

Hierauf wurde in kurzen Zwischenzeiten mehrmals die Torsion gemessen, welche nöthig war, um die beiden Kugeln in ihrer Stellung zu erhalten, bei welcher die beiden von der Drehungsaxe zu den Kugelmittelpunkten gezogenen Radien einen rechten Winkel bildeten. Aus der allmäligen Abnahme dieser Torsion liess sich dann nach dem Coulomb'schen Gesetze, dass bei arithmetisch wachsender Zeit die Ladung geometrisch abnimmt*), diejenige Torsion *berechnen*, welche stattgefunden haben würde, wenn in dem Augenblicke, wo die grosse Kugel k durch die Flasche f geladen wurde, auch schon die beiden Kugeln der Drehwaage hätten geladen und eingestellt werden können. In der folgenden Tafel ist die bei jeder Nummer zuerst bemerkte Torsion die auf diese Art *berechnete*; aus ihr wird in Artikel 11 die Elektricitätsmenge e bestimmt werden, welche von der grossen Kugel k auf die Standkugel der Drehwaage in dem Augenblicke ihrer Berührung übergegangen war.

In der letzten Columne der folgenden Tafel, welche mit $\frac{A}{\sqrt{T}}$ überschrieben ist, sind die Quotienten der in Skalentheilen ausgedrückten Ablenkung der Magnetnadel in der

*) Durch eine Versuchsreihe, bei welcher die Standkugel zwischen den einzelnen Torsionsbestimmungen bald ausserhalb, bald innerhalb des Gehäuses der Drehwaage sich befunden hatte, war constatirt worden, dass der Elektricitätsverlust an die Luft innerhalb des Gehäuses und ausserhalb gleich war, wie es bei der Grösse des Gehäuses wohl erwartet werden konnte. Wäre dies nicht der Fall gewesen, so würde die oben erwähnte Anwendung des Coulomb'schen Gesetzes nicht unmittelbar zulässig gewesen sein, weil sich die Standkugel einige Augenblicke ausserhalb des Gehäuses befunden hatte, ehe sie in die Drehwaage eingesetzt werden konnte.

Tangentenboussole dividirt durch die Quadratwurzel der in Minuten ausgedrückten Torsion der Drehwaage beigefügt. — Der Abstand des Spiegels von der Skala der Tangentenboussole war

$= 6437\frac{1}{2}$ Skalentheile.

Nr.	Zeit	Tangentenboussole Ablenkung in Skalenth. $= A$	Drehwaage Torsion in Min. $= T$	$\frac{A}{\sqrt{T}}$
1.	$8^h 11' 8''$	73,5	175,3	5,55
	16' 13''		152,4	
	21' 16''		136,1	
	26' 35''		118,3	
	32' 32''		99,9	
2.	$8^h 37' 8''$	80,0	237,1	5,20
	42' 4''		208,7	
	45' 14''		189,1	
	50' 10''		165,3	
	54' 40''		148,1	
3.	$9^h 0' 37''$	96,5	332,9	5,29
	5' 14''		297,5	
	9' 19''		270,6	
	14' 11''		238,5	
	18' 10''		218,3	
4.	$9^h 31' 14''$	91,1	265,1	5,59
	35' 17''		249,2	
	41' 1''		226,2	
	47' 43''		201,1	
	55' 0''		178,0	
5.	$10^h 1' 46''$	97,8	332,4	5,36
	6' 24''		306,0	
	10' 54''		280,4	
	16' 31''		251,1	
	22' 4''		228,6	

8.

Berechnung des Verhältnisses der beiden Elektricitätsmengen $E':e$.

Der Halbmesser der grossen Kugel war

$a = 159{,}46$ Millimeter,

der Halbmesser der Standkugel in der Coulomb'schen Drehwaage war

$ba = 11{,}537$ Millimeter.

Digitized by Google

Setzt man nun das Verhältniss, nach welchem sich die nach Artikel 6 von der Flasche der ersten Kugel mitgetheilte Elektricität $= 0{,}03276\,E'$ bei der Berührung der letzteren theilt,

$$(0{,}03276\,E' - e) : e = A : bb\,B\,;$$

so ist nach Plana (*Mémoire sur la distribution de l'électricité à la surface de deux sphères conductrices. Turin*, 1845. *page* 64. 66)

$$\frac{B}{b} = \frac{1}{1+b} + \frac{1}{(1+b)^2}\left\{k_2 + \frac{b}{1+b}k_3 + \frac{bb}{(1+b)^2}k_4 + \frac{b^3}{(1+b)^3}k_5 \ldots\right\}.$$

und, wenn $\frac{b}{1+b} = a$ gesetzt wird,

$$\frac{A}{b} = \frac{1}{2} + \frac{a^2}{1-aa} + \frac{\pi a}{2}\cot\pi a + a^3k_3 + a^5k_5 + a^7k_7 \ldots$$

wo $k_n = \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} + \frac{1}{4^n} + \frac{1}{5^n} + \ldots$

Hieraus ergiebt sich für die angeführten Werthe das gesuchte Verhältniss

$$(0{,}03276\,E' - e) : e = A : bb\,B = 1 : 0{,}0079377\,;$$

folglich

$$E' : e = 3876 : 1\,.$$

9.

Berechnung derjenigen Elektricitätsmenge ε, mit welcher die beiden Kugeln der Coulomb'schen Drehwaage geladen sein müssen, um durch ihre Abstossung die Einheit des Drehungsmomentes auf die Drehwaage auszuüben.

Der Halbmesser der Standkugel der Coulomb'schen Drehwaage war $= 11{,}537$ Millimeter, der Halbmesser der beweglichen Kugel war $= 11{,}597$ Millimeter, und es kann daher der mittlere Halbmesser von diesen beiden fast gleichen Kugeln

$$a = 11{,}567 \text{ Millimeter}$$

in folgender Rechnung für beide ohne Nachtheil angenommen werden.

Der Abstand des Mittelpunktes der Standkugel von der Drehungsaxe war ferner $= 93{,}53$ Millimeter, der Abstand des Mittelpunktes der beweglichen Kugel von der Drehungsaxe war $= 61{,}7$ Millimeter, und beide Mittelpunkte bildeten mit der Drehungsaxe einen rechten Winkel. Hieraus ergiebt sich der Abstand der Mittelpunkte von einander

$$= 112{,}05 \text{ Millimeter},$$

was auch durch directe Messung dieses Abstandes bestätigt worden war.

Enthält nun jede der beiden Kugeln die Hälfte der zu bestimmenden Elektricitätsmenge ε, so würde sich, wenn man voraussetzt, *dass diese Elektricität auf der Oberfläche*

Digitized by Google

jeder Kugel gleichförmig vertheilt sei, aus den bekannten Gesetzen: 1) dass eine auf der Kugeloberfläche gleichförmig vertheilte Elektricitätsmenge auf alle Punkte des äusseren Raumes ebenso wirkt, wie wenn sie im Mittelpunkt der Kugel concentrirt wäre, — 2) dass die Abstossungskraft, welche die in einem Punkte concentrirte Elektricitätsmenge auf die in einem andern Punkte concentrirte ausübt, dem Quotienten aus dem Producte beider Elektricitätsmengen dividirt durch das Quadrat ihrer Entfernung gleich ist, — unmittelbar *die Abstossungskraft beider Kugeln* ergeben, nämlich

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{\varepsilon\varepsilon}{112{,}05^2} = \frac{\varepsilon\varepsilon}{50221}.$$

Soll aber diese Abstossungskraft *genau* gefunden werden, so ist obige Voraussetzung nicht zulässig, sondern es muss *die Ungleichförmigkeit der Vertheilung der Elektricität auf der Oberfläche jeder Kugel* bei der gegebenen Grösse und Entfernung derselben genau bestimmt und in Rechnung gebracht werden.

In Poisson's *Mémoire sur la distribution de l'électricité à la surface des corps conducteurs* (*Mémoires de l'Institut. Année* 1811. *Première partie page* 88) findet man für die *Dichtigkeit* z der Elektricität auf der Oberfläche einer kleinen Kugel bei grosser Entfernung von einer andern Kugel, wenn die *mittlere* Dichtigkeit auf der erstern Kugel $= B$, auf der letztern $= A$ gegeben ist, folgenden Ausdruck

$$z = B - \frac{3aaA}{cc} \cdot \mu, + \frac{5aabA}{2c^3}(1 - 3\mu,\mu,),$$

worin b und a die Halbmesser der beiden Kugeln, c den Abstand ihrer Mittelpunkte und μ, den Cosinus des Winkels φ bezeichnet, welchen der Halbmesser der erstern Kugel an der betrachteten Stelle mit der Richtung c bildet. — Wendet man diese allgemeine Regel auf den vorliegenden Fall an, so ist

$$A = B$$
$$a = b$$

zu setzen, folglich, wenn für μ, sein Werth $\cos\varphi$ geschrieben wird, ist die *Dichtigkeit*

$$z = A\left(1 - \frac{3aa}{cc}\cos\varphi + \frac{5}{2}\frac{a^3}{c^3}(1 - 3\cos\varphi^2)\right).$$

Aus dieser *Dichtigkeit* ergiebt sich nun ferner *der gegen die Kugeloberfläche senkrechte von Innen nach Aussen gerichtete Druck der Elektricität* an der betrachteten Stelle, nach dem bekannten von Poisson in der angeführten Abhandlung bewiesenen Gesetze, wonach der Druck dem Quadrate der Dichtigkeit proportional, oder, bestimmter ausgedrückt, dem Quadrate der Dichtigkeit zz multiplicirt mit der Zahl 2π gleich ist. Jener *Druck* ist also

$$= 2\pi \cdot zz.$$

Digitized by Google

Zerlegt man sodann diesen *Druck* nach der Richtung der verlängerten Linie c und nach einer darauf senkrechten Richtung, so erhält man *die der verlängerten Linie c parallele Componente*

$$= -2\pi zz \cdot \cos\varphi .$$

Substituirt man hierin endlich obigen Werth von z, so erhält man *für zwei gleiche Elemente der Kugeloberfläche, deren Verbindungslinie mit der Linie c parallel ist*, für welche also die Werthe von φ einander zu π ergänzen, *zusammengenommen den nach der Richtung* der verlängerten Linie c zerlegten *Druck*

$$= 24\frac{\pi aa}{cc} AA\left(1 + \frac{5}{2}\frac{a^2}{c^2}(1 - 3\cos\varphi^2)\right)\cos\varphi^3 ,$$

woraus die der verlängerten Linie c parallele *Druckkraft erstens*, für die beiden Zonen von der Breite $a\,\mathrm{d}\varphi$, welche alle, den beiden sich zu π ergänzenden Werthen von φ angehörige, Elemente der Kugeloberfläche enthalten, durch Multiplication mit der Fläche $2\pi aa\sin\varphi\,\mathrm{d}\varphi$,

$$= 48\frac{\pi\pi a^4}{cc} AA\left(1 + \frac{5}{2}\frac{a^2}{c^2}(1 - 3\cos\varphi^2)\right)\cos\varphi^3\sin\varphi\,\mathrm{d}\varphi$$

zweitens, für die ganze Kugeloberfläche, durch Integration,

$$48\frac{\pi\pi a^4}{cc} AA\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left(1 + \frac{5}{2}\frac{a^2}{c^2}(1 - 3\cos\varphi^2)\right)\cos\varphi^3\sin\varphi\,\mathrm{d}\varphi = 16\frac{\pi\pi a^4}{cc}\left(1 - 2\frac{a^2}{c^2}\right)AA$$

gefunden wird, worin A die *mittlere* Dichtigkeit der Elektricität auf der Oberfläche jeder der beiden Kugeln vom Halbmesser a, folglich

$$4\pi aa \cdot A$$

die auf der Oberfläche jeder Kugel vertheilte *Elektricitätsmenge* bezeichnet.

Nun ist aber die *gesuchte*, auf beide Kugeloberflächen zusammen vertheilte *Elektricitätsmenge* (deren Abstossungskraft die Einheit des Drehungsmomentes auf die Drehwaage ausüben soll) oben mit ε bezeichnet worden; folglich ist

$$\tfrac{1}{2}\varepsilon = 4\pi aa \cdot A ,$$

woraus

$$A = \frac{\varepsilon}{8\pi aa} .$$

Substituirt man diesen Werth von A, so erhält man die mit der verlängerten Linie c parallel gerichtete *Druckkraft*, d. i. *die Abstossungskraft der beiden Kugeln*,

$$= \frac{1}{4}\left(1 - 2\frac{a^2}{c^2}\right)\frac{\varepsilon\varepsilon}{cc} ,$$

oder, wenn man darin für a und c die oben angeführten Werthe

Digitized by Google

$$a = 11{,}567$$
$$c = 112{,}05$$

setzt,

$$= \frac{\varepsilon\varepsilon}{50331} \cdot *)$$

Das Product der gefundenen Abstossungskraft beider Kugeln in das von der Drehungsaxe auf die Richtung dieser Kraft, d. i. auf die Linie c, gefällte Perpendikel giebt endlich den Werth des von dieser Abstossungskraft auf die Drehwaage ausgeübten *Drehungsmomentes*, welches $= 1$ sein soll.

Da aber die die Mittelpunkte beider Kugeln verbindende Linie c mit den von beiden Mittelpunkten zur Drehungsaxe gezogenen Horizontallinien ein an der Drehungsaxe rechtwinkeliges Dreieck bilden, so ist das von der Drehungsaxe auf die Hypotenuse des rechtwinkeligen Dreiecks c gefällte Perpendikel gleich dem Producte der beiden Katheten dividirt durch die Hypotenuse, oder, da die beiden Katheten 93,53 und 61,7 Millimeter, $c = 112{,}05$ Millimeter lang sind,

$$= \frac{61{,}7 \cdot 93{,}53}{112{,}05} = 51{,}5025 \text{ Millimeter.}$$

Hieraus folgt nun das von der elektrischen Abstossungskraft der beiden Kugeln auf die Drehwaage ausgeübte *Drehungsmoment*

$$= 51{,}5025 \cdot \frac{\varepsilon\varepsilon}{50331} = \frac{\varepsilon\varepsilon}{977}.$$

Es wird also der Forderung, dass das von der elektrischen Abstossungskraft beider Kugeln herrührende *Drehungsmoment*

$$= 1$$

sei, dadurch genügt, dass die in beiden Kugeln zusammengenommen enthaltene *Elektricitätsmenge*

$$\varepsilon = \sqrt{977} = 31{,}25$$

ist. Dieser Bestimmung von ε liegt diejenige Elektricitätsmenge als Einheit zum Grunde, welche auf eine gleiche Elektricitätsmenge in der Einheit der Entfernung, bei relativer Ruhe, die Einheit der Abstossungskraft ausübt.

*) Es ergiebt sich hieraus, dass die in jeder Kugel enthaltene Elektricität, wegen ihrer ungleichförmigen Vertheilung auf der Oberfläche, nicht im *Mittelpunkte* der Kugel concentrirt gedacht werden darf. — Es ist aber

$$\frac{\varepsilon\varepsilon}{50331} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\varepsilon\varepsilon}{112{,}1743^2},$$

woraus sich also ergiebt, dass die Abstossungskraft der beiden Kugeln dieselbe ist, wie wenn die beiden Hälften der ganzen in ihnen enthaltenen Elektricitätsmenge in zwei Punkten, die 112,1734 Millimeter von einander entfernt sind, concentrirt wären, das heisst, da diese Entfernung um 0,1234 Millimeter grösser ist als der Abstand der Mittelpunkte, in zwei Punkten, die um 0,0617 Millimeter von den beiden Mittelpunkten entfernt liegen.

Digitized by Google

10.

Berechnung derjenigen Torsion θ, welche der Draht, an dem die Coulombsche Drehwaage hängt, erhalten muss, um durch seine Torsionskraft die Einheit des Drehungsmomentes auf die Drehwaage auszuüben.

Das *Drehungsmoment*, welches auf die Drehwaage durch eine Torsion des Drahtes, an welchem sie hängt, ausgeübt wird, ist bekanntlich der *Torsion* und dem *Torsionscoefficienten* des Drahtes proportional, oder, bestimmter ausgedrückt, ist *dem Producte des in Theilen des Halbmessers ausgedrückten Torsionswinkels in die vom Drahte auf die Drehwaage ausgeübte Directionskraft gleich*. Es braucht daher nur diese *Directionskraft* bestimmt zu werden, um daraus denjenigen Torsionswinkel θ kennen zu lernen, bei welchem das auf die Drehwaage ausgeübte Drehungsmoment der *Einheit* gleich ist.

Die Grösse der vom Drahte ausgeübten Directionskraft ist, nach den bekannten Gesetzen der Elasticität fester Körper, unabhängig von der Grösse und dem Gewicht des am Drahte hängenden Körpers, und es können daher zur Bestimmung der *Directionskraft* des Drahtes andere Körper, statt der Drehwaage, am Drahte aufgehangen und beobachtet werden.

Es wurde *erstens* an dem Drahte, statt der Drehwaage, eine kreisrunde Messingplatte in ihrem Mittelpunkte horizontal aufgehangen. Diese Messingplatte hatte

191112,4 Milligramm *Masse*
63,95 Millimeter *Halbmesser*.

Zur Verbindung des Drahtes mit der Scheibe diente ein kleiner verticaler Cylinder von

2626,0 Milligramm *Masse*
3,25 Millimeter *Halbmesser*.

Es wurde darauf die *Dauer* der Torsionsschwingungen der Platte t beobachtet und

$$t = 47{,}139 \text{ Secunden}$$

gefunden. — Nach den vorhergehenden Angaben war aber *das Trägheitsmoment der schwingenden Platte*

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot 63{,}95^2 \cdot 191112{,}4 = 390790000.$$

das Trägheitsmoment des kleinen Cylinders

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot 3{,}25^2 \cdot 2626 = 13868,$$

beide zusammen also

$$K = K_1 + K_2 = 390803868.$$

Digitized by Google

Aus diesem *Trägheitsmomente* K und aus der beobachteten *Schwingungsdauer* t ergiebt sich nun nach den bekannten Gesetzen solcher Schwingungen der Werth der *Directionskraft* D,

$$D = \frac{\pi\pi K}{tt} = 1735800.$$

Zweitens wurde an dem nämlichen Drahte ein Messingcylinder in seiner Mitte horizontal aufgehangen. Dieser Cylinder hatte

58897,1 Milligramm *Masse*
269,7 Millimeter *Länge*
2,865 Millimeter *Halbmesser*.

Zur Verbindung mit dem Drahte diente derselbe kleine verticale Cylinder, wie bei den vorhergehenden Versuchen. Es wurde darauf die *Dauer* der Torsionsschwingungen dieses Stabes t' beobachtet und

$$t' = 44{,}9537 \text{ Secunden}$$

gefunden. — Nach den vorhergehenden Angaben war *das Trägheitsmoment des schwingenden Stabes*

$$K_1' = \frac{1}{12}(269{,}7^2 + 3 \cdot 2{,}865^2)\, 58897{,}1 = 357130000,$$

und also *das ganze Trägheitsmoment* mit Einschluss des kleinen verticalen Cylinders

$$K' = 357143868.$$

Es ergiebt sich daher aus diesen Beobachtungen der Werth der *Directionskraft* D,

$$D = \frac{\pi\pi K'}{t't'} = 1744200;$$

folglich im Mittel aus beiden Beobachtungsreihen

$$D = 1740000.$$

Soll nun das Product dieses Werthes von D in den nach Theilen des Halbmessers ausgedrückten Torsionswinkel, d. i. das von dem Drahte auf die Drehwaage ausgeübte *Drehungsmoment* $= 1$ sein; so ergiebt sich der Werth des Drehungswinkels oder die gesuchte *Torsion des Drahtes* θ gleich dem Winkel, dessen Bogen dem 1740000ten Theile des Halbmessers gleich ist, oder es ist

$$\theta = 0{,}0019757 \text{ Bogenminuten}.$$

Digitized by Google

11.

Berechnung der Elektricitätsmengen E' und e in den Artikel 7 beschriebenen Beobachtungen.

Bei den in Artikel 7 beschriebenen Versuchen befand sich die Coulomb'sche Drehwaage in den nach Nummern unterschiedenen Versuchen für folgende Werthe des Torsionswinkels im Gleichgewichte:

Nr.	Torsionswinkel in Minuten
1.	175,3
2.	237,1
3.	332,9
4.	265,1
5.	332,4

Das Gleichgewicht der Drehwaage beweist aber, dass das vom Drahte auf die Drehwaage ausgeübte Drehungsmoment dem von der elektrischen Abstossungskraft der beiden Kugeln herrührenden Drehungsmomente entgegengesetzt gleich war. — Das *erstere* Drehungsmoment wird aber gefunden, wenn man den beobachteten Torsionswinkel mit dem im vorigen Artikel bestimmten Winkel $\theta = 0{,}0019757$ Bogenminuten dividirt, um welchen der Draht gedreht werden musste, um die *Einheit des Drehungsmomentes* auf die Drehwaage auszuüben. Hiernach erhält man die bei den beschriebenen Versuchen von dem Drahte auf die Drehwaage ausgeübten *Drehungsmomente*

Nr.	Drehungsmoment des Drahtes
1.	88728
2.	120010
3.	168500
4.	134180
5.	168240

Das *letztere* von der elektrischen Abstossungskraft der beiden Kugeln herrührende Drehungsmoment ergiebt sich aus Artikel 9

$$= \frac{ee}{\varepsilon\varepsilon} = \frac{ee}{977},$$

wo e die *Elektricitätsmenge* bezeichnet, mit welcher die beiden Kugeln der Drehwaage zusammen genommen geladen sind, die man hiernach für die angeführten fünf Versuche aus der *Gleichheit* beider Drehungsmomente berechnen kann, wie in folgender Tafel

Digitized by Google

geschehen ist. In der letzten Columne dieser Tafel sind ausserdem noch die aus der Artikel 8 gefundenen Proportion

$$E' : e = 3576 : 1$$

berechneten Werthe von E' beigefügt worden.

Nr.	e	E'
1.	9310	36086000
2.	10828	41970000
3.	12830	49730000
4.	11450	44379000
5.	12821	49693000

12.

Berechnung der Correction, welche durch den Elektricitätsverlust und die Rückstandsbildung in der Leidener Flasche in der von der Theilung der Elektricität bis zur Entladung der Flasche verflossenen Zeit bedingt wird, $= E' - E$.

Die Elektricitätsmenge E', welche nach der Ladung der grossen Kugel in der Leidener Flasche zurückgeblieben war, erfährt während der Zeit von *drei Secunden*, bis zu ihrer Entladung, eine kleine Aenderung, theils durch Verlust an die Luft, theils durch Rückstandsbildung. Die dann in der Flasche noch vorhandene Menge E kann aus E' folgendermaassen bestimmt werden.

In Poggendorff's Annalen 1854, Bd. 91, findet man eine Methode angegeben, die Bildung des Rückstandes in einer Leidener Flasche zu bestimmen. Ist danach Q eine der Flasche plötzlich mitgetheilte Elektricitätsmenge, welche nach t Secunden durch Verlust an die Luft in Q_t übergegangen ist, so hat sich zur Zeit t ein Rückstand r_t gebildet, welcher der Gleichung

$$r_t = p\left(Q_t - Q e^{-\frac{b}{m+1} \cdot t^{m+1}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

entspricht. Für die Constanten bei der angewendeten Flasche hatten sich aus früherer Untersuchung die Werthe

$$p = 0{,}04494 \qquad b = 0{,}1834$$

ergeben, während $m + 1$ die für alle Flaschen gleiche Grösse $= 0{,}4255$ besitzt.

Sind für eine Flasche diese Constanten bestimmt, so kann auch die auf den Elektricitätsverlust an die Luft sich beziehende Constante α leicht gefunden werden. Man theilt der Flasche zu dem Ende durch eine andere Flasche plötzlich eine unbekannte Ladung Q mit und beobachtet mit dem *Sinuselektrometer* zu den Zeiten

$$t_1, \; t_2, \; \ldots \; t_n$$

Digitized by Google

die disponibele Ladung

$$L_{t_1},\ L_{t_2},\ \ldots\ L_{t_n}.$$

Nun ist, wenn ν_t die bis zur Zeit t an die Luft entwichene Elektricitätsmenge bezeichnet,

$$L_t = Q - r_t - \nu_t. \quad \ldots \quad (2)$$

Für kleinere Werthe von t kann aber

$$\nu_t = \alpha \cdot t \frac{Q + L_t}{2}$$

gesetzt werden, und wird ausserdem in Gleichung (1) $Q - \nu_t$ für Q_t geschrieben, so erhält man

$$L_t = Q(1 - \varrho_t) - \alpha(1 - p)\, t \frac{Q + L_t}{2}, \quad \ldots \quad (3)$$

worin ϱ_t statt $p\left(1 - e^{-\frac{b}{m+1} t^{m+1}}\right)$ gesetzt ist.

Diese Gleichung soll nun allen Beobachtungen Genüge leisten. Berechnet man ϱ_t für die Zeit der ersten und letzten Beobachtung und setzt diese Werthe nebst den beobachteten Werthen von L_t und t in die Gleichung ein, so erhält man zwei Gleichungen mit den beiden unbekannten Grössen Q und α.

Nachdem nun zur Bestimmung von α der Leidener Flasche in dem Local, wo die früheren Versuche gemacht wurden, plötzlich eine Ladung mitgetheilt worden war, wurden aus den Beobachtungen folgende Resultate erhalten:

t	L_t	ϱ_t
23	0,6676	0,03619
65	0,6576	0,04142
128	0,6483	0,04344
226	0,6389	0,04435

Es ist hierin $L_t = V \sin\varphi$, und φ ist die am *Sinuselektrometer* beobachtete Ablenkung; ϱ_t ist aber aus t und den Constanten der Flasche berechnet. — Durch Combination der ersten und letzten Beobachtung findet man

$$Q = 0{,}6956 \qquad \alpha = 0{,}00017935.$$

Mit diesen Werthen ergeben sich nun aus Gleichung (3) folgende zusammengehörige Werthe von t und L_t:

t	L_t
23	0,6676
65	0,6592
128	0,6506
226	0,6389

Digitized by Google

welche von den beobachteten Werthen so wenig abweichen, dass der gefundene Werth von α für hinreichend genau gelten kann, um ihn zur Correction von E' zu benutzen In *drei Secunden* betrug also *der Electricitätsverlust an die Luft*

$$0{,}000538$$

von der ganzen Ladung E'.

Der in derselben Zeit entstandene *Rückstand* wird auf folgende Weise gefunden.

Unmittelbar vor der Berührung der grossen Kugel, welche t Secunden nach der Ladung der Flasche erfolgte, hatte letztere die disponibele Ladung L_t und einen nicht entladbaren Rückstand r_t. Schreibt man in der Gleichung (1) $Q - r_t$ statt Q_t, setzt für r_t seinen Werth $\alpha \cdot t \frac{Q + L_t}{2}$ und für Q den aus der Gleichung (3) sich ergebenden Werth, so erhält man den Rückstand zur Zeit t durch die zu dieser Zeit vorhandene disponibele Ladung ausgedrückt,

$$r_t = \frac{\varrho_t - \alpha t\left(p - \frac{1}{2}\varrho_t\right)}{1 - \varrho_t - \frac{1}{2}\alpha t(1-p)} \cdot L_t = \mathfrak{G} L_t \quad \text{(II)}$$

Nach der Ladung der Kugel ist in der Flasche (Artikel 6) nur die disponibele Ladung $\frac{1}{n} L_t$, überhaupt also die Elektricitätsmenge $\left(\frac{1}{n} + \mathfrak{G}\right) L_t$ geblieben. Wie nun die Rückstandsverhältnisse nach dieser partiellen Entladung sich gestalten, hängt davon ab, ob der gebildete Rückstand $\mathfrak{G} L_t$ kleiner, oder eben so gross, oder grösser ist als der Grenzwerth

$$p\left(\frac{1}{n} + \mathfrak{G}\right) L_t$$

des Rückstandes für die noch vorhandene Ladung der Flasche, was wiederum davon abhängt, ob n kleiner, oder eben so gross, oder grösser ist als $\frac{p}{\mathfrak{G}(1-p)}$.

Bei den vorliegenden Versuchen war t im Mittel nahe 60 Secunden. Setzt man diesen Werth in die Gleichung (IV), so ergiebt sich

$$\mathfrak{G} = 0{,}04286 \qquad \frac{p}{\mathfrak{G}(1-p)} = 1{,}0978.$$

Da in Artikel 6 $n = 1{,}03276$, mithin kleiner als $\frac{p}{\mathfrak{G}(1-p)}$, gefunden worden ist, so geht daraus hervor, dass der Rückstand zu wachsen fortfährt; sein Wachsthum ist aber langsamer als vor der partiellen Entladung, weil der jetzige Grenzwerth dem bereits gebildeten Rückstande näher liegt als der vorherige, und zwar wird die Weiterbildung so vor sich gehen, als ob der vorhandene Rückstand $\mathfrak{G} L_t$ von der jetzigen Ladung $\left(\frac{1}{n} + \mathfrak{G}\right) L_t$ erzeugt wäre. Dazu würde es aber einer Zeit bedurft haben, welche sich aus der Gleichung

Digitized by Google

$$r_t = \delta L_t = \left(\frac{1}{n} + \delta\right) L_t \cdot p \left(1 - e^{-\frac{b}{m+1} t^{m+1}}\right),$$

aus welcher

$$\log t = \frac{1}{m+1} \log\left[-\frac{m+1}{b} \log \text{nat}\left(1 - \frac{\delta}{\left(\frac{1}{n}+\delta\right)p}\right)\right]$$

folgt, $= 85{,}9$ Secunden ergiebt.

Von der im Augenblicke nach der Berührung der grossen Kugel vorhandenen Ladung $E' = \frac{1}{n} L_t$ geht also das in *drei Secunden*, bis zur Entladung der Flasche, erfolgende Wachsthum des Rückstandes noch verloren, welches durch

$$\left[\left(\frac{1}{n} + \delta\right) p \left(1 - e^{-\frac{b}{m+1} \cdot 88{,}9^{m+1}}\right) - \delta\right] L_t = 0{,}00010 \cdot L_t,$$

oder, da $L_t = nE'$ ist, durch

$$0{,}000103 \cdot E'$$

bestimmt ist.

Darnach ergiebt sich endlich die gesuchte Correction

$$E' - E = (0{,}000538 + 0{,}000103)\ E' = 0{,}000641\, E'$$

und man erhält daher für die im vorigen Artikel angegebenen Werthe E' die corrigirten Werthe E, welche die durch den Multiplicator wirklich entladenen Elektricitätsmengen angeben, wie folgt:

Nr.	E
1.	36060000
2.	41940000
3.	49700000
4.	44350000
5.	49660000

13.

Berechnung der Dauer, welche ein Strom von der auf Seite 100 beschriebenen Normalstärke haben muss, um die Artikel 7 beobachteten Ablenkungen der Tangentenboussole hervorzubringen.

Die Artikel 7 angeführten *Ablenkungen der Tangentenboussole* waren *in Skalentheilen* beobachtet worden; durch Division derselben mit dem in Skalentheilen aus-

*) Diese Gleichung ist der Rückstandsgleichung (1) gemäss gebildet, in welcher statt Q_t jetzt $Q = \left(\frac{1}{n} + \delta\right) L_t$ gesetzt werden musste.

Digitized by Google

gedrückten Halbmesser oder mit dem doppelten Abstande des Spiegels von der Skale = 12875, erhält man diese Ablenkungen *in Bogenwerth für den Halbmesser* = 1.

Nr.	Ablenkung in Skalentheilen	Ablenkung in Bogenwerth für den Halbmesser = 1 φ
1.	73,5	0,0057087
2.	80,0	0,0062136
3.	96,5	0,0074952
4.	91,1	0,0070757
5.	97,8	0,0075962

In den »Elektrodynamischen Maassbestimmungen« II. S. 363 ist bewiesen worden, dass ein Strom von der Stärke = 1, welcher durch eine Multiplicatorwindung geht, deren Halbmesser = a ist, auf ein Theilchen des *nordmagnetischen* Fluidums $+\mu$, oder auf ein Theilchen des *südmagnetischen* Fluidums $-\mu$, welches sich in der Entfernung = b von der Ebene der Multiplicatorwindung befindet, und dessen Projection auf diese Ebene in der Entfernung = x vom Mittelpunkte liegt, senkrecht gegen die Ebene der Multiplicatorwindung eine *Kraft* F ausübt,

$$F = \pm \frac{2\pi aa\mu}{(aa+bb+xx)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left\{1 + \frac{3}{4}(3aa - 2bb - 2xx)\frac{xx}{(aa+bb+xx)^2} + \cdots\right\},$$

woraus folgt, dass derselbe Strom auf eine *Nadel*, welche die Theilchen $+\mu$ und $-\mu$ in einer sehr kleinen, der Multiplicatorebene parallelen, Entfernung = 2ε geschieden enthält, ein *Drehungsmoment* D ausübt,

$$D = \frac{4\pi aa\mu\varepsilon}{(aa+bb+xx)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left\{1 + \frac{3}{4}(3aa - 2bb - 2xx)\frac{xx}{(aa+bb+xx)^2} + \cdots\right\},$$

wo $2\mu\varepsilon$ das *magnetische Moment* der Nadel oder den *Nadelmagnetismus* bezeichnet.

Von dieser Gleichung lassen sich nun drei verschiedene Anwendungen machen, *erstlich* auf die Artikel 1 für die magnetischen Wirkungen angenommenen *Normalverhältnisse*, *ferner* auf die *Tangentenboussole mit einfachem Multiplicatorkreise*, und *endlich* auf die zu den vorliegenden Versuchen gebrauchte *Tangentenboussole mit vielfachem Multiplicatorkreise*. Die beiden ersten Anwendungen beweisen nur, dass dieser Gleichung, wie schon a. a. O. bemerkt worden, in Beziehung auf die Stromstärke das in Artikel 1 aus den magnetischen Wirkungen abgeleitete Stromintensitätsmaass wirklich zum Grunde liegt; die letzte Anwendung führt zur Berechnung des *gesuchten Zeitraumes* τ.

Wendet man diese Gleichung *erstens* auf die Artikel 1 für die magnetischen Wirkungen eines Stromes angenommenen *Normalverhältnisse* an; so ist $\pi aa = 1$, $b = 0$,

Digitized by Google

$2\mu\varepsilon = 1$, $x = R$ und $\frac{a}{R}$ ein verschwindend kleiner Bruch; es ergiebt sich dann *aus obiger Gleichung* das Drehungsmoment D ohne dem von der Stromrichtung abhängenden Vorzeichen,

$$D = \frac{1}{R^3} \text{ oder } R^3 D = 1,$$

was also mit der in Artikel 1 für die Stromintensität = 1 festgesetzten magnetischen Stromwirkung übereinstimmt. Hieraus folgt, dass obiger Gleichung das in Artikel 1 aus magnetischer Wirkung abgeleitete Stromintensitätsmaass zum Grunde liegt.

Wendet man *zweitens* dieselbe Gleichung auf eine *Tangentenboussole mit einfachem Multiplicatorkreise* vom Halbmesser R an, wo eine kleine Magnetnadel im Mittelpunkte des Kreises, der Kreisebene parallel, nach dem magnetischen Meridian gerichtet ist; so ist $a = R$, $b = 0$, $x = 0$; es ergiebt sich dann *aus obiger Gleichung* das Drehungsmoment, welches vom Strome auf die *im magnetischen Meridiane* befindliche Nadel ausgeübt wird,

$$D = \frac{4\pi\mu\varepsilon}{R}.$$

Bei einer *Ablenkung* der Nadel vom magnetischen Meridiane $= \varphi$ geht dasselbe in

$$D\cos\varphi = \frac{4\pi\mu\varepsilon}{R}\cdot\cos\varphi$$

über. Bezeichnet T den horizontalen Erdmagnetismus, so ist $-2\mu\varepsilon T\sin\varphi$ das *von der Erde* auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment. Die Summe dieser beiden Momente ist $= 0$, wenn die Nadel bei der *Ablenkung* φ in Ruhe beharrt; folglich ist

$$\frac{2\pi}{R} = T\,\text{tang}\,\varphi \text{ oder } \varphi = \text{arc tang}\,\frac{2\pi}{RT}.$$

Diese Ablenkung ist aber dieselbe, welche der Artikel 4 beschriebene *Normalstrom* bei einer Tangentenboussole mit einfachem Kreise hervorbringen sollte.

Drittens endlich soll die nämliche Gleichung auf die zu den vorliegenden Versuchen gebrauchte *Tangentenboussole mit vielfachen Multiplicatorkreisen* angewendet und daraus das Drehungsmoment bestimmt werden, welches der eben erwähnte, Artikel 1 beschriebene *Normalstrom*, wenn er durch alle Windungen des Multiplicators hindurchgeht, auf die Nadel ausübt.

Wir betrachten zunächst *eine* Windung des Multiplicators, vom Halbmesser a, deren Ebene von der Meridianebene der Nadel um b absteht. Das von dieser Windung auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment D' wird durch obige Gleichung bestimmt,

$$D' = \frac{4\pi aa\mu\varepsilon}{(aa+bb+xx)^{\frac{3}{2}}}\cdot\left\{1+\frac{3}{4}\,\frac{3aa-2bb-2xx}{(aa+bb+xx)^2}+\cdots\right\},$$

worin, wie bei der vorigen Anwendung, $x = 0$ gesetzt werden könnte, wenn die Länge der Nadel ein sehr kleiner Bruch von dem Durchmesser der Multiplicatorwindung wäre.

Digitized by Google

Nun war zwar bei unserer *Tangentenboussole* die Länge der Nadel blos 60 Millimeter, während der mittlere Durchmesser der Multiplicatorwindungen 267 Millimeter betrug, was aber noch nicht genügt, um x ganz zu vernachlässigen. Doch genügt es, für x einen Näherungswerth zu setzen, welcher sich darbietet, wenn man im Nadelmagnetismus $= 2\mu\varepsilon$ unter $+\mu$ und $-\mu$ die Menge des nach der *idealen Vertheilung* auf der Oberfläche der Nadel vertheilten nordmagnetischen und südmagnetischen Fluidums versteht, und demgemäss 2ε bestimmt, was dann den Abstand des Schwerpunktes des nordmagnetischen von dem des südmagnetischen Fluidums bedeutet, so dass $x = \varepsilon$ zu setzen ist. Nach Länge und Beschaffenheit der gebrauchten Nadel kann 2ε nicht sehr von 40 Millimetern verschieden sein, und es kann daher mit hinreichender Genauigkeit

$$x = \varepsilon = 20 \text{ Millimeter}$$

gesetzt werden.

Bezeichnet man sodann mit a' und a'' den inneren und äusseren Halbmesser des Multiplicatorringes und mit $2b'$ die Breite desselben, so ist der Querschnitt des ganzen Ringes

$$= 2(a'' - a')b'.$$

Bezeichnet man ferner denjenigen Theil des Querschnittes, welcher auf die betrachtete Multiplicatorwindung kommt (deren Halbmesser $= a$ war und deren Ebene vom gemeinschaftlichen Mittelpunkte der Nadel und des Multiplicatorringes um b abstand), mit $da \cdot db$; so ist das Product dieses Elementes des Querschnittes in das von der betrachteten Multiplicatorwindung auf die Boussole ausgeübte Drehungsmoment

$$= \frac{4\pi aa\mu\varepsilon}{(aa+bb+\varepsilon\varepsilon)^{\frac{3}{2}}} \cdot da\,db\left\{1 + \frac{3}{4}(3aa - 2bb - 2\varepsilon\varepsilon)\frac{\varepsilon\varepsilon}{(aa+bb+\varepsilon\varepsilon)^2} + \cdots\right\},$$

oder, weil die Glieder, welche die vierte und höhere Potenzen des Bruches $\frac{\varepsilon}{a}$ enthalten, wegen der Kleinheit dieses Bruches vernachlässigt werden können,

$$= \frac{4\pi aa\mu\varepsilon}{(aa+bb)^{\frac{3}{2}}} \cdot da\,db\left\{1 + \frac{3}{4}\frac{aa-4bb}{(aa+bb)^2} \cdot \varepsilon\varepsilon\right\}.$$

Hieraus folgt nun die Summe der Producte des Querschnittes jeder Umwindung in das von derselben ausgeübte Drehungsmoment,

$$4\pi\mu\varepsilon \int_{a'}^{a''} aa\,da \int_{-b'}^{+b'} \frac{db}{(aa+bb)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left\{1 + \frac{3}{4}\frac{aa-4bb}{(aa+bb)^2} \cdot \varepsilon\varepsilon\right\}$$

$$= 8\pi\mu\varepsilon b'\left\{\log\frac{a''+\sqrt{(a''a''+b'b')}}{a'+\sqrt{(a'a'+b'b')}} + \frac{1}{4}\left(\frac{a''^3}{(a''a''+b'b')^{\frac{3}{2}}} - \frac{a'^3}{(a'a'+b'b')^{\frac{3}{2}}}\right) \cdot \frac{\varepsilon\varepsilon}{b'b'}\right\}.$$

Durch Division dieses Werthes mit dem Querschnitt des ganzen Ringes $= 2(a'' - a')b'$ erhält man dasjenige Drehungsmoment, welches im Mittel *eine* Multiplicatorwindung auf

Digitized by Google

die Nadel ausübt, woraus durch Multiplication mit der Zahl der Umwindungen n das von dem ganzen, vom *Normalstrome* durchflossenen, Multiplicator auf die Nadel ausgeübte *Drehungsmoment* erhalten wird, nämlich

$$D = \frac{4\pi n\mu\varepsilon}{a''-a'}\left\{\log\frac{a''+\sqrt{(a''a''+b'b')}}{a'+\sqrt{(a'a'+b'b')}}+\frac{1}{4}\left(\frac{a''^3}{(a''a''+b'b')^{\frac{3}{2}}}-\frac{a'^3}{(a'a'+b'b')^{\frac{3}{2}}}\right)\frac{\varepsilon\varepsilon}{b'b'}\right\}.$$

Dieses *Drehungsmoment D* mit dem *Trägheitsmomente der Nadel K* dividirt, giebt die angulare Beschleunigung der Nadel durch den gegebenen *Normalstrom*

$$=\frac{D}{K},$$

und diese Beschleunigung multiplicirt mit der im Vergleich mit der Schwingungsdauer der Nadel $= t$ sehr kurzen *Stromdauer* τ giebt die vom *Normalstrome* während seiner kurzen Dauer der Nadel ertheilte *Angulargeschwindigkeit*

$$=\frac{D\tau}{K}.$$

Aus dieser der ruhenden Nadel plötzlich ertheilten Angulargeschwindigkeit wird endlich die *Ablenkung* d. i. *die erste Elongationsweite* φ der dadurch in Schwingung gesetzten Nadel nach bekannten Regeln (siehe »Elektrodynamische Maassbestimmungen« II. S. 345) berechnet, nämlich, wenn die Abnahme der Schwingungsbögen der Nadel durch das Verhältniss zweier auf einander folgender Schwingungsbögen $e^{\lambda}:1$ gegeben ist.

$$\varphi=\frac{D\tau}{K}\cdot\frac{t}{\pi}\cdot\frac{e^{-\frac{\lambda}{\pi}\operatorname{arc\,tang}\frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{\left(1+\frac{\lambda\lambda}{\pi\pi}\right)}}.$$

Um in dieser Gleichung den Werth des Trägheitsmomentes der Nadel K und ihres magnetischen Momentes $2\mu\varepsilon$ nicht durch besondere Beobachtungen bestimmen zu müssen, kann man durch Zuziehung der bekannten Gleichung für die Schwingungsdauer beide eliminiren, wobei aber auf die Torsionskraft des Fadens Rücksicht zu nehmen ist. Bezeichnet $1:\theta$ das Verhältniss der auf die Nadel wirkenden erdmagnetischen Directionskraft, $= 2\mu\varepsilon T$, zu der vom Faden ausgeübten, so ist die Gleichung für die Schwingungsdauer t,

$$\frac{2\mu\varepsilon\cdot T}{K}=\frac{\pi\pi}{tt}\cdot\frac{1+\frac{\lambda\lambda}{\pi\pi}}{1+\theta},$$

folglich wenn

$$d=\frac{D}{2\mu\varepsilon}=\frac{2\pi n}{a''-a'}\left\{\log\frac{a''+\sqrt{(a''a''+b'b')}}{a'+\sqrt{(a'a'+b'b')}}+\frac{1}{4}\left(\frac{a''^3}{(a''a''+b'b')^{\frac{3}{2}}}-\frac{a'^3}{(a'a'+b'b')^{\frac{3}{2}}}\right)\frac{\varepsilon\varepsilon}{b'b'}\right\}$$

gesetzt und die vorhergehende Gleichung mit $\frac{D}{2\mu\varepsilon\cdot T}=\frac{d}{T}$ multiplicirt wird,

$$\frac{D}{K}=\frac{d}{T}\cdot\frac{\pi\pi}{tt}\cdot\frac{1+\frac{\lambda\lambda}{\pi\pi}}{1+\theta}.$$

Substituirt man diesen Werth in der Gleichung für φ, so erhält man

Digitized by Google

$$\varphi = \pi \frac{d}{T} \cdot \frac{\tau}{t} \cdot \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{\lambda\lambda}{\pi\pi}\right)}}{1+\theta} \cdot e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tang} \frac{\pi}{\lambda}}$$

und hieraus die gesuchte *Dauer des Normalstromes*.

$$\tau = t \cdot \frac{\varphi}{\pi} \cdot \frac{T}{d} \cdot \frac{1+\theta}{\sqrt{\left(1 + \frac{\lambda\lambda}{\pi\pi}\right)}} \cdot e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tang} \frac{\pi}{\lambda}}.$$

Am Multiplicator der hier gebrauchten Tangentenboussole war nun aber durch Messung bestimmt worden

$$2\pi a' = 709{,}0 \text{ Millimeter}$$
$$2\pi a'' = 965{,}35 \quad \text{„}$$
$$2b' = 72{,}04 \quad \text{„}$$
$$n = 5635$$

woraus, mit dem oben erwähnten Werthe von $\varepsilon = 20$ Millimeter, sich der Werth von d ergiebt,

$$d = 262{,}1.$$

Dabei ergiebt sich, dass, wenn auch der Werth von ε auf 1 Millimeter unsicher wäre, die Unsicherheit von d doch nur 0,4 auf 262, d. i. nur $\frac{1}{657}$ betragen würde, was nicht in Betracht kommt.

Ausserdem war die Schwingungsdauer der Nadel t, der horizontale Erdmagnetismus am Orte der Tangentenboussole T, das logarithmische Decrement für die Abnahme der Schwingungsbögen λ und das Verhältniss θ der Directionskraft des Fadens zu der vom Erdmagnetismus T herrührenden auf gewöhnliche Weise gefunden worden,

$$t = 9{,}244 \text{ Secunden}$$
$$T = 1{,}7983$$
$$\lambda = 0{,}070$$
$$\theta = \frac{1}{691}.$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung für τ ein, so erhält man

$$\tau = 0{,}020921 \cdot \varphi.$$

Die Werthe, welche sich für φ in den fünf in Artikel 7 beschriebenen Versuchen ergeben, sind im Anfange dieses Artikels zusammen gestellt worden; setzt man sie in die Gleichung für τ ein, so erhält man folgende fünf Resultate für die genannten Versuche

Nr.	τ
1.	0,0001194
2.	0,0001300
3.	0,0001568
4.	0,0001480
5.	0,0001589

BESCHREIBUNG DER INSTRUMENTE.

I. Beschreibung der Torsionswaage. Taf. III Fig. 6 u. Fig. 7.

Um eine ungleiche Rückwirkung der von den geladenen Kugeln durch Influenz elektrisirten Wände der Torsionswaage auf die bewegliche Kugel möglichst zu vermeiden, ist die Waage in ungewöhnlich grossem Maassstabe ausgeführt. Der Kasten, in welchem die Kugeln hingen, war parallelepipedisch 1,16 Meter lang, 0^m87 breit und 1^m44 hoch. Die 12 Kanten des Parallelepipeds waren aus quadratischen Pfosten (80^{mm} Seite) von hartem Holze gezimmert. Nachdem das Gerüst auf einem grossen fundamentirten Stein festgestellt war, wurde als Deckel eine schwere Holzplatte aufgelegt, die Seitenwände aber wurden in der Weise mit scharf angespanntem Wachstuch bekleidet, dass die Kanten der Pfosten nicht in das Innere des Raumes hineinragten. Nach dieser Bekleidung, welche zum Einhängen der Apparate blos das obere Viertel einer Wand offen liess, wurde die Festigkeit des Kastens durch angeschraubte Streben noch sehr vermehrt. Bei der Messung selbst wurde die Oeffnung, nachdem die Standkugel eingebracht war, durch einen Schieber geschlossen. Ausserdem war aber der ganze Kasten mehrfach mit Tüchern und Decken, die auf dem Steine noch auflagen, behängt, um jeden Luftzug abzuhalten. Dennoch war es nöthig, Nachts in dem ungeheizten Zimmer zu beobachten, weil das Oeffnen und Schliessen der Thüren in andern Theilen des Gebäudes und die ungleiche Erwärmung namentlich des Fussbodens durch die Sonne zu Luftströmungen Veranlassung wurden, welche ein Schwanken der beweglichen Kugel zuweilen bis zu einem halben Grade hervorbrachten. Nachts aber, wenn die Luft draussen nicht zu unruhig war, schwankte die Kugel nicht um eine Minute.

Über der Mitte des Deckels, dessen Durchschnitt Fig. 6 mit D bezeichnet ist, war der Torsionskreis T befestigt, dessen Alhidade AA' die einzelne Minute durch ihre Nonien ablesen liess und zur feineren Regulirung der Torsion durch einen Hook'schen Schlüssel H, oder nach dessen Auslösung auch frei durch die Hand geführt werden konnte. Weiter bedeuten die Buchstaben der Figur:

- a den hartgezogenen Messingdraht (Nr. 12) 398^{mm} lang, in der Axe der Alhidade befestigt;
- b einen kleinen Messingcylinder mit Seitenschraube, um ihn am unteren Ende von a festzuklemmen. Unten an ihm ist
- c eine 5^{mm} vorragende Schraubenspindel, entweder um die Körper anzuschrauben, durch deren Schwingungsdauer der Torsionscoefficient bestimmt werden sollte. oder den Messingdraht

Digitized by Google

d, an welchen die 5^{mm} dicke, 450^{mm} lange cylindrische Stange *ef* von reinem Schellack angeschmolzen war*).

hi bedeutet den Schellackhebel für die bewegliche Kugel, der sich beiderseits bei etwa 60^{mm} Länge bis zu $2^{mm}5$ Dicke verjüngte.

fg ist ein Draht, unten einen Zoll weit in Olivenöl tauchend, mit einem in Holz gefassten Spiegel *s*. Das Oel hat die Wirkung, nicht nur die Schwankungen der beweglichen Kugel, sondern auch die durch Erschütterungen entstandenen Pendelbewegungen der langen Stange in kürzester Zeit zu beruhigen, während es andererseits durchaus kein Hinderniss ist, dass der Hebel der allergeringsten Torsionsänderung folgt.

Die beiden Kugeln der Drehwaage bestanden aus sehr dünnem Argentanblech, waren fein polirt und vergoldet, und blos durch Erhitzen an das Schellack angeklebt.

Die lange, unten sich verdünnende vertikale Schellackstange für die *Standkugel* war an eine gekrümmte Messingstange *mn* geklebt. Mit dieser war eine horizontale Axe *pq* mit zwei Stahlspitzen und rechtwinklig dazu ein Messingstab *rt* mit einem Laufgewichte fest verbunden. Die Spitzen standen auf Messinglagern *q* in einem conischen Loch, *p* in einem Schlitz. Das Laufgewicht drückte das obere Ende der Messingstange *mn* gegen eine Stellschraube, so dass jedesmal nach erneutem Aus- und Einbringen die Standkugel genau dieselbe Lage in der Torsionswaage bekommen musste. Drückte man zum Laden der beweglichen Kugel die Messingstange *mn* nach vorn, bis der Stab *tr* gegen eine Stellschraube trat, so befand sich die geladene Standkugel neben der beweglichen, zog sie an und lud sie, ohne dass letztere erst einen grossen Bogen zu beschreiben brauchte.

Dem Spiegel *s* gegenüber war in der Wand der Torsionswaage eine mit einem Planglase verschlossene Oeffnung. Aussen in einiger Entfernung befand sich eine horizontale Skala, deren Spiegelbild in einem Fernrohr beobachtet werden konnte. Die Entfernung der Skala war so gewählt, dass, wenn die Drehung des Hebels der Torsionswaage eine Minute betrug, die Skala im Fernrohr sich um einen Skalentheil bewegte. Zugleich war die Skala so gestellt, dass dann, wenn die Mittelpunkte der beiden Kugeln mit der Drehaxe genau einen rechten Winkel bildeten, ihr in der Mitte gelegener Nullpunkt, von dem aus sie nach beiden Seiten numerirt war, gerade im Faden des Fernrohrs erschien.

Dies war die Lage der Kugeln, in der sie beobachtet werden sollten und die auf diese Weise mit grosser Schärfe immer erkannt werden konnte. Hatte sich nach ihrer Elektrisirung die bewegliche Kugel weiter von der Standkugel entfernt, so konnte der

*) Gegen die Grösse des oberen Theiles der Figur ist die Länge *ef*, wie überhaupt die Länge *Tg* zu gering gezeichnet. Die Kugeln waren vom Deckel weiter entfernt.

am Fernrohr befindliche Beobachter sogleich ablesen, um wie viele Grade oder Minuten ihr Stand durch die Torsion corrigirt werden musste. Andererseits war an dem Hookschen Schlüssel eine Scheibe angebracht, welche die Drehung dieses Schlüssels in Minuten der Drehung der Alhidade erkennen liess, und so konnte der die Torsion regulirende zweite Beobachter, ohne auf den Nonius zu sehen, auf Commando*) die Correction herbeiführen. Einige Übung in der rechtzeitigen Ertheilung und Ausführung dieses Commandos und die vortreffliche Wirkung des Oels brachten es bald dahin, dass in verhältnissmässig sehr kurzer Zeit die durch das Laden in heftige Bewegung gerathene bewegliche Kugel vollkommen ruhig so stand, dass die Mittelpunkte der beiden Kugeln mit der Drehaxe einen Winkel bildeten, der um wenige Minuten grösser als ein Rechter war, d. h. dass im Fernrohr der Nullpunkt der Skala um einige Theilstriche vom Faden des Fernrohrs abstand. Der Elektricitätsverlust führte dann durch die vorhandene Torsion von selbst die Kugel allmählich näher an die Standkugel heran, so dass der Zeitpunkt, in welchem der Nullpunkt der langsam wandernden Skala den Faden des Fernrohrs passirte, mit Schärfe zu bestimmen war. Darauf wurde die Torsion abgelesen.

Derjenige Stand, bei welchem die Mittelpunkte der beiden Kugeln mit der Drehaxe der Torsionswaage genau einen rechten Winkel bildeten, ist folgendermaassen gefunden.

Nachdem statt der Schellackstange an dem kleinen Cylinder des Torsionsdrahtes ein unten beschwerter feiner Faden befestigt war, dessen Projection Fig. 7 m die Drehaxe vorstellt, wurde ein Theodolith T in der Entfernung von einigen Metern aufgestellt und die Entfernung Tm genau gemessen. Darauf wurde ein in Millimeter getheilter Maassstab von Elfenbein horizontal in die Lagen MN und $M'N'$ gebracht, so dass er jedesmal parallel mit md stand und die Standkugel in der halben Höhe tangirte. Der vertikale Faden im Fernrohr des Theodolithen liess die Längen ab, ac, $a'b'$ und $a'c'$ bei der starken Vergrösserung auf den zehnten Theil eines Millimeters schätzen. Es ist dann

$$md = \frac{1}{4}(ab + ac + a'b' + a'c').$$

Darauf wurde ein zweiter Theodolith in einen solchen Punkt T' gestellt, dass der vertikale Faden seines Fernrohrs die Drehaxe m deckte und die Standkugel tangirte. Nachdem $T'm$ gemessen war, wurde das Fernrohr in die Lage $T'n$ gedreht, so dass der Faden die andere Seite der Standkugel tangirte, und blieb dann unverrückt so stehen.

*) Will man den Hebel einer nicht geladenen Torsionswaage aus einer Lage in eine andere bringen, ohne dass lange andauernde Oscillationen entstehen, so mache man, wenn der Hebel noch ruht, die halbe Correction plötzlich, die andere Hälfte dann eben so plötzlich in dem Augenblicke, wo der Hebel seine grösste Elongation erreicht und umkehren will. Dann wird er desto ruhiger stehen, je weniger der Widerstand der Luft gegen sein Trägheitsmoment in Betracht kommt. Bei der geladenen Torsionswaage erreicht man auf diese Weise den Zweck angenähert.

Jetzt hängte man die Schellackstange mit der beweglichen Kugel wieder an den Torsionsdraht und maass mit dem Theodolithen T den Winkel pTq. Die vor Lichtreflexen geschützte bewegliche Kugel zeichnete sich auf weissem Hintergrunde sehr scharf ab und wies dem Theodolithen bei langsamer Drehung die Tangenten des Kreises, innerhalb dessen sie sich bewegte. Der Abstand des Mittelpunktes der beweglichen Kugel von der Drehaxe ist also

$$me = Tm \sin \tfrac{1}{2} pTq - r'.$$

wobei r' der vorher gemessene Radius der beweglichen Kugel ist.

Nun wurde die Standkugel herausgenommen, der Kasten der Torsionswaage, um Luftströmungen zu vermeiden, ganz geschlossen bis auf zwei kleine Oeffnungen in der schon bekannten Richtung $T'n'$, und durch den Torsionsdraht die bewegliche Kugel so gestellt, dass sie von der Richtung $T'n'$ tangirt wurde.

Die bewegliche Kugel musste jetzt um $90^0 + dme$ gedreht werden, wenn ihr Mittelpunkt in die Lage e' kommen sollte, welche mit m und d einen rechten Winkel beschreibt. Nun ist der Winkel

$$dme = mfT' + mT'f - nmd.$$

während

$$mfT' = \text{arc sin} \frac{T'm \sin mT'n' - r'}{me},$$

$$mT'f = 2 \cdot \text{arc sin} \frac{r}{T'm + md \cos nmd},$$

$$nmd = \text{arc sin} \frac{r}{md}^{*}).$$

Da hier alles gegeben ist, so liess sich dme leicht berechnen, und es wurde nun die Drehung der beweglichen Kugel um $90^0 + dme$ mittelst des Torsionskreises vorgenommen und der Nullpunkt der Beobachtungsskala richtig gestellt.

II. Beschreibung der Tangentenboussole.

Der zu dem Multiplicator verwendete Kupferdraht war vorzüglich gut mit Seide besponnen und darauf in seiner ganzen Länge von fast $\frac{1}{2}$ Meilen durch Collodium gezogen**). Von der grossen Rolle, auf welcher er sich dann befand, wurde er, durch

*) Diese vielen Umstände wurden durch die Undurchsichtigkeit des hängenden Schellackstabes geboten.

**) Versuche, ob dadurch das Isolationsvermögen wirklich wächst, sind nicht angestellt, man sollte es aber annehmen. Jedenfalls erreicht man dadurch, dass die Seide nicht nur auf dem Drahte sehr fest

Digitized by Google

Hülfe eines Flaschenzuges sehr gleichmässig gespannt, auf den kreisförmigen Ring der Tangentenboussole in 5635 Windungen aufgewunden. Dieser Metallring, der eine Rinne von rechteckigem Querschnitt bildete, war überall, wo sich der Draht an ihn anlegte, vorher in der Hitze dick mit Siegellack überzogen. In den Ring wurde nachher ein 20 Pfund schwerer Kupferring als Dämpfer gestellt. Alles Übrige solcher Einrichtungen ist bekannt.

Die Hauptsache war, die Überzeugung zu erlangen, dass wirklich alle Windungen der Tangentenboussole von dem Entladungsstrom durchlaufen wurden und nicht etwa ein Überspringen eines Theiles derselben durch einen in der Tiefe der Windungen vielleicht nicht sichtbaren Funken geschah. Nun war ein in Marburg oft gebrauchter kleiner Multiplicator von 1000 Windungen zur Hand, und es liess sich aus den Dimensionen der beiden Instrumente vorhersehen, dass sie gegen die Entladung einer Leidener Flasche ungefähr gleiche Empfindlichkeit haben würden. Beide Multiplicatoren wurden so verbunden, dass dieselbe durch Wassersäulen verzögerte Entladung einer grösseren Leidener Flasche durch die Windungen beider fliessen musste. Wenn nun nicht nur das vorhergesehene Verhältniss der Empfindlichkeit eintrat, sondern bei einer Steigerung der Ladung sowohl die Angaben beider Boussolen unter einander proportional blieben, als auch den Angaben eines Sinuselektrometers entsprachen, welches, mit der Leidener Flasche verbunden, deren einzelne Ladungen vergleichen liess, so konnte man überzeugt sein, dass die grosse Tangentenboussole ihrem Zwecke entsprach. Bei allen Entladungen, welche durch ein besonders construirtes Pendel regulirt wurden, blieb der Knopf der Flasche dieselbe Zeit und zwar nur $\frac{1}{4}$ Secunden lang mit dem Multiplicator in Verbindung, um von dem wieder auftretenden Rückstande nur einen sehr kleinen und zwar proportionalen Theil zur Wirkung kommen zu lassen. Folgendes sind die Resultate:

Nr.	*a.* Ablenkung q des Sinuselektromet.	*b.* $\sqrt{\sin q}$	*c.* Kleiner Multiplicat Elongation in Skalenth.	*d.* Tangentenboussole. Elongation in Skalenth.	$\frac{d}{c}$	$\frac{d}{b}$
1.	9°31′	0,4078	41,75	170,40	4,1060	417,85
2.	19°59′	0,5845	59,50	244,85	4,1151	418,91
3.	34°57′	0,7569	76,95	316,10	4,1078	417,62
4.	49°54′	0,8746	88,97	365,45	4,1076	417,85

haftet, sondern auch, dass sie an der Oberfläche nicht leicht rauh wird. Das Verfahren ist einfach: Von der Originalrolle leitet man den Draht um eine kleine feste Rolle mit horizontaler Axe und von da in grosser Entfernung zu einer grossen Rolle, auf die er vorläufig aufgewunden wird. Die kleine feste Rolle taucht zur Hälfte in ein Gefäss mit Collodium.

Digitized by Google

Jede der Zahlen unter c und d ist das Mittel aus 2 bis 3 Messungen, die unter einander höchstens um 1 Skalentheil differirten. Die verlangte Proportionalität stellt sich also sehr vollkommen heraus. Nun war der Abstand des Spiegels von der Skala bei dem kleinen Multiplicator 1633, bei dem grossen 6437,6 Skalentheile und ihre Empfindlichkeit verhält sich also, wie oben ungefähr gefordert wurde, nämlich wie 1 : 1,0423.

Diese Messungen, von denen die zweite offenbar bei der Tangentenboussole einen Beobachtungsfehler voraussetzen lässt, zeigen bei allen drei Instrumenten eine ausserordentliche Feinheit in der Vergleichung der disponiblen Ladung einer Leidener Flasche.

Digitized by Google

ANHANG.

„I do not know what I may appear to the world; but to myself I seem to have been only like a boy playing on the sea-shore, and diverting myself in now and then finding a smoother pebble or a prettier shell than ordinary, whilst the great ocean of truth lay all undiscovered before me."

NEWTON.
Short time befor his death 1727.

Digitized by Google

ÜBER
EINHEITLICHE MAASS-SYSTEME

VON

WILHELM WEBER.

[1861.]

Die folgenden beiden Aufsätze sind von Wilhelm Weber im Jahre 1861, auf Wunsch von befreundeter Seite bei Gelegenheit der Regulirung der deutschen Maass- und Gewichtsfrage durch eine in Frankfurt a. M. niedergesetzte Commission des ehemaligen deutschen Bundes *anonym* veröffentlicht worden. Da jedoch diese Anonymität bereits durch Erwähnung des ersten Aufsatzes in Poggendorff's biographischem Handwörterbuch unter Weber's Arbeiten beseitigt ist und der Inhalt ausserdem für eine spätere Verbesserung der in der Maass-, Gewichts- und Münzregulirung des Deutschen Reiches vorhandenen Unvollkommenheiten von Wichtigkeit werden kann, so glaube ich für die folgende Mittheilung jener beiden Aufsätze unter Wilhelm Weber's Namen hinreichend gerechtfertigt zu sein. Übrigens erlaube ich mir zu bemerken, dass ich mich gelegentlich durch mündliche Unterredungen mit W. Weber über die Zweckmässigkeit einer solchen Publication der Zustimmung des Verfassers hinreichend versichert halten darf. Z.

I.

[Anonym publicirt in der »Tübinger Zeitschrift für Staatswissenschaft«.]

In allen Ländern der civilisirten Welt fühlt man das Bedürfniss, *genau bestimmte und allgemein angenommene* Maasse zu besitzen. Ganz besonders empfindet man den Mangel solcher Maasse da, wo wie in Deutschland viele kleinere Staaten nahe beisammen

Digitized by Google

liegen und in den mannichfaltigsten und engsten Berührungen mit einander stehen. Aber es ist bis jetzt niemals gelungen, irgend einem Maasssysteme die allgemeine Annahme zu verschaffen; ja es ist in Frankreich, wo man vor etwa 70 Jahren diesen Zweck mit grösster Energie und mit vieler Gründlichkeit und Umsicht zu erreichen gesucht hat, nicht einmal gelungen, im *eigenen Lande* das neue wohl begründete System in allen seinen Theilen zur Annahme zu bringen, trotz aller darüber erlassenen Gesetze.

Die Ursachen dieses Misslingens in Frankreich mögen zum Theil in besonderen politischen Verhältnissen nachgewiesen werden können; es lässt sich aber nicht verkennen, dass eine Ursache auch in dem Systeme selbst liegt.

Das französische Gouvernement hatte sich nicht mit der Feststellung der nothwendigen Maasse begnügt, sondern hatte zugleich Vorschriften gegeben, wie die Maasse gebraucht, insbesondere wie mit ihnen *gerechnet* werden sollte. Diese Vorschriften stehen mit der Festsetzung von blossen *Maasseinheiten* in keinem inneren und nothwendigen Zusammenhange. Freilich empfiehlt sich die *Decimalrechnung*, weil sie unserem ganzen Zahlensysteme zum Grunde liegt, vorzüglich zum Ausdruck des Verhältnisses verschiedener Grössen zu ihren Maassen; indessen weiss jeder Rechner, dass auch die Duodecimalrechnung oder auch die Sexagesimalrechnung unter besonderen Verhältnissen besondere praktische Vortheile bietet. Die Decimalrechnung zu einer bindenden Vorschrift beim Gebrauche der Maasse zu erheben, dürfte daher wohl als eine unnöthige und zu grosse Beschränkung der natürlichen, jeder Übung und Gewohnheit ihr Recht gewährenden Freiheit erscheinen, welche ohne dringende Gründe aufzuerlegen nicht rathsam sein möchte.

Schätzte man aber auch wirklich die Vorzüge der Decimalrechnung so hoch, dass man ihre Einführung möglichst zu begünstigen geneigt war, so hätten doch bei diesen Bestrebungen gewisse Grenzen niemals überschritten werden sollen; insbesondere hätte stets das Vorhandene wenigstens in so weit respectirt werden sollen, als es in *allgemeines Besitzthum* übergegangen ist, welches ohne Verletzung vieler und grosser Interessen nicht gestört und beseitigt werden kann.

Ein solches Besitzthum war die nun einmal angenommene *Zeitrechnung* und *Gradrechnung* geworden, was von dem französischen Gouvernement nicht respectirt worden ist, indem es statt der Sexagesimalrechnung die Decimalrechnung bei der Zeit- und Gradrechnung einzuführen versuchte, und sodann das *Maasssystem* so einrichtete, wie es am zweckmässigsten gewesen sein würde, wenn jener Versuch wirklich gelungen wäre.

Hätte man nur, bei so eingerichtetem Maasssysteme, wenigstens mit der *Einführung* desselben so lange gewartet, bis der Erfolg der neuen Zeit- und Gradrechnung gesichert gewesen wäre! Da dies aber nicht geschah, so konnte es nicht fehlen, dass das Misslingen des einen Versuchs das des anderen nach sich zog. Man würde nur sehr kurze Zeit zu warten gebraucht haben, bis man den ersteren Versuch selbst für misslungen

Digitized by Google

erkannte, und hätte dann das neue *Maasssystem* so einrichten können, wie es nach der *allgemein angenommenen Zeit- und Gradrechnung* am zweckmässigsten war. Es konnte dies leicht geschehen, ohne irgend das System selbst seinem inneren Wesen nach zu verändern. Es würde dann daraus ein einheitliches Maasssystem hervorgegangen sein, welches nicht blos sogleich in Frankreich, sondern gewiss bald auch ausserhalb Frankreich die allgemeinste Anerkennung und Annahme gefunden haben würde, wie es dieselbe verdiente.

Mit dem Aufgeben der Decimalrechnung für Zeit und Gradrechnung war aber der *ganzen Einrichtung* des neuen Maasssystems der Grund entzogen, und das System selbst, falls ihm nicht eine *neue Einrichtung* gegeben wurde, zugleich mit aufgegeben. Eine solche neue, durch das Aufgeben der Decimalrechnung für Zeit- und Gradrechnung bedingte, Einrichtung hat aber das französische Maasssystem nicht erhalten, sondern man hat sich später blos an die Trümmer des in seinem Grunde untergrabenen ursprünglichen Systems gehalten, und haben dieselben auch weit über die Grenzen Frankreichs hinaus mit der Zeit Aufnahme gefunden, so liegt der Grund davon blos darin, dass auch solche Trümmer eines *wahren Systems*, wie das französische Maasssystem ursprünglich war, immer noch grosse praktische Vorzüge vor dem sonst überall herrschenden Chaos besitzen.

Will man aber mehr als solche Trümmer haben, so braucht nur zu geschehen, was das französische Gouvernement ohne allen Zweifel gethan haben würde, wenn ihm bei Einführung des neuen Maasssystems die allgemein angenommene Zeit- und Gradrechnung für unantastbar gegolten hätte.

Allgemeine Bedürfnisse.

Die allgemeinen Bedürfnisse, denen ein einheitliches Maasssystem genügen soll, lassen sich unter folgenden drei Punkten zusammenfassen, nämlich:

1) das Bedürfniss genau *bestimmter* Maasse;
2) das Bedürfniss allgemein *angenommener* Maasse;
3) das Bedürfniss *einheitlicher* Maasse, oder Beseitigung aller *unnöthigen und überflüssigen* Maasse*).

*) Es schliessen sich hieran noch eine Menge specieller Bedürfnisse, die in Betracht zu ziehen sind, wenn es sich um den Gebrauch der Maasse zu *bestimmten Messungen* handelt, deren Erörterung jedoch die der allgemeinen vorangehen muss.

Die Festsetzung des Maasses für irgend eine Grössenart, allein betrachtet, geschieht bekanntlich dadurch, dass man eine an irgend einem Orte zu irgend einer Zeit wirklich vorhandene Grösse dieser Art zum Maasse wählt. Diese zum Maass gewählte Grösse nennt man nun einen *Maass-Etalon*, wenn sie so beschaffen ist, dass sie an einen anderen Ort versetzt, und ihre Unveränderlichkeit zu verschiedenen Zeiten versichert werden kann. Es leuchtet nun ein, dass wenn es sich um die Anwendung der Maasse zu *bestimmten Messungen* handelt, die Feststellung der Maasse in solchen *Etalons* sehr häufig ein Bedürfniss

Digitized by Google

Den oben angeführten allgemeinen Bedürfnissen würde nun, wenn noch gar keine Maasse vorhanden wären, durch Feststellung *dreier* Maasse als *Grundmaasse* genügt werden. Man ist einig, dass alsdann die Maasse für *Länge* und *Zeit* zu zweien von diesen drei Grundmaassen gewählt würden; die Wahl für das dritte Grundmaass dagegen würde zwischen dem Maasse für die *Massen* der Körper, oder für ihre *Gewichte*, oder für ihre *Dichtigkeiten* noch frei gelassen werden. Jede weitere Feststellung von Maassen für noch andere Grössenarten würde unnöthig und überflüssig sein; denn alle anderen Grössenarten können mit denen, für welche die Grundmaasse festgestellt sind, an gewissen geometrischen oder mechanischen Objecten *zugleich* betrachtet werden, und die alsdann vorhandenen, in *geometrischen* oder *mechanischen* Gesetzen gegebenen Relationen zwischen den verschiedenen Grössenarten würden genügen, um für alle anderen Grössenarten Maasse aus den drei festgestellten Grundmaassen *abzuleiten*.

Vorhandene Elemente.

Der Fall, dass noch gar keine Maasse vorhanden wären, liegt nun aber nicht vor, und es fragt sich daher, ob unter den vielen vorhandenen Maassen nicht eines oder mehrere sich befinden, welche den beiden ersten von den oben angeführten Bedürfnissen genügen, nämlich *genau bestimmt und allgemein angenommen* zu sein. Es leuchtet nämlich ein, dass es in Betreff solcher Maasse gar keiner weiteren Feststellung bedarf, wie auch jeder Versuch, solche Maasse zu verdrängen, erfolglos bleiben würde.

In Beziehung auf die *Zeit* hat nun die Astronomie schon lange dafür gesorgt, dass wir mit einem genau bestimmten und allgemein angenommenen Maasse versehen sind, woran nichts mehr zu ändern ist. Das *Zeitmaass* ist eines der *drei Grundmaasse* geworden, und steht so fest, dass es bei Berathungen und Vereinbarungen über festzustellende Maasse gar nicht mehr in Erwägung gezogen zu werden pflegt.

Giebt es nun nicht unter allen übrigen vorhandenen Maassen noch ein *zweites*, welches ebenso wie das Zeitmaass genau bestimmt und allgemein angenommen ist? Es

---

sein wird; denn ohne solchen *Etalon* kann das Maass zu Messungen nicht unmittelbar, sondern höchstens nur mittelbar gebraucht werden.

Da aber für viele Grössenarten, z. B. für Geschwindigkeiten, gar keine Maasse in Etalons darstellbar sind, und die für die übrigen dargestellten Etalons doch nur zu gewissen Arten von Messungen unmittelbar brauchbar sein können, so ist es zweckmässig, die Feststellung der Maasse im Allgemeinen von ihrer speciellen *Feststellung in Etalons* zu sondern und mit letzterer später zusammen auch die dabei in Betracht zu ziehenden *specielleren Bedürfnisse* zu erörtern.

Die in *Etalons* dargestellten Maasse heissen *reelle Maasse* und werden den *ideellen Maassen*, welche bei der Messung nicht unmittelbar vorliegen, entgegengestellt. Man nennt die ideellen Maasse, deren Feststellung auf gewisse in der Natur gegebene Grössen zurückgeht, auch *Naturmaasse*.

Digitized by Google

lässt sich wirklich dem Zeitmaass noch ein anderes zur Seite stellen, nämlich das Maass für die *Dichtigkeiten* der Körper. Die Maximal-Dichtigkeit, welche dem reinen Wasser ohne äusseren Druck zukommt, ist wirklich ein genau *bestimmtes* Maass für die Dichtigkeiten der Körper, welches *allgemeine Annahme* gefunden hat, und man kann sicher sein, dass jeder Versuch, der gemacht werden sollte, dieses Maass zu ändern, ohne Erfolg bleiben und bald wieder aufgegeben werden würde.

Prüft man nun endlich noch alle übrigen vorhandenen Maasse, so findet man die beiden Merkmale, dass ein Maass genau bestimmt und allgemein angenommen ist, nur noch bei *einem* Maasse in weiteren Gebieten vereinigt, nämlich bei dem in der *Geographie* und der *Schifffahrtskunde* gebrauchten *Längenmaasse*.

Das Maass nämlich, nach welchem alle geographischen Karten entworfen werden, ist wirklich *genau bestimmt und allgemein angenommen*. Auf vielen Karten findet man zwar verschiedenerlei Maassstäbe angegeben; diese Maassstäbe sind es aber nicht, nach welchen die Karte entworfen worden ist, sondern sollen nur zur Reduction des hierzu gebrauchten Maasses auf die in verschiedenen Ländern gebräuchlichen sogenannten Meilenmaasse dienen. Das Maass, wonach alle Karten wirklich entworfen sind, ist das Gradmaass der Breite, welches in seinen kleineren Unterabtheilungen, nämlich Breitenminuten, allen Specialkarten als *Längenmaass* zum Grunde liegt.

Ferner werden alle *nautischen* Rechnungen, deren praktische Bedeutung für die Schifffahrt immer gewachsen ist, trigonometrisch nach Bogenminuten geführt, wozu alle *Hülfstafeln* und *Instrumente* eingerichtet sind. Hiernach werden durch alle Rechnungen die Entfernungen unmittelbar in *Seemeilen* gefunden, welche die Bogenminute auf der Erdoberfläche ihrer Länge nach darstellt.

Es ist also in der Geographie und Nautik die mittlere Länge der Bogenminute des Meridiankreises auf der Erdoberfläche oder die Seemeile, ein genau bestimmtes und allgemein angenommenes *Längenmaass*, und es darf wohl behauptet werden, dass alle Versuche, in den beiden angegebenen Gebieten durch neue Feststellungen das einmal angenommene Maass zu ändern, scheitern würden.

Jede Feststellung eines anderen Längenmaasses, wenn es auch in allen anderen Gebieten ausser der Geographie und Nautik allgemein angenommen werden sollte, würde also nur dahin führen, dass man *zwei* Längenmaasse erhielte, von denen das eine jedenfalls *unnöthig* und *überflüssig* wäre. Ein solches unnöthige und überflüssige Maass kann nur dadurch vermieden werden, dass das in der Geographie und Nautik einmal *allgemein angenommene* Längenmaass für alle anderen Gebiete, wo noch kein Längenmaass allgemeine Annahme gefunden hat, gleichfalls festgestellt und angenommen wird.

Es ergiebt sich also, wenn man alles *Vorhandene*, was so feststeht, dass es sich niemals wieder beseitigen lässt, gehörig beachtet und würdigt, dass alle Vorschläge, welche

Digitized by Google

zur Feststellung *neuer* Maasse gemacht werden, unnöthig und überflüssig sind. Es kommt wesentlich nur darauf an, an den schon vorhandenen, genau bestimmten und allgemein angenommenen Maassen *allein und ausschliessend* festzuhalten, und alle anderen nicht genau bestimmten oder nicht allgemein angenommenen Maasse gänzlich abzuschaffen, indem man zugleich jene ersteren zu *Grundmaassen* erhebt, aus denen man nach bekannten geometrischen und mechanischen Principien das ganze System der *abgeleiteten Maasse* gewinnt, welches allen Bedürfnissen vollständig genügt und nichts Überflüssiges enthält.

Es liegt in den allmählichen aber unwiderstehlichen Fortschritten der Wissenschaft und technischen Kunst etwas Nöthigendes, was mit Sicherheit voraussehen lässt, dass man endlich auch in Beziehung auf das in alle Verhältnisse so mächtig eingreifende Maasssystem zu der eben dargelegten zweckmässigen Beseitigung so vieler willkürlichen Feststellungen, die man sich bisher in kleineren oder grösseren Kreisen erlaubt hat, gelangen wird. Die von Zeit zu Zeit hervortretenden gesetzgeberischen Acte werden darauf nur insofern Einfluss haben, als die Zeit, bis wann man jenes Ziel erreicht, dadurch sehr abgekürzt oder auch weiter hinausgeschoben werden kann.

Französisches Maasssystem.

Ein solcher gesetzgeberischer Act ist es gewesen, wodurch das französische Maasssystem vor fast 70 Jahren festgestellt worden ist, welches seine Bedeutung und die vielseitige Anerkennung und Annahme, die es nach und nach gefunden, blos dem Umstande verdankt, dass es mit einer nur geringen, freilich praktisch sehr einflussreichen, Abweichung wirklich auf die angegebenen schon vorhandenen Elemente eines einheitlichen Maasssystemes gebaut war und den vorher aufgeführten allgemeinen Bedürfnissen vollkommen genügte. Es stand aus diesen Gründen unter allen gesetzlich sanctionirten Maasssystemen einzig in seiner Art da. Die Herrschaft desselben kann sich noch bedeutend erweitern; dessenungeachtet wird es doch niemals zu einer ganz allgemeinen Annahme gelangen, und es wird endlich sogar die Zeit kommen, wo ihm mit Erhaltung des ursprünglichen Kernes eine neue Einrichtung gegeben wird, durch die es mit allen vorhandenen Elementen in vollkommene Übereinstimmung gebracht wird.

Die *jetzige Einrichtung* des französischen Maasssystemes würde nur zugleich mit dem Grunde, auf den sie gebaut war, nämlich einer nach dem Decimalsystem geordneten Zeit- und Gradrechnung, allgemeine Annahme haben finden können; nachdem aber dieser Grund aufgegeben, kann das darauf errichtete Gebäude auf die Dauer nicht bestehen. Die dadurch nothwendig gewordene *neue Einrichtung* des Maasssystemes, *auf dem Grunde der allgemein angenommenen Zeit- und Gradrechnung*, führt aber durch eine neue *Feststellung der Grundmaasse* zu einem neuen Systeme auch der *abgeleiteten Maasse*.

Digitized by Google

Grundmaasse.

Die *Umlaufszeit der Erde um die Sonne*, die *Maximal-Dichtigkeit des reinen Wassers ohne äusseren Druck* und die *Länge des Erdmeridiankreises* sind die in der Natur gegebenen Grössen, auf welche die Feststellung der Grundmaasse zurückgehen muss, wenn ein annehmbares einheitliches Maasssystem hergestellt werden soll. Es ist dies auch schon bei Begründung des französischen Maasssystemes anerkannt worden und bildet den wahren Kern desselben.

Diese Grössen brauchen aber nicht selbst zu *Maassen* genommen zu werden, und dürfen es auch nicht, aus dem Grunde, weil sie in keiner Weise für den praktischen Gebrauch der Maasse zur Messung passen, worauf bei der Feststellung der Maasse vorzüglich Rücksicht zu nehmen ist.

Zur Feststellung des *Zeitmaasses* hat man daher die Umlaufszeit der Erde um die Sonne *nach der allgemein angenommenen Zeitrechnung* in mittleren Tagen ausgedrückt und den 86400ten Theil eines solchen Tages, oder eine *Zeitsecunde*, als Zeitmaass festgesetzt, welches durch Normaluhren, mit Hülfe astronomischer Controlen, so genau als es für den Gebrauch irgend erforderlich ist, fortwährend dargestellt wird.

Zur Feststellung des *Längenmaasses* sollte nun dasselbe geschehen, indem man die Länge des Meridiankreises der Erdoberfläche *nach der allgemein angenommenen Gradrechnung* in 360 Grade und jeden Grad in 60 Minnten ausdrückte, und die Länge einer solchen Bogenminute auf der Erdoberfläche, *welche das allgemein angenommene Längenmaass im Gebiete der Geographie und Nautik schon bildet und in der Seemeile dargestellt ist*, auch für alle anderen Gebiete ausser der Geographie und Nautik als *Längenmaass* feststellte. Nur auf diese Weise kann ein wirklich *einheitliches* Längenmaass für alle räumlichen Bestimmungen gewonnen werden.

Es verdient jedoch hierbei die Bemerkung besonders hervorgehoben zu werden, dass in der Geographie und Nautik niemals *unmittelbarer* Gebrauch vom Längenmaass zu Messungen gemacht wird, sondern dass alle in der Geographie und Nautik ausgeführten räumlichen Bestimmungen in *Winkelmessungen* bestehen, aus denen alle *Entfernungen* trigonometrisch berechnet werden. Da nun aber alle trigonometrischen Tafeln die zu diesen Rechnungen gebraucht werden, nach dem *Decimalsystem* eingerichtet sind; so ergiebt sich hieraus die wichtige Folge, dass in der Geographie und Nautik eine Verkleinerung des Längenmaasses *nach dem Decimalsysteme*, z. B. eine Verkleinerung desselben auf den 1000ten Theil, *als gar keine wesentliche Aenderung* anzusehen ist.

Diese Bemerkung ist darum von besonderer Wichtigkeit, weil in allen Gebieten, wo *unmittelbarer* Gebrauch vom Längenmaass zu Messungen gemacht wird, die Länge

Digitized by Google

einer Bogenminute auf der Erdoberfläche oder einer Seemeile zu diesem Gebrauche nicht passt, worauf doch bei Feststellung des Maasses vorzüglich Rücksicht zu nehmen ist.

Zur Feststellung des *Längenmaasses* kann daher die Länge des Meridiankreises der Erdoberfläche, *nach der allgemein angenommenen Gradrechnung*, in 360 Grade und jeder Grad in 60 Minuten ausgedrückt, und sodann von der Länge einer solchen Bogenminute auf der Erdoberfläche der 1000te Theil zum *Längenmaass* gewählt werden.

In dem französischen Maasssysteme ist das Längenmaass ganz auf dieselbe Weise festgestellt worden, blos mit dem Unterschiede, dass infolge der versuchten Einführung einer nach dem Decimalsystem geordneten Gradrechnung ein anderer Werth der Bogenminute zum Grunde gelegt worden war. Nämlich statt des 360. 60sten Theiles des Meridiankreises war der 400. 100te Theil genommen worden, oder es war versucht worden, eine im Verhältniss von 100 : 54 kleinere Seemeile einzuführen, deren 1000ter Theil das als *Meter* bekannte Längenmaass ist.

Das *Dichtigkeitsmaass* endlich ist das einzige, welches unmittelbar dadurch fixirt ist, dass die in der Natur selbst gegebene Grösse der Maximal-Dichtigkeit des reinen Wassers ohne äusseren Druck als *Dichtigkeitsmaass* festgestellt worden.

Maass-Etalons.

Die besondere Feststellung der Maasse in *Etalons*, durch welche dieselben erst objectiv verwirklicht werden, hängt endlich von einer Menge praktischer Rücksichten auf ihren Gebrauch bei Messungen ab. Es leuchtet ein, dass es unmöglich ist, allen kleineren und grösseren Bedürfnissen, die sich bei den unzähligen Anwendungen herausstellen, zu genügen, und dass man sich daher auf die Berücksichtigung der *wesentlichsten* Bedürfnisse nothwendig beschränken muss.

Welches nun aber diese *wesentlichsten* Bedürfnisse seien, darüber sind die Ansichten der Praktiker verschieden, und eine Vereinigung vieler Staaten zum Zweck einer gemeinsamen Feststellung der Etalons wird deshalb nicht leicht zu Stande kommen. Auch wenn von allen Staaten dieselben Maasse angenommen wären, würde doch die *gesetzliche* Feststellung der Etalons immer jedem Staate in seinem Bereiche vorbehalten bleiben müssen, und höchstens möchten Vereinbarungen über einzelne Punkte, in welchen äusserliche Gleichheit besondere praktische Vortheile böte, zu Stande gebracht werden können.

Im Allgemeinen ist gesetzliche Feststellung von Etalons nicht blos für die Grundmaasse, sondern für alle Maasse praktisch desto mehr gerechtfertigt, je genauerer Feststellung in Etalons, und weiterer Verbreitung sie auf diese Weise, *ohne Gefahr der Veränderung*, fähig sind. Welche Stelle im Systeme sie einnehmen, ob als Grundmaasse oder als abgeleitete Maasse, ist dabei gleichgültig. Solche Maasse empfehlen sich aber

Digitized by Google

nicht blos zur wirklichen Darstellung in Etalons, sondern es ist zur Vermeidung jeder Ungewissheit auch praktisch nothwendig, dass jeder so dargestellte Etalon schlechtweg als das Maass seiner Grössenart *gesetzlich* gelte, ohne Rücksicht darauf, ob es bei seiner Darstellung gelungen sei, ihn den Bestimmungen des *Systemes* ganz genau anzupassen, was vollkommen doch niemals erreicht wird. Jeder solcher Etalon hat dann *selbstständige* Geltung, ganz unabhängig von den im *Systeme* darüber enthaltenen Bestimmungen.

Es würde aber ein Missbrauch der gesetzlichen Autorität sein, einen Etalon festzustellen, ohne Mittel, den *allgemeinen Gebrauch* des so festgestellten Etalons zu ermöglichen.

Es leuchtet ein, dass dazu ein in den Staatsarchiven versiegelt niedergelegter Normaletalon, welcher dem Gebrauche ganz entzogen ist, nichts helfen kann, und dass es insbesondere nichts helfen kann, wenn dieser Normaletalon mit einer viel grösseren Feinheit und Genauigkeit hergestellt ist als die in Gebrauch kommenden Exemplare. Die Absicht, welche zu einer solchen Verwahrung des Normaletalons häufig Anlass gegeben, ist nun zwar nicht die Ermöglichung des allgemeinen Gebrauches, sondern die Sorge für künftige Jahrhunderte, dass ihnen das jetzt allgemein gebrauchte Maass erhalten werde. Soll aber diese letztere Absicht nicht ganz illusorisch sein, so setzt sie voraus, dass der allgemeine Gebrauch auf andere Weise schon vollkommen gesichert sei. Denn ehe gesorgt wird, dass ein Etalon der Nachwelt erhalten werde, muss gesorgt werden, dass derselbe *wirklich gebraucht* wird, da er sonst für die Nachwelt gar keine Bedeutung hat.

Die Möglichkeit des allgemeinen Gebrauches setzt aber voraus, dass der Etalon nicht in einem, sondern in vielen Tausenden von Exemplaren vorhanden sei, für welche alle dieselbe *Bürgschaft* existiren muss, eine Bürgschaft, welche, wenn die Fabrikation aller zum wirklichen Gebrauche kommenden Etalons von Künstlern und Handwerkern nach Belieben mit den verschiedensten Instrumenten und Werkzeugen beschafft wird, durch die flüchtige Controle eines Aichungsamtes nicht wohl erreicht werden kann.

Wie man viele für identisch zu achtende *Exemplare einer Schrift* nur durch denselben *Druck* gewinnen kann, ebenso lassen sich viele für identisch zu achtende *Etalon-Exemplare* nicht durch künstlerisches oder handwerksmässiges *Copiren*, sondern nur durch *stereotypischen Abdruck* mit den feinsten und zuverlässigsten Maschinen, unter ganz unverändert erhaltenen Verhältnissen, bewerkstelligen. Nicht der Stempel eines Aichungsamtes, sondern der Stempel der Maschine, womit alle Exemplare geprägt worden sind, kann ihnen allen eine gleiche, *praktisch genügende*, Bürgschaft gewähren. Solche Maschinen in zweckmässigster Weise auszuführen, ist gewiss eine schwere Aufgabe, deren Lösung jedoch in unserer Zeit keinen wesentlichen Anstand finden dürfte.

Wäre nun aber auch eine solche stereotypische Vervielfältigung der Exemplare

Digitized by Google

für den Längen-Etalon erreichbar, so würde doch dasselbe nicht von allen Etalons gelten. Es würden sich z. B. solche stereotypisch vervielfältigte Exemplare des Massen- oder Gewichts-Etalons, die für *alle* praktischen Anwendungen als identisch gelten könnten, nicht herstellen lassen. Es würden aber doch stereotypisch vervielfältigte Exemplare herstellbar sein, welche für die *meisten* praktischen Anwendungen als identisch gelten könnten, was auch schon von grosser, keineswegs zu übersehender, Wichtigkeit wäre. Es dürfte in dieser Beziehung insbesondere nicht übersehen werden, wie wichtig es wäre, wenn eine *zweckmässige Prägung* aller Gold- und Silbermünzen dazu benutzt würde, um den Massen- oder Gewichts-Etalon in Tausenden von *gleich* verbürgten Exemplaren zu verbreiten, wobei freilich die Grundbedingung wäre, dass der Massen- oder Gewichts-Etalon nicht im *Feingehalt* der Münze, sondern in ihrem *Totalgehalt* gegeben wäre.

Hätte man in anderen Maassgebieten solche Hülfsmittel, wie Uhren und Kalender für die Zeit sind, um auf allgemeine Annahme zweckmässiger Einrichtungen hinzuwirken, so könnte die allmähliche Ausbildung des Maasssystemes fast ganz der freien Entwickelung überlassen bleiben, und es würde nur von Zeit zu Zeit einer gesetzlichen Sanction des so Entstandenen bedürfen. Bei dem Mangel solcher Hülfsmittel aber leuchtet ein, dass es ohne gesetzgeberische Acte niemals zu einer allgemeinen Annahme auch der zweckmässigsten Einrichtungen kommen kann.

Der Hauptzweck solcher gesetzgeberischen Acte besteht in der angestrebten Vermittelung, dass bestimmte Maasse innerhalb gewisser Grenzen allgemein verbreitet und allein gebraucht werden. Demgemäss kann der Fall eintreten, dass die Wahl des schlechtweg zur allgemeinen Annahme zweckmässigsten Maasssystemes für einen bestimmten engeren und beschränkteren Kreis unzweckmässig wird.

Hätten z. B. Preussen und Oesterreich ein und dasselbe, keineswegs aber das zur allgemeinen Annahme zweckmässigste, Maasssystem angenommen, so würde es für Sachsen unzweckmässig sein, irgend ein anderes Maasssystem anzunehmen, wenn es auch das vollkommenste und für die allgemeine Annahme unbedingt zweckmässigste wäre.

Aehnliche Betrachtungen finden in Beziehung auf Deutschland in seiner Umgebung von andern Ländern Anwendung, und es soll hier nicht erörtert werden, ob darin ein hinreichender praktischer Grund gefunden werden kann, für Deutschland auf die Annahme des im Allgemeinen geeignetsten und zweckmässigsten Maassystemes vor der Hand lieber noch zu verzichten, und statt dessen die Annahme des aus den angedeuteten Gründen jetzt noch relativ zweckmässigeren französischen Maasssystemes zu empfehlen, dessen Einrichtung zwar, nach Fallenlassen des Grundes, auf dem sie gebauet war, ihre

Digitized by Google

ursprüngliche Einheitlichkeit verloren hat und dadurch an sich unzweckmässig geworden ist, aber auch in diesem Zustande noch viele Vorzüge eines wirklich einheitlichen Maasssystemes bewahrt hat, die sonst nicht weiter gefunden werden.

Zusätze.

1) Formulirung der Vorschläge.

1. Angenommen wird das *einheitliche Maasssystem*, worin

   die Secunde,
   die Maximaldichtigkeit des reinen Wassers ohne äusseren Druck, und
   der 1000te Theil der Seemeile oder der Länge der Bogenminute des Erdmeridiankreises

   die *drei Grundmaasse* sind, aus denen alle anderen Maasse *abgeleitet* werden.
2. Jeder Staat macht sich verbindlich, für allgemeine Verbreitung und allgemeinen Gebrauch eines diesem Systeme so genau wie möglich entsprechenden Systemes von *Maassetalons* zu sorgen.

2) Über die Ausführung.

Die Ausführung bleibt jedem Staate in seinem Bereiche überlassen; doch würde als erster zweckmässiger Schritt besonders zu empfehlen sein die Sorge für Verbreitung von *Längen-Etalons* und *Gewichts-Etalons*, wonach die weitere Ausbildung der freien Entwickelung überlassen werden kann, die nur von Zeit zu Zeit der gesetzlichen Sanction bedürfen wird.

Längen-Etalon.

Zum Längen-Etalon wird der 1000te Theil einer Seemeile mit aller erreichbaren Genauigkeit durch mechanische Vervielfältigung in Tausenden von Exemplaren hergestellt.

Dieser Längen-Etalon, welcher eine *Klafter* heisse, ist

$\frac{100}{54}$ Meter lang, oder nahe

6 Fuss	Hannoverisch	$+\frac{1}{3}$	Fuss
6 „	Englisch	$+\frac{1}{13}$	„
6 „	Preussisch	$-\frac{1}{10}$	„ *)
6 „	Oesterreichisch	$-\frac{1}{7}$	„
6 „	Altfranzösisch	$-\frac{3}{10}$	„

*) Die preussische Klafter ist der 4000. Theil der preussischen Meile. Sonderbarer Weise hat man

Digitized by Google

Bedarf es nun nach gesetzlicher Feststellung des *Maass-Etalons* keiner weiteren *gesetzlichen* Bestimmung über Eintheilung und Rechnung, so muss doch bei der Ausführung, namentlich um dem Zweck der Verbreitung vollkommen zu entsprechen, eine bestimmte Theilungs- und Rechnungsweise *faktisch* angenommen werden. Denn der mit der Verbreitung verbundene Zweck des Gebrauches macht die Verbindung einer *Längenskale* mit jedem *Längen-Etalon* nothwendig. Bei der Wahl dieser Theilungs- und Rechnungsweise dürften nun die von der Längenmessung abhängigen Flächen- und Raummessungen, welche das *Decimalsystem* fordern, allein schon praktisch als entscheidend angesehen werden; denn alle Quadrirungen und Cubirungen, sowie alle Quadrat- und Cubikwurzel-Ausziehungen, welche bei Berechnung von Flächen und Räumen aus gemessenen Längen, oder bei Berechnung abzumessender Längen aus darzustellenden Flächen und Räumen, immer vorkommen, müssen im Decimalsystem gerechnet werden. Dazu kommt, dass nur das Decimalsystem, bei dem allgemein angenommenen Zahlensysteme, die für specielle Zwecke oft bequeme Einführung des 10ten oder 100ten Theiles der Maasseinheit als *niedere* Einheit, sowie der 1000fachen Maasseinheit, oder der Seemeile, als *höhere* Einheit, ohne die geringste Störung in den Rechnungen gestattet, was für die Darstellung brauchbarer und bequemer *Etalons abgeleiteter Maasse*, namentlich der *Gewichts-Etalons*, praktisch besonders wichtig ist. Es kann dann z. B. der 100te *Theil der Klafter* bei Ableitung des Gewichts-Etalons als Längeneinheit zum Grunde gelegt werden, ebenso wie bei Ableitung des französischen Gewichts-Etalons, des Gramms, der 100te *Theil des Meter* als Längeneinheit zu Grunde gelegt worden war.

Dies vorausgesetzt, empfiehlt sich die *Klafter* unmittelbar mit 100theiliger Skale als brauchbarer Maassstab in der Architectur, Feldmessung, Holzmessung u. s. w.; die nächst kleinere Decimalstelle $\frac{1}{10}$ Klafter (welche der Handlänge von 7 bis 8 Zoll entspricht) mit 100theiliger Skale empfiehlt sich dagegen als brauchbarer Maassstab besonders in den Künsten, z. B. in der Zeichenkunst, mechanischen Kunst, in Reiszeugen u. s. w. Es empfiehlt sich endlich die Fortschreitung 1, 2, 3 bis 4 in der nämlichen Decimalstelle, also $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$ bis $\frac{4}{10}$ Klafter, als brauchbarer Maassstab für Handel und Gewerbe, statt der Elle, deren Name für einen $\frac{4}{10}$ Klafter langen Stab erhalten bleiben könnte, dessen Länge blos um $3\frac{1}{3}$ Zoll grösser sein würde, als die altfranzösische Elle. Man könnte dabei selbst an der gewohnten Fortschreitung $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$, 2, 3, 4, 5 .. Ellen festhalten, wenn auch die Fortschreitung 1, 2, 3, 4, 8, 12, 16, 20 .. der Form nach einfacher ist.

---

in Preussen die Meile nach der Klafter, statt die Klafter nach der Meile, regulirt und dadurch eine von der geographischen verschiedene Meile erhalten. Hätte man es umgekehrt gemacht, so würde die preussische Klafter genau der 1000. Theil der Seemeile sein.

Digitized by Google

Gewichts-Etalon.

Der Ableitung des Gewichts-Etalons wird der 100te Theil der Klafter zum Grunde gelegt, wonach sich die Gewichtseinheit (Loth)

$$= \left(\frac{100}{54}\right)^3 \text{ Gramm}$$
$$= \frac{1}{78{,}7} \text{ Zollpfund}$$

ergiebt.

Zunächst würde es nur auf die allgemeine *Verbreitung* des neuen Gewichts-Etalons ankommen, indem die allmähliche Einführung des *Gebrauches bei allen Wägungen* Anfangs der freien Entwickelung überlassen würde.

Die allgemeine Verbreitung des neuen Lothes als Gewichts-Etalons würde aber am zweckmässigsten durch *Silber-* und *Goldmünzen* geschehen, welche dasselbe darstellen.

Silbermünzen.

In Silbermünzen hat der Thalerfuss, nämlich 30 Thaler mit 1 Zollpfund Feingehalt, die ausgedehnteste Annahme gefunden. In der *Münzrechnung* haben für den Thaler die Theilungen in 30, 150 und 105, partielle Annahme gefunden, die sich wohl nicht alle neben einander auf die Dauer erhalten werden.

Der Vorschlag des Sächsischen Gouvernements, Drittelthaler oder Mark (also 90 Mark mit 1 Zollpfund Feingehalt) der Einführung der *Decimalrechnung in der Münzrechnung* zu Grunde zu legen, empfiehlt sich praktisch so sehr, dass er wohl die meiste Aussicht auf allgemeine Annahme für die Zukunft hat.

Der allgemeinen Annahme dieses Vorschlages würde aber die allgemeine Verbreitung von Marketalons als Drittelthaler, halbe Oesterreichische Gulden und 35 Rheinl. Kreuzerstücke vorausgehen müssen. Die Verbreitung von Drittelthalern und Oesterreichischen halben Gulden ist schon vorhanden und brauchte nur vermehrt zu werden, während die Rheinl. Münzrechnung, die sich zwischen den beiden andern auf die Dauer nicht halten kann, durch zahlreiche Verbreitung von 35 und 7 Kreuzerstücken (= Halbgulden und Zehntelgulden Oesterreichisch = 10 und 2 Groschen) allmählich am zweckmässigsten in die andern Münzrechnungen überzuführen ist.

Mark, Drittelthaler, Halbegulden Oesterreichisch und 35 Rheinl. Kreuzerstücken würden aber bei $\frac{1}{90}$ Zollpfund Feingehalt nebst $\frac{1}{7}$ von $\frac{1}{90}$ Zollpfund an Kupfergehalt den *neuen Gewichts-Etalon* geben, welcher dadurch auf die zweckmässigste Weise allgemeine Verbreitung erhalten könnte. Diese Gewichts-Etalons hätten also $\frac{7}{8}$ Silbergehalt oder Feingehalt und $\frac{1}{8}$ Kupfergehalt.

Goldmünzen.

In Goldmünzen ist der mit Kronen gemachte Versuch fast schon als gescheitert zu betrachten, während die Pistolen sich erhalten haben.

Pistolen können aber mit unverändertem Goldgehalt und sehr kleinem Kupfergehalt so ausgeprägt werden, dass sie den neuen Gewichts-Etalon geben, wodurch letzterer auch in Goldmünzen die weiteste Verbreitung finden würde.

II.

Kritik eines anonym in der »Deutschen Vierteljahrsschrift«, drittes Heft 1861 (Stuttgart u. Tübingen 1861. 8°) erschienenen Aufsatzes »Die deutsche Maass- und Gewichtsfrage«.

[1861.]

[Anonym publicirt in den »Göttingischen gelehrten Anzeigen« im 31. Stück d. 31. Juli 1861. Z.]

Das angeführte Heft der Deutschen Vierteljahrsschrift enthält einen anonymen Aufsatz: »Die deutsche Maass- und Gewichtsfrage«, als dessen Zweck angegeben wird, über die Arbeiten der in Frankfurt a. M. niedergesetzten Commission zu berichten und das Thatsächliche mit erläuternden Bemerkungen zu begleiten, mit der ausdrücklichen Erklärung, dass der Verfasser — wahrscheinlich ein Mitglied der Commission — nicht den Anspruch erhebe, bei seinen Betrachtungen und Motivirungen überall genau oder vollständig die Meinung und den Ausdruck der Commission wiederzugeben.

Die Frankfurter Commission — bestehend aus Professor von Ettingshausen für Oesterreich, Professor Jolly für Bayern, Director Hülsse für Sachsen, Director Karmarsch und Stadtdirector Rasch für Hannover, Director von Steinbeis für Württemberg, Baurath Becker für Baden und Nassau, Geheimerath Eckardt für Grossherzogthum Hessen und Mechaniker Repsold für Hamburg, Lübeck und Bremen — hat, wie bekannt ist, über ihre Arbeiten selbst berichtet und ihre Vorschläge in einem ausführlichen Gutachten der Bundesversammlung vorgelegt, welches natürlich allein als authentischer Ausdruck der Ansichten und Gründe der Commission für die gemachten Vorschläge anzusehen ist. Dieses Gutachten ist im vorliegenden Aufsatze weder selbst noch im Auszuge enthalten, wenn es auch dem Verfasser dabei vorgelegen haben mag.

Digitized by Google

Der Verfasser hat nur versucht, die Gesammtheit der Commissions-Vorschläge in zusammenhängender Darstellung, mit Erläuterungen, Betrachtungen und Motivirungen zu geben, welche, wenn sie auch zu den von der Commission angenommenen Resultaten führen, doch nur als sein Werk zu betrachten sind.

Man findet darin, wenn auch nicht in abgesonderter und authentischer Fassung, die schon bekannten Vorschläge der Commission für die Maasse der *Längen*, *Flächen* und *Körper*, nach dem Metersysteme; für die *Gewichte*, das Pfund = 500 Gramm; so wie auch den Vorschlag für die erforderlichen *Grössenabstufungen*, die *Decimaltheilung*, jedoch mit Zulassung *dyadischer* Theilung in einzelnen Fällen. Ferner findet man ausführlich die gemachten Vorschläge zur Feststellung einer Anzahl *benannter Grössenabstufungen*. Endlich wird noch von einem grossen und wesentlichen Theile des von der Frankfurter Commission an die Bundesversammlung erstatteten Gutachtens, welcher sich mit Vorschlägen über die *Ausführungsmaassregeln* beschäftigt, der Inhalt angedeutet, nämlich: von dem Urmaass, dessen nächsten Copien und den sogenannten Hauptnormalen des Meters; von dem Urpfund, dessen nächsten Copien und den Hauptnormalen des Gewichtssystemes; von den Hauptnormalen für die Hohlmaasse und den Dimensionsverhältnissen der letzteren; von den Maass- und Gewichtsnormalen der ausführenden Aichungsbehörden; von der Toleranz (den Genauigkeitsgrenzen bei Maassen und Gewichten; von dem Aichungsverfahren und von Bezeichnung der Maasse; endlich von der Überführung des vorgeschlagenen Maasssystemes in den Gebrauch und den dabei anwendbaren Erleichterungen.

Für den Zweck dieser Anzeigen würde nun zwar ein genauer und vollständiger Bericht von den Commissionsverhandlungen, insbesondere das an die Bundesversammlung erstattete Gutachten selbst, von noch grösserem Interesse gewesen sein; doch glauben wir die hier vorliegende Arbeit nicht ganz übergehen zu dürfen, schon weil sie aus dem Schoosse der Commission selbst hervorgegangen zu sein scheint und deshalb das Präjudiz für sich haben dürfte, doch wirklich nicht blos die Resultate, sondern auch, wenigstens dem hauptsächlichsten Inhalte nach, die gepflogenen Berathungen selbst zu geben.

Eine besondere Veranlassung zu einigen Bemerkungen ist dem Referenten noch durch die Berücksichtigung gegeben, welche der Verfasser des Aufsatzes in der deutschen Vierteljahrsschrift einem Artikel hat zu Theil werden lassen, der sich unter dem Titel »Über einheitliche Maasssysteme« in dem neuesten Jahrgang der Tübinger Zeitschrift für Staatswissenschaft findet.

Es ist bekannt, dass Preussen sich bei diesen Commissionsarbeiten nicht hat betheiligen wollen, nach Angabe des Verfassers unter Anführung der Gründe, dass die *Bedürfnissfrage* (d. h. die Nothwendigkeit einer einheitlichen deutschen Maassordnung) noch nicht ausser Zweifel gestellt sei, und dass diese Frage von *Fachmännern* nicht

Digitized by Google

erörtert werden könne. Der Verfasser hat sich dadurch veranlasst gefunden, die Bedürfnissfrage zum ersten Gegenstand seiner Erörterung zu machen. Was er darüber anführt, nämlich eine Zusammenstellung von Daten, welche den noch immer chaotischen Zustand des Maasswesens in Deutschland veranschaulichen, dürfte freilich wohl Preussen nicht unbekannt gewesen sein.

Sodann folgt eine Zusammenstellung allgemeiner Forderungen an das deutsche Maasssystem in *neun* Punkten; es heisst nämlich:

»Jedes richtig durchgebildete Maasssystem überhaupt muss

a) die zum praktischen Gebrauche erforderliche Mannichfaltigkeit von Grössen darbieten;

b) nichts Überflüssiges enthalten, z. B. nicht zwei oder mehrere verschiedene Maasse für Zwecke aufstellen, welchen durch ein einziges gemeinschaftliches Maass genügt werden kann;

c) in der Grösse der aufgestellten Maasseinheiten, so wie in Vervielfältigungen und Theilen derselben dasjenige treffen, was der Bequemlichkeit beim Gebrauche zusagt;

d) in den Eintheilungen und Vervielfachungen gebührend auf das, alle Rechnungen so sehr erleichternde, Decimalsystem Rücksicht nehmen;

e) den naturgemässen innern Zusammenhang darbieten, welcher dadurch hervorgeht, dass die Flächen- und Körpermaasse auf einfache Weise aus dem Längenmaasse abgeleitet sind;

f) ebenso einen klar und leicht dem Gedächtnisse einzuprägenden Zusammenhang zwischen Maass und Gewicht verwirklichen, nämlich zu einer solchen Einheit des Körpermaasses führen, dass das Gewicht einer hiermit an Rauminhalt übereinstimmenden Masse reinen Wassers in einem sehr einfachen Verhältnisse zu der Gewichtseinheit steht, was für eine grosse Menge technischer Berechnungen ausserordentlich wichtig ist;

g) thunlichst eng einem anderen bereits in grosser territorialer Verbreitung existirenden, namentlich demjenigen der wichtigsten und mit Deutschland im umfassendsten Verkehr stehenden Nachbarstaaten sich anschliessen, in welcher Beziehung ein anderes Maasssystem nicht, als entweder das *metrische* oder das *englische* ins Auge gefasst werden kann;

h) so sehr dem in Deutschland Gewohnten sich anschmiegen, als ohne wesentliche Beeinträchtigung der übrigen schon angeführten Forderungen möglich ist;

i) der unter f im Allgemeinen erwähnten Beziehung zwischen Maass und Gewicht ihre Anwendung speciell auf das deutsche Zollpfund (= 500 Gramm) geben.

Digitized by Google

welches in den meisten Staaten Deutschlands bereits gesetzliches Handelsgewicht ist, und es voraussichtlich auch in den übrigen bald werden wird, also durch neue Maasssysteme nicht beseitigt werden darf.

Die Gesammtheit vorstehender neun Punkte giebt den Prüfstein ab, an welchem man die Tauglichkeit jedes für den vorliegenden Zweck gemachten Vorschlages zu erproben hat.«

Keinem dieser *neun* Punkte wird man eine gewisse Berechtigung abstreiten, auch wohl, mit Rücksicht auf die Schwierigkeit präciser Fassung, die Unbestimmtheit mancher Ausdrücke nachsehen; dem Verfasser scheint aber der Gedanke gänzlich fremd zu sein, dass wenn solche Forderungen nicht einzeln, sondern, wie er thut, in einem Systeme als allgemeine Normen zur Entscheidung über Tauglichkeit oder Untauglichkeit aller Maasssysteme überhaupt aufgestellt werden sollen, ihr Verhältniss unter einander doch erwogen und genau erörtert werden muss.

Die Forderung g) lässt z. B. für sich allein betrachtet nur eine einzige Wahl frei, nämlich zwischen dem *metrischen* und *englischen* Maasssysteme —; denn dass statt »Annahme des metrischen oder englischen Systemes« der Ausdruck »thunlichst enger Anschluss an das metrische oder englische System« gebraucht ist, wird Niemand täuschen. Zwei Nationen haben entweder dasselbe Maass, oder sie haben verschiedene Maasse; ob im letzteren Falle die Verschiedenheit etwas grösser oder kleiner ist, wenn sie für den praktischen Gebrauch nicht ganz verschwindet, ist unwesentlich und ziemlich gleichgültig.

Die Forderung i) lässt aber sogar nicht einmal die Wahl zwischen dem metrischen und englischen Systeme frei, sondern fordert schlechtweg und geradezu das *metrische* System.

Wozu soll es dienen, ein System von *neun* Forderungen als Norm zur Entscheidung über Tauglichkeit der verschiedenen Maasssysteme aufzustellen, wenn eine einzige derselben allein schon genügt? Von einer weiteren Prüfung braucht ja dann gar nicht mehr die Rede zu sein, und es ist wirklich überflüssig, eine solche auf 28 Seiten hinzuzufügen, wodurch am Ende nichts bewiesen wird, als dass das metrische System allein das metrische ist.

Offenbar umfassen jene *neun* Sätze alle Vorzüge, welche der Verfasser am metrischen System hat auffinden können. Das für ihn bei der Wahl eines Systemes für Deutschland Entscheidende liegt aber nicht in der Gesammtheit jener neun Sätze, sondern einzig in dem Punkte, wonach zwischen dem neuerlich in vielen deutschen Staaten als Landesgewicht und in ganz Deutschland als Zoll-, Post- und Eisenbahngewicht eingeführten Pfunde und dem neu einzuführenden Längenmaass und dem davon abzuleitenden Flächen- und Körpermaass Übereinstimmung bestehen soll.

Das Meter ist dem Verfasser ein im Pariser Archive liegender Stab, um dessen Ursprung er sich wenig zu kümmern scheint; genug, dass dieser Stab sich in 10 Theile theilen lässt, und dass alle Figuren und Körper, welche mit diesem Stabe ausgemessen werden, sich ihrem Inhalt nach bequem in Theilen des Quadrates und Würfels seiner Länge ausdrücken lassen, und dass das Wasser, welches diesen Würfel füllt, genau *zweitausend Pfund* wiegt. Hieraus folgt die Tauglichkeit des Meters als deutsche Maasseinheit.

Jedes andere Maass ist ein Stab von anderer Länge, der sich zwar auch in 10 Theile theilen lässt etc., aber das Wasser, was den Würfel seiner Länge füllt, wiegt *nicht zweitausend Pfund*. Hieraus folgt die Untauglichkeit jedes anderen Maasses als deutsche Maasseinheit. — Durch das Zweitausendpfundprincip ist also Alles entschieden. —

Diese Entscheidung ist kurz und gut. In der That freut man sich in Deutschland des gleichen Pfundes, und jeder erkennt, dass diese Errungenschaft nicht aufgegeben werden darf. An diese erste Errungenschaft schliesst sich ferner, ohne allen Zweifel, die Annahme des Metersystemes *en bloc* am leichtesten und natürlichsten an; von allen Seiten wird man dazu gedrängt, und es wird viel, sehr viel dadurch gewonnen. Auch ist für die nächste Zeit vielleicht nicht mehr zu gewinnen; weitere Fortschritte brauchen auch nicht übereilt, sondern können mit Ruhe und Zuversicht von einer späteren Zeit erwartet werden. Die Beschlüsse der Commission mögen dadurch also gerechtfertigt sein.

Mit dieser zeitgemässen Beschränkung des Fortschrittes in der Gegenwart und den damit in Übereinstimmung gebrachten Beschlüssen der Commission steht aber eine sachverständige Erwägung der von der Zukunft etwa noch zu erwartenden weiteren Fortschritte gar nicht in Widerspruch; sie kann vielmehr durch die Wichtigkeit, welche manche Nebenumstände durch sie gewinnen, auf die gegenwärtige Entwickelung noch günstigen Einfluss haben; wenigstens kann dadurch für die Zukunft der Anschluss neuer Fortschritte an den gegenwärtigen vorbereitet und erleichtert werden. Wer wird alle weiteren Fortschritte der Zukunft gänzlich absprechen wollen? Wie leicht kann *Frankreich*, wo man sehr wohl weiss, dass das jetzige Metersystem der bei Begründung zum Grunde gelegenen Absicht nicht entspricht, darin vorangehen? und wie werden dann die künftigen deutschen Bewunderer des französischen Maassystemes die Weisheit der Aenderung preisen und ihre Einführung in Deutschland empfehlen, während ihnen jetzt noch der Gedanke, dass man in Deutschland wohl *thun* könnte, was man in Frankreich bei Einführung des Metersystemes nur *gewollt* hat, fern zu liegen scheint!

Von diesem letzteren Standpunkte aus genügt aber freilich obiges Zweitausendpfundprincip nicht mehr ganz vollständig, was offenbar nicht weiter als zur Annahme des Metersystemes *en bloc*, ganz so wie es vorliegt, führen kann. Soll die Erwägung auch die von der Zukunft zu erwartenden weiteren Fortschritte umfassen; so darf man nicht

Digitized by Google

blindlings das Metersystem nehmen wie es vorliegt, sondern muss zusehen, wie es entstanden ist, was die Absichten dabei gewesen, und was geschehen ist, theils in Übereinstimmung mit diesen Absichten, theils ihnen entgegen.

Bei Begründung des Metermaasses hat die Absicht vorgelegen, dass jede Angabe der Entfernung zweier Orte auf der Erdoberfläche im Metermaasse zugleich eine Angabe dieser Entfernung in Graden und Minuten wäre, und umgekehrt, und man hat zu diesem Zwecke das *Kilometer* der *Minute* gleich gemacht; diese Absicht ist aber vereitelt worden durch den zweimaligen Wechsel von Graden und Minuten während der Revolutionszeit in Frankreich. Denn *erst* wurde als Gesetz decretirt, dass der Kreis, statt wie bisher in 360 Grade, jeder mit 60 Minuten, in 400 Grade, jeder mit 100 Minuten, getheilt werden sollte, und demgemäss wurde das *Kilometer* einer solchen Minute, d. i. dem 40000ten Theile des Meridiankreises, oder dem 10000ten Theile seines Quadranten, gleichgesetzt; *sodann* aber wurde dieses Gesetz wieder aufgehoben und die Eintheilung des Kreises in 360 Grad und des Grades in 60 Minuten wiederhergestellt, wobei es der bei Begründung des Metermaasses gehegten Absicht ganz zuwider geschah, dass das *Kilometer*, statt nun mitverändert und dem 5400ten Theile des Quadranten gleichgemacht zu werden, als 10000ter Theil belassen wurde, wodurch der eigentliche ursprüngliche Zweck ganz vereitelt worden ist.

Dieser ursprüngliche Zweck, wie er namentlich von Laplace auf das Bündigste dargelegt worden, mit vollständigster Motivirung durch seine praktische Wichtigkeit und Bedeutung, ist der einzige wesentliche und entscheidende bei der Wahl des Metermaasses gewesen denn Decimaltheilung und Regulirung der Gewichtseinheit nach dem Wassercubus gestattet jedes Maass). Dieser Zweck ist verloren gegangen und die Bezeichnung »Metersystem« ist in so fern illusorisch geworden, als dieselbe ihren wahren Sinn verloren hat.

Es würde also ein Fortschritt sein, wenn man ein wahres Metersystem wieder herstellte, indem man entweder die revolutionäre Kreiseintheilung einführte, oder, da vernünftiger Weise daran Niemand denken kann, indem man das Metersystem der in der ganzen civilisirten Welt feststehenden Kreistheilung anpasste.

Alle diese Verhältnisse sind den Sachverständigen vollkommen bekannt, und hätten daher keiner neuen Darlegung bedurft; sie sind aber in dem oben erwähnten Aufsatze in der Tübinger Zeitschrift für Staatswissenschaft zum Gegenstand einer kurzen Erörterung gemacht worden, weil die Einführung des Metersystemes in Deutschland eine Frage geworden ist, welche auch in weiterem Kreise vielseitiges Interesse erregt, und weil, wenn man sich dabei auch praktisch vor der Hand nur an das einmal gebräuchliche und verbreitete, im Grunde verfälschte, Metersystem sollte halten müssen, doch die Verbreitung richtiger Einsicht in die wahren Verhältnisse jedenfalls als gut und nützlich angesehen

Digitized by Google

werden darf, wenn auch der Nutzen weniger der Gegenwart als einer späteren Zukunft gilt. Die Verbreitung dieser Einsicht erschien schon darum wünschenswerth, dass das französische Maassystem nicht geradezu blindlings, ohne alle Erwägung dieses Umstandes, in Deutschland angenommen werde.

Von dem oben erwähnten Zweitausendpfundprincipe unseres Verfassers aus kommt dies Alles nicht in Betracht, und derselbe war dadurch berechtigt, gar keine Rücksicht hierauf zu nehmen.

Dieses ist aber nicht geschehen, sondern der Verfasser hat geglaubt, jene rein kritische Erörterung über das wahre Metersystem als einen Vorschlag zu einem ganz *neuen* Maasssysteme in seiner Maassclassification aufführen zu müssen. Dieser *neue* Vorschlag besteht nach ihm kurz darin, dass ein Stab von $\frac{100}{54}$ Meter Länge die *neue* Maasseinheit bilden soll; und da das Wasser, welches den Würfel dieser Länge füllt, nicht *zweitausend Pfund* wiegt, so wird dieses Maass wie alle übrigen verworfen.

Soweit hält sich der Verfasser ganz auf dem von ihm eingenommenen Standpunkte, wobei es nur inconsequent ist, dass er nicht auf dieselbe Weise den Vorschlag einer neuen Maasseinheit, die $\frac{11297}{11000}$ Meter lang sein soll, behandelt hat, den er zwar anführt, aber nicht als Vorschlag einer *neuen* Maasseinheit, sondern nur als eine (nach den genaueren Bessel'schen Bestimmungen) vorgeschlagene *Berichtigung* des Metermaasses selbst, die er jedoch mit Recht verwirft.

Der Verfasser ist aber offenbar dem von ihm eingenommenen Standpunkte untreu geworden, indem er hinzufügt: »Hierbei ist, da die Meridiangrade wegen Abplattung der Erde eine verschiedene Grösse haben, der *mittlere* Grad ($\frac{1}{90}$ des Quadranten oder $\frac{1}{360}$ des vollen Meridiankreises) zu Grunde gelegt. Anscheinend verwechselt der Verfasser diesen Meridiangrad mit dem Aequatorgrade, oder lässt beide für gleich gross gelten, was sie bekanntlich nicht sind. Nun ist, wenigstens in Deutschland, die *Seemeile* als der 60te Theil eines *Aequator*grades angenommen, wonach sie = 1855,11 Meter, die Klafter als das Tausendstel hiervon = 1,85511 gesetzt werden muss, während $\frac{100}{54}$ Meter = 1,85185 Meter sein würde. Legt man aber die von Bessel als die wahrscheinlichste ermittelte Länge des Meridianquadranten (10000855 Meter) zu Grunde, so beträgt der 5400te Theil desselben 1,85201 Meter.«

In dieser kritischen Bemerkung verlässt der Verfasser offenbar den von ihm sonst eingenommenen Standpunkt, wonach die *neue* vorgeschlagene Maasseinheit als $\frac{100}{54}$ Meter, keineswegs aber als eine *Berichtigung* des Metermaasses selbst in Betracht gezogen werden durfte. Indem er aber seinen Standpunkt wechselt, scheint er den Faden des Zusammenhanges ganz zu verlieren; denn sonst müsste er doch wohl eingesehen haben, dass mit einer *Berichtigung des Metermaasses* die *deutsche* Seemeile, als der 60te Theil des *Aequator*grades, gar nichts zu thun hat. Wenn man im Sinne des Metersystemes

Digitized by Google

überhaupt von Seemeile sprechen will, so versteht es sich doch von selbst, dass *Seemeile* nur ein anderer Name für *Kilometer* sein darf, welches nach dem Metersysteme bei Bestimmung des Abstandes zweier Orte auf der Erdoberfläche die Stelle der Seemeile vertreten soll, also entweder der 10000te Theil des *Meridian*quadranten, nach der revolutionären Kreistheilung, oder der 5400te Theil desselben Quadranten nach der allgemein angenommenen Kreistheilung. Wie kann man hier den *Aequatorkreis* einmischen wollen, der mit dem Metersystem in gar keiner Beziehung steht!

Bei solchem Missverstehen des von dem Referenten in der Tübinger Zeitschrift Gesagten, das doch keineswegs etwas Neues, sondern allen Sachverständigen und jedem Kenner des Metersystemes Geläufiges enthielt, ist der Zweifel mehr als begründet, ob der Aufsatz in der deutschen Vierteljahrsschrift, wenn gleich aus der Feder eines Mitgliedes der Commission geflossen, auch wirklich dem Sinne und der Meinung dieser Commission entspricht, und ganz deutlich erkennt man, dass er von den Verhandlungen im Schoosse der Commission, welche dem Beschlusse, das Metersystem anzunehmen, vorhergegangen sind, keinerlei Mittheilung macht. Denn dass man in dieser Commission von jeder Erwägung der dem Metersysteme zu Grunde liegenden Gedanken von vorn herein abgesehen und sich einfach auf die Annahme des vorhandenen Metermaasses beschränkt habe, nur weil dasselbe der theilweise in Deutschland angenommenen Gewichtseinheit entspricht und bei unseren westlichen Nachbarn in Kraft steht, — das lässt sich durchaus nicht erwarten. Referent hat ausdrücklich hervorgehoben, dass diese beiden Momente von erheblicher Bedeutung sind und dass sich *vielleicht* jetzt nichts Besseres thun lässt als das Metermaass, wie es ist, anzunehmen; aber er glaubt, dass es einem Mitgliede der wissenschaftlichen Commission, die für Deutschland ein einheitliches Maasssystem begründen soll, wohl angestanden hätte, den Beweis zu geben, dass man nicht blos dem französischen Beispiele folgen will, sondern dass man auch das Verhältniss des in Frankreich Bestehenden zu dem ursprünglich Gewollten kennt und dass und warum man trotz des zwischen jenem und diesem bestehenden Widerspruches die einfache Annahme des Metersystemes für das Beste hält.

Digitized by Google

DIE VIER BRIEFE
VON
NEWTON AN BENTLEY
IM ORIGINAL-TEXT.

The Works of Richard Bentley, D.D. collected and edited by the Rev. Alexander Dyce. London 1838. Vol. III. A Confutation of Atheism. Eight Sermons preached at the Hon. Robert Boyle's Lecture in the year MDCXCII. (From ed. 1735.)

Stelle aus der Vorrede des Herausgebers.

»The Boyle Lectures were originally put forth each as a distinct publication, the first six in 1692, the last two in 1693, London, 4to: and during the latter year a general title-page was prefixed to them — The Folly and Unreasonableness of Atheism demonstrated from the Advantage and Pleasure of a Religious Life. The Faculties of Human Souls. The Structure of Animate Bodies, and The Origine and Frame of the World &c. In the fourth ed. London, 1699, 4to, the author made various important corrections and alterations.

Before sending to press the seventh and eighth of these Lectures, Bentley addressed several letters to Sir Isaac then Mr. Newton, respecting the use to which he had there turned the discoveries of that great philosopher. The answers of Newton, first published by Richard Cumberland: *Four Letters* from Sir Isaac Newton to Doctor Bentley. Containing some Arguments in Proof of a Deity, London 1756, 8vo, are now appended to the Lectures.«

1.

Eine Stelle aus der siebenten Rede Bentley's: »A confutation of Atheism«, auf welche sich Newton in seinem dritten Briefe bezieht.

2. Secondly, We affirm that mutual gravitation, or spontaneous attraction, cannot possibly be innate and essential to matter. By attraction, we do not here understand what is improperly*), though vulgarly, called so in the operations of drawing, sucking,

*) improperly: *so other eds.: ed.* 1735, »properly.« — D.

Digitized by Google

pumping, &c. which is really pulsion and trusion, and belongs to that common motion which we have already shewn to be insufficient for the formation of a world: but we now mean (as we have explained it before) such a power and quality, whereby all parcels of matter would mutually attract or mutually tend and press to all others; so that, for instance, two distant atoms *in vacuo* would spontaneously convene together without the impulse of external bodies.

Now, *first*, we say*), if our Atheists suppose this power to be inherent and essential to matter, they overthrow their own hypothesis; there could never be a chaos at all upon these terms, but the present form of our system must have continued from all eternity, against their own supposition, and what we have proved in our last**). For, if they affirm that there might be a chaos notwithstanding innate gravity, then let them assign any period, though never so remote, when the diffused matter might convene. They must confess, that before that assigned period matter had existed eternally, inseparably endued with this principle of attraction, and yet had never attracted nor convened before in***) that infinite duration, which is so monstrous an absurdity as even they will blush to be charged with. But some, perhaps, may imagine, that a former system might be dissolved and reduced to a chaos, from which the present system might have its original, as that former had from another, and so on; new systems having grown out of old ones in infinite vicissitudes from all past eternity. But we say, that in the supposition of innate gravity, no system at all could be dissolved; for how is it possible that the matter of solid masses, like earth, and planets, and stars, should fly up from their centres against its inherent principle of mutual attraction, and diffuse itself in a chaos? This is absurder than the other: that only supposed innate gravity not to be exerted; this makes it to be defeated, and to act contrary to its own nature. So that, upon all accounts, this essential power of gravitation or attraction is irreconcilable with the Atheist's own doctrine of a chaos.

And, *secondly*, 'tis repugnant to common sense and reason. 'Tis utterly inconceivable, that inanimate brute matter, without the mediation of some immaterial being, should operate upon and affect other matter without mutual contact; that distant bodies should act upon each other through a *vacuum*, without the intervention of something else, by and through which the action may be conveyed from one to the other. We will not obscure and perplex with multitude of words what is so clear and evident by its own light, and must needs be allowed by all that have†) competent use of thinking, and are

*) Now, *first*, we say; 1*st ed.* »Now we say.« — D.
**) Vide Serm. VI. and Serm VIII.
***) in; 1*st ed.* »during.« — D.
†) have; 1*st ed.* »have any.« — D.

Digitized by Google

initiated into, I do not say the mysteries, but the plainest principles of philosophy. Now, mutual gravitation or attraction, in our present acception of the words, is the same thing with this; 'tis an operation, or virtue, or influence of distant bodies upon each other through an empty interval, without any *effluvia*, or exhalations, or other corporeal medium to convey and transmit it. This power, therefore, cannot be innate and essential to matter: and if it be not essential, it is consequently most manifest, since*) it doth not depend upon motion or rest, or figure or position of parts, which are all the ways that matter can diversify itself, that it could never supervene to it, unless impressed and infused into it by an immaterial and divine power.

We have proved that a power of mutual gravitation, without contact or impulse, can in nowise be attributed to mere matter; or, if it could, we shall presently shew that it would be wholly unable to form the world out of a *chaos*. What then if it be**) made appear that there is really such a power of gravity, which cannot be ascribed to mere matter***), perpetually acting in the constitution of the present system? This would be a new and invincible argument for the being of God; being a direct and positive proof that an immaterial living mind doth inform and actuate the dead matter, and support the frame of the world.

*) since; 1*st ed.* »seeing.« — D.

**) of a *chaos*. What then if it be; 1*st ed.* »of chaos. But, by the way, what if it be.« — D.

***) which cannot be ascribed to mere matter; *not in* 1*st ed.* — D.

FOUR LETTERS

FROM

SIR ISAAC NEWTON TO DOCTOR BENTLEY:

CONTAINING SOME ARGUMENTS IN PROOF OF A DEITY.

(First printed 1756.)

LETTER I.

To the Reverend Dr. Richard Bentley, at the Bishop of Worcester's house, in Park-street, Westminster.

SIR,

When I wrote my treatise about our system, I had an eye upon such principles as might work with considering men for the belief of a Deity; and nothing can rejoice me more than to find it useful for that purpose. But if I have done the public any service this way, it is due to nothing but industry and patient thought.

As to your first query, it seems to me that if the matter of our sun and planets, and all the matter of the universe, were evenly scattered throughout all the heavens, and every particle had an innate gravity towards all the rest, and the whole space throughout which this matter was scattered was but finite; the matter on the outside of this space would, by its gravity, tend towards all the matter on the inside, and, by consequence, fall down into the middle of the whole space, and there compose one great spherical mass. But if the matter was evenly disposed throughout an infinite space, it could never convene into one mass; but some of it would convene into one mass, and some into another, so as to make an infinite number of great masses, scattered at great distances from one to another throughout all that infinite space. And thus might the sun and fixed stars be formed, supposing the matter were of a lucid nature. But how the matter should divide itself into two sorts, and that part of it which is fit to compose a shining body should fall down into one mass and make a sun, and the rest which is fit to compose an opaque body should coalesce, not into one great body, like the shining matter, but into many little ones; or if the sun at first were an opaque body like the planets, or the planets lucid bodies like the sun, how he alone should be changed into

Digitized by Google

a shining body, whilst all they continue opaque, or all they be changed into opaque ones, whilst he remains unchanged; I do not think explicable by mere natural causes, but am forced to ascribe it to the counsel and contrivance of a voluntary Agent.

The same Power, whether natural or supernatural, which placed the sun in the centre of the six primary planets, placed Saturn in the centre of the orbs of his five secondary planets, and Jupiter in the centre of his four secondary planets, and the earth in the centre of the moon's orb; and therefore, had this cause been a blind one, without contrivance or design, the sun would have been a body of the same kind with Saturn, Jupiter, and the earth, that is, without light and heat. Why there is one body in our system qualified to give light and heat to all the rest, I know no reason, but because the Author of the system thought it convenient; and why there is but one body of this kind, I know no reason, but because one was sufficient to warm and enlighten all the rest. For the Cartesian hypothesis of suns losing their light, and then turning into comets, and comets into planets, can have no place in my system, and is plainly erroneous; because it is certain, that as often as they appear to us, they descend into the system of our planets, lower than the orb of Jupiter, and sometimes lower than the orbs of Venus and Mercury, and yet never stay here, but always return from the sun with the same degrees of motion by which they approached him.

To your second query, I answer, that the motions which the planets now have could not spring from any natural cause alone, but were impressed by an intelligent Agent. For since comets descend into the region of our planets, and here move all manner of ways, going sometimes the same way with the planets, sometimes the contrary way, and sometimes in cross ways, in planes inclined to the plane of the ecliptic, and at all kinds of angles, 'tis plain that there is no natural cause which could determine all the planets, both primary and secondary, to move the same way and in the same plane, without any considerable variation: this must have been the effect of counsel. Nor is there any natural cause which could give the planets those just degrees of velocity, in proportion to their distances from the sun and other central bodies, which were requisite to make them move in such concentric orbs about those bodies. Had the planets been as swift as comets, in proportion to their distances from the sun, (as they would have been, had their motion been caused by their gravity, whereby the matter, at the first formation of the planets, might fall from the remotest regions towards the sun), they would not move in concentric orbs, but in such eccentric ones as the comets move in. Were all the planets as swift as Mercury, or as slow as Saturn or his satellites; or were their several velocities otherwise much greater or less than they are, as they might have been, had they arose from any other cause than their gravities; or had the distances from the centres about which they move been greater or less than they are,

Digitized by Google

with the same velocities; or had the quantity of matter in the sun, or in Saturn, Jupiter, and the earth, and, by consequence, their gravitating power, been greater or less than it is; the primary planets could not have revolved about the sun, nor the secondary ones about Saturn, Jupiter, and the earth, in concentric circles, as they do, but would have moved in hyperbolas, or parabolas, or in ellipses very eccentric. To make this system, therefore, with all its motions, required a cause which understood and compared together the quantities of matter in the several bodies of the sun and planets, and the gravitating powers resulting from thence; the several distances of the primary planets from the sun, and of the secondary ones from Saturn, Jupiter, and the earth; and the velocities with which these planets could revolve about those quantities of matter in the central bodies; and to compare and adjust all these things together, in so great a variety of bodies, argues that cause to be, not blind and fortuitous, but very well skilled in mechanics and geometry.

To your third query, I answer, that it may be represented that the sun may, by heating those planets most which are nearest to him, cause them to be better concocted, and more condensed by that concoction. But, when I consider that our earth is much more heated in its bowels below the upper crust by subterraneous fermentations of mineral bodies than by the sun, I see not why the interior parts of Jupiter and Saturn might not be as much heated, concocted, and coagulated by those fermentations as our earth is; and therefore this various density should have some other cause than the various distances of the planets from the sun. And I am confirmed in this opinion by considering, that the planets of Jupiter and Saturn, as they are rarer than the rest, so they are vastly greater, and contain a far greater quantity of matter, and have many satellites about them; which qualifications surely arose not from their being placed at so great a distance from the sun, but were rather the cause why the Creator placed them at great distance. For, by their gravitating powers they disturb one another's motions very sensibly, as I find by some late observations of Mr. Flamsteed; and had they been placed much nearer to the sun and to one another, they would, by the same powers, have caused a considerable disturbance in the whole system.

To your fourth query, I answer, that, in the hypothesis of vortices, the inclination of the axis of the earth might, in my opinion, be ascribed to the situation of the earth's vortex before it was absorbed by the neighbouring vortices, and the earth turned from a sun to a comet; but this inclination ought to decrease constantly in compliance with the motion of the earth's vortex, whose axis is much less inclined to the ecliptic, as appears by the motion of the moon carried about therein. If the sun by his rays could carry about the planets, yet I do not see how he could thereby effect their diurnal motions.

Digitized by Google

Lastly, I see nothing extraordinary in the inclination of the earth's axis for proving a Deity, unless you will urge it as a contrivance for winter and summer, and for making the earth habitable towards the poles; and that the diurnal rotations of the sun and planets, as they could hardly arise from any cause purely mechanical, so by being determined all the same way with the annual and menstrual motions, they seem to make up that harmony in the system, which, as I explained above, was the effect of choice rather than chance.

There is yet another argument for a Deity, which I take to be a very strong one; but till the principles on which it is grounded are better received, I think it more advisable to let it sleep.

I am your most humble servant to command,

Cambridge, Decemb. 10, 1692. Is. Newton.

LETTER II.

For M. Bentley, at the Palace at Worcester.

Sir,

I agree with you, that if matter evenly diffused through a finite space, not spherical, should fall into a solid mass, this mass would affect the figure of the whole space, provided it were not soft, like the old chaos, but so hard and solid from the beginning, that the weight of its protuberant parts could not make it yield to their pressure: yet, by earthquakes loosening the parts of this solid, the protuberances might sometimes sink a little by their weight, and thereby the mass might by degrees approach a spherical figure.

The reason why matter evenly scattered through a finite space would convene in the midst, you conceive the same with me; but that there should be a central particle, so accurately placed in the middle as to be always equally attracted on all sides, and thereby continue without motion, seems to me a supposition fully as hard as to make the sharpest needle stand upright on its point upon a looking-glass. For if the very mathematical centre of the central particle be not accurately in the very mathematical centre of the attractive power of the whole mass, the particle will not be attracted equally on all sides. And much harder it is to suppose all the particles in an infinite space should be so accurately poised one among another, as to stand still in a perfect equilibrium. For I reckon this as hard as to make, not one needle only, but an infinite number of them (so many as there are particles in an infinite space) stand accurately

Digitized by Google

poised upon their points. Yet I grant it possible, at least by a divine power; and if they were once to be placed, I agree with you that they would continue in that posture without motion for ever, unless put into new motion by the same power. When, therefore, I said that matter evenly spread through all space would convene by its gravity into one or more great masses, I understand it of matter not resting in an accurate poise.

But you argue, in the next paragraph of your letter, that every particle of matter in an infinite space has an infinite quantity of matter on all sides, and, by consequence, an infinite attraction every way, and therefore must rest in equilibrio, because all infinites are equal. Yet you suspect a paralogism in this argument; and I conceive the paralogism lies in the position, that all infinites are equal. The generality of mankind consider infinites no other ways than indefinitely; and in this sense they say all infinites are equal; though they would speak more truly if they should say, they are neither equal nor unequal, nor have any certain difference or proportion one to another. In this sense, therefore, no conclusions can be drawn from them about the equality, proportions, or differences of things; and they that attempt to do it usually fall into paralogisms. So, when men argue against the infinite divisibility of magnitude, by saying, that if an inch may be divided into an infinite number of parts, the sum of those parts will be an inch; and if a foot may be divided into an infinite number of parts, the sum of those parts must be a foot; and therefore, since all infinites are equal, those sums must be equal, that is, an inch equal to a foot.

The falseness of the conclusion shews an error in the premises; and the error lies in the position, that all infinites are equal. There is, therefore, another way of considering infinites used by mathematicians, and that is, under certain definite restrictions and limitations, whereby infinites are determined to have certain differences or proportions to one another. Thus Dr. Wallis considers them in his *Arithmetica Infinitorum*, where, by the various proportions of infinite sums, he gathers the various proportions of infinite magnitudes: which way of arguing is generally allowed by mathematicians, and yet would not be good were all infinites equal. According to the same way of considering infinites, a mathematician would tell you, that though there be an infinite number of infinite little parts in an inch, yet there is twelve times that number of such parts in a foot; that is, the infinite number of those parts in a foot is not equal to, but twelve times bigger than the infinite number of them in an inch. And so a mathematician will tell you, that if a body stood in equilibrio between any two equal and contrary attracting infinite forces, and if to either of these forces you add any new finite attracting force, that new force, how little soever, will destroy their equilibrium, and put the body into the same motion into which it would put it were those two contrary equal forces but finite, or even none at all: so that in this case the two equal infinites, by the

Digitized by Google

addition of a finite to either of them, become unequal in our ways of reckoning; and after these ways we must reckon, if from the considerations of infinites we would always draw true conclusions.

To the last part of your letter, I answer, first, that if the earth (without the moon) were placed any where with its centre in the *orbis magnus*, and stood still there without any gravitation or projection, and there at once were infused into it both a gravitating energy towards the sun, and a transverse impulse of a just quantity moving it directly in a tangent to the *orbis magnus;* the compounds of this attraction and projection would, according to my notion, cause a circular revolution of the earth about the sun. But the transverse impulse must be a just quantity; for if it be too big or too little, it will cause the earth to move in some other line. Secondly, I do not know any power in nature which would cause this transverse motion without the divine arm. Blondel tells us somewhere in his book of Bombs, that Plato affirms, that the motion of the planets is such, as if they had all of them been created by God in some region very remote from our system, and lett fall from thence towards the sun, and so soon as they arrived at their several orbs, their motion of falling turned aside into a transverse one. And this is true, supposing the gravitating power of the sun was double at that moment of time in which they all arrive at their several orbs; but then the divine power is here required in a double respect, namely, to turn the descending motions of the falling planets into a side motion, and, at the same time, to double the attractive power of the sun. So, then, gravity may put the planets into motion, but, without the divine power, it could never put them into such a circulating motion as they have about the sun; and therefore, for this, as well as other reasons, I am compelled to ascribe the frame of this system to an intelligent Agent.

You sometimes speak of gravity as essential and inherent to matter. Pray, do not ascribe that notion to me; for the cause of gravity is what I do not pretend to know, and therefore would take more time to consider of it.

I fear what I have said of infinites will seem obscure to you; but it is enough if you understand, that infinites, when considered absolutely without any restriction or limitation, are neither equal nor unequal, nor have any certain proportion one to another; and therefore the principle, that all infinites are equal, is a precarious one.

Sir, I am your most humble servant,

Trinity College, Jan. 17, 1693. Is. Newton.

Digitized by Google

LETTER III.

For Mr. Bentley, at the Palace at Worcester.

Sir,

Because you desire speed, I will answer your letter with what brevity I can. In the six positions you lay down in the beginning of your letter, I agree with you. Your assuming the *orbis magnus* 7000 diameters of the earth wide, implies the sun's horizontal parallax to be half a minute. Flamsteed and Cassini have of late observed it to be about 10″, and thus the *orbis magnus* must be 21,000, or, in a rounder number, 20,000 diameters of the earth wide. Either computation, I think, will do well; and I think it not worth while to alter your numbers.

In the next part of your letter you lay down four other positions, founded upon the six first. The first of these four seems very evident, supposing you take attraction so generally as by it to understand any force by which distant bodies endeavour to come together without mechanical impulse. The second seems not so clear; for it may be said, that there might be other systems of worlds before the present ones, and others before those, and so on to all past eternity, and, by consequence, that gravity may be coeternal to matter, and have the same effect from all eternity as at present, unless you have somewhere proved that old systems cannot gradually pass into new ones; or that this system had not its original from the exhaling matter of former decaying systems, but from a chaos of matter evenly dispersed throughout all space; for something of this kind, I think you say, was the subject of your Sixth Sermon; and the growth of new systems out of old ones, without the mediation of a divine power, seems to me apparently absurd.

The last clause of the second position I like very well. It is inconceivable, that inanimate brute matter should, without the mediation of something else, which is not material, operate upon and affect other matter without mutual contact, as it must be, if gravitation, in the sense of Epicurus, be essential and inherent in it. And this is one reason why I desired you would not ascribe innate gravity to me. That gravity should be innate, inherent, and essential to matter, so that one body may act upon another at a distance through a *vacuum*, without the mediation of any thing else, by and through which their action and force may be conveyed from one to another, is to me so great an absurdity, that I believe no man, who has in philosophical matters a competent faculty of thinking, can ever fall into it. Gravity must be caused by an agent acting constantly according to certain laws; but whether this agent be material or immaterial, I have left to the consideration of my readers.

Digitized by Google

Your fourth assertion, that the world could not be formed by innate gravity alone, you confirm by three arguments. But, in your first argument you seem to make a *petitio principii*; for whereas many ancient philosophers and others, as well theists as atheists, have all allowed that there may be worlds and parcels of matter innumerable or infinite, you deny this, by representing it as absurd as that there should be positively an infinite arithmetical sum or number, which is a contradiction *in terminis*; but you do not prove it as absurd. Neither do you prove, that what men mean by an infinite sum or number is a contradiction in nature; for a contradiction *in terminis* implies no more than an impropriety of speech. Those things which men understand by improper and contradictious phrases may be sometimes really in nature without any contradiction at all: a silver inkhorn, a paper lantern, an iron whetstone, are absurd phrases, yet the things signified thereby are really in nature. If any man should say, that a number and a sum, to speak properly, is that which may be numbered and summed, but things infinite are numberless, or, as we usually speak, innumerable and sumless, or insummable, and therefore ought not to be called a number or sum; he will speak properly enough, and your argument against him will, I fear, lose its force. And yet, if any man shall take the words number and sum in a larger sense, so as to understand thereby things which, in the proper way of speaking, are numberless and sumless, (as you seem to do, when you allow an infinite number of points in a line) I could readily allow him the use of the contradictious phrases of innumerable number or sumless sum, without inferring from thence any absurdity in the thing he means by those phrases. However, if by this or any other argument you have proved the finiteness of the universe, it follows that all matter would fall down from the outsides, and convene in the middle. Yet the matter in falling might concrete into many round masses, like the bodies of the planets, and these, by attracting one another, might acquire an obliquity of descent, by means of which they might fall, not upon the great central body, but upon the side of it, and fetch a compass about, and then ascend again by the same steps and degrees of motion and velocity with which they descended before, much after the manner that the comets revolve about the sun; but a circular motion in concentric orbs about the sun they could never acquire by gravity alone.

And though all the matter were divided at first into several systems, and every system by a divine power constituted like ours, yet would the outside systems descend towards the middlemost; so that this frame of things could not always subsist without a divine power to conserve it; which is the second argument: and to your third I fully assent.

As for the passage of Plato, there is no common place from whence all the planets being let fall, and descending with uniform and equal gravities (as Galileo

Digitized by Google

supposes), would, at their arrival to their several orbs, acquire their several velocities with which they now revolve in them. If we suppose the gravity of all the planets towards the sun to be of such a quantity as it really is, and that the motions of the planets are turned upwards, every planet will ascend to twice its height from the sun. Saturn will ascend till he be twice as high from the sun as he is at present, and no higher; Jupiter will ascend as high again as at present, that is, a little above the orb of Saturn; Mercury will ascend to twice his present height, that is, to the orb of Venus; and so of the rest; and then by falling down again from the places to which they ascended, they will arrive again at their several orbs with the same velocities they had at first, and with which they now revolve.

But if, so soon as their motions by which they revolve are turned upwards, the gravitating power of the sun, by which their ascent is perpetually retarded, be diminished by one half, they will now ascend perpetually, and all of them at all equal distances from the sun will be equally swift. Mercury, when he arrives at the orb of Venus, will be as swift as Venus; and he and Venus, when they arrive at the orb of the earth, will be as swift as the earth; and so of the rest. If they begin all of them to ascend at once, and ascend in the same line, they will constantly, in ascending, become nearer and nearer together, and their motions will constantly approach to an equality, and become at length slower than any motion assignable. Suppose, therefore, that they ascended till they were almost contiguous, and their motions inconsiderably little, and that all their motions were at the same moment of time turned back again; or, which comes almost to the same thing, that they were only deprived of their motions and let fall at that time; they would all at once arrive at their several orbs, each with the velocity it had at first; and if their motions were then turned sideways, and, at the same time, the gravitating power of the sun doubled, that it might be strong enough to retain them in their orbs, they would revolve in them as before their ascent. But if the gravitating power of the sun was not doubled, they would go away from their orbs into the highest heavens in parabolical lines. These things follow from my *Princ. Math.* lib. I. prop. 33, 34, 36, 37.

I thank you very kindly for your designed present, and rest

Your most humble servant to command,

Cambridge. Feb. 25, 1693. Is. Newton.

Digitized by Google

LETTER IV.

To Mr. Bentley, at the Palace at Worcester.

SIR,

The hypothesis of deriving the frame of the world by mechanical principles from matter evenly spread through the heavens, being inconsistent with my system, I had considered it very little before your letters put me upon it; and therefore trouble you with a line or two more about it, if this comes not too late for your use.

In my former I represented that the diurnal rotations of the planets could not be derived from gravity, but required a divine arm to impress them. And though gravity might give the planets a motion of descent towards the sun, either directly or with some little obliquity, yet the transverse motions by which they revolve in their several orbs required the divine arm to impress them according to the tangents of their orbs. I would now add, that the hypothesis of matter's being at first evenly spread through the heavens, is, in my opinion, inconsistent with the hypothesis of innate gravity, without a supernatural power to reconcile them; and therefore it infers a Deity. For if there be innate gravity, it is impossible now for the matter of the earth and all the planets and stars to fly up from them, and become evenly spread throughout all the heavens, without a supernatural power; and certainly that which can never be hereafter without a supernatural power, could never be heretofore without the same power.

You queried, whether matter evenly spread throughout a finite space, of some other figure than spherical, would not, in falling down towards a central body, cause that body to be of the same figure with the whole space; and I answered, yes. But in my answer it is to be supposed that the matter descends directly downwards to that body, and that that body has no diurnal rotation.

This, sir, is all I would add to my former letters.

I am your most humble servant,

Cambridge, Feb. 11, 1693. Is. NEWTON.

Digitized by Google

DAVID BREWSTER'S VERTHEIDIGUNG
ISAAC NEWTON'S
GEGEN EINE IHM VON LAPLACE ZUGESCHRIEBENE GEISTESKRANKHEIT.

Da der vorstehend mitgetheilte Briefwechsel zwischen Newton und Bentley in eine Epoche von Newton's Leben fällt, in welcher er angeblich von einem Gemüthsleiden befallen sein sollte, von dem er sich nach der Meinung von Laplace niemals wieder erholte, so schien es mir zweckmässig, hier die gründliche, auf umfassende Documente gestützte, Widerlegung einer solchen Annahme von Sir David Brewster mitzutheilen, welche derselbe vor 45 Jahren in seinem Werke: »Life of Sir Isaac Newton, London 1831.« Chapter XIII., p. 219—245 veröffentlicht hat. Es scheint diese ganze Insinuation ihren psychologischen Ursprung in dem vollkommen verschiedenen Standpunkte zu haben, den Newton und Laplace den religiösen und metaphysischen Problemen gegenüber einnahmen.

Newton behauptet (Principia Lib. III. Probl. XXII. p. 671)

»*Deum summum necessario existere in confesso est: et eadem necessitate semper et ubique.*«

Laplace soll auf die Frage Napoleon's, weshalb er in seinen Werken niemals von Gott spreche, geantwortet haben:

»*Sire, je n'avais pas besoin de cet hypothèse.*« *Z.*

SIR ISAAC NEWTON'S ILLNESS AND REFUTATION OF THE STATEMENT THAT HE LABOURED UNDER MENTAL DERANGEMENT

BY

SIR DAVID BREWSTER.

From the year 1669, when Newton was installed in the Lucasian chair, till 1695, when he ceased to reside in Cambridge, he seems to have been seldom absent from his College more than three or four weeks in the year. In 1675 he received a dispensation from Charles II. to continue in his fellowship of Trinity College without taking orders, and

Digitized by Google

we have already seen in the preceding chapter how his time was occupied till the publication of the Principia in 1687.

An event now occurred, which drew Newton from the seclusion of his studies, and placed him upon the theatre of public life. Desirous of re-establishing the Catholic faith in its former supremacy, King James II. had begun to assail the rights and privileges of his Protestant subjects. Among other illegal acts, he sent his letter of mandamus to the University of Cambridge to order Father Francis, an ignorant monk of the Benedictine order, to be received as master of arts, and to enjoy all the privileges of this degree, without taking the oaths of allegiance and supremacy. The University speedily perceived the consequences which might arise from such a measure. Independent of the infringement of their rights which such an order involved, it was obvious that the highest interests of the University were endangered, and that Roman Catholics might soon become a majority in the convocation. They therefore unanimously refused to listen to the royal order, and they did this with a firmness of purpose which irritated the despotic court. The King reiterated his commands, and accompanied them with the severest threatenings in case of disobedience. The Catholics were not idle in supporting the views of the sovereign. The honorary degree of M. A. which conveys no civil rights to its possessor, having been formerly given to the Secretary of the Ambassador from Morocco, it was triumphantly urged that the University of Cambridge had a greater regard for a Mahometan than for a Roman Catholic, and was more obsequious to the Ambassador from Morocco than to their own lawful sovereign. Though this reasoning might impose upon the ignorant, it produced little effect upon the members of the University. A few weak-minded individuals, however, were disposed to yield a reluctant consent to the royal wishes. They proposed to confer the degree, and at the same time to resolve that it should not in future be regarded as a precedent. To this it was replied, that the very act of submission in one case would be a stronger argument for continuing the practice than any such resolution would be against its repetition. The University accordingly remained firm in their original decision. The vicechancellor was summoned before the ecclesiastical commission to answer for this act of contempt. Newton was among the number of those who resisted the wishes of the court, and he was consequently chosen one of the nine delegates who were appointed to defend the independence of the University. These delegates appeared before the High Court. They maintained that not a single precedent could be found to justify so extraordinary a measure; and they showed that Charles II. had, under similar circumstances, been pleased to withdraw his mandamus. This representation had its full weight, and the King was induced to abandon his design*).

*) See Burnet's *History of his own Times*, vol. I. p. 697. Lond. 1724.

Digitized by Google

The part which Newton had taken in this affair, and the high character which he now held in the scientific world, induced his friends to propose him as Member of Parliament for the university. He was accordingly elected in 1688, though by a very narrow majority*) and he sat in the Convention Parliament till its dissolution. In the year 1688 and 1689 Newton was absent from Cambridge during the greater part of the year, owing, we presume, to his attendance in Parliament; but it appears from the books of the university, that, from 1690 to 1695, he was seldom absent, and must therefore have renounced his Parliamentary duties.

During his stay in London he had no doubt experienced the unsuitableness of his income to the new circumstances in which he was placed, and it is probable that this was the cause of the limitation of his residence to Cambridge. His income was certainly very confined, and but little suited to the generosity of his disposition. Demands were doubtless made upon it by some of his less wealthy relatives; and there is reason to think that he himself, as well as his influential friends, had been looking forward to some act of liberality on the part of the Government.

An event however occurred, which will ever form an epoch in his history; and it is a singular circumstance that this incident has been for more than a century unknown to his own countrymen, and has been accidentally brought to light by the examination of the manuscripts of Huygens. This event has been magnified into a temporary aberration of mind, which is said to have arisen from a cause scarcely adequate to its production.

While he was attending divine service in a winter morning, he had left in his study a favourite little dog called Diamond. Upon returning from chapel he found that it had overturned a lighted taper on his desk, which set fire to several papers on which he had recorded the results of some optical experiments. These papers are said to have contained the labours of many years, and it has been stated, that when Mr. Newton perceived the magnitude of his loss, he exclaimed, »Oh Diamond, Diamond, little do you know the mischief you have done me!« It is a curious circumstance that Newton never refers to the experiments which he is said to have lost on this occasion, and his nephew, Mr. Conduit, makes no allusion to the event itself. The distress, however, which it occasioned is said to have been so deep as to affect even the powers of his understanding.

This extraordinary effect was first communicated to the world in the life of Newton by M. Biot, who received the following account of it from the celebrated M. Van Swinden.

*) The other candidates were Sir Robert Sawyer and Mr. Finch, and the votes stood thus:

Sir Robert Sawyer,	125
Mr. Newton,	122
Mr. Finch,	117

Digitized by Google

»There is among the manuscripts of the celebrated Huygens, a small journal in folio, in which he used to note down different occurrences. It is side, ζ, Nr. 8, p. 112, in the catalogue of the library of Leyden. The following extract is written by Huygens himself, with whose handwriting I am well acquainted, having had occasion to peruse several of his manuscripts and autograph letters. '*On the 29th May* 1694, *M. Colin**), *a Scotsman, informed me that, 18 months ago, the illustrious geometer, Isaac Newton, had become insane, either in consequence of his too intense application to his studies, or from excessive grief at having lost, by fire, his chemical laboratory and several manuscripts. When he came to the Archbishop of Cambridge, he made some observations which indicated an alienation of mind. He was immediately taken care of by his friends, who confined him to his house and applied remedies, by means of which he had now so far recovered his health that he began to understand the Principia.*'« Huygens mentioned this circumstance to Leibnitz in a letter, dated 8th June 1694, to which Leibnitz replies in a letter dated the 23d, »I am very glad that I received information of the cure of Mr. Newton at the same time that I first heard of his illness, which doubtless must have been very alarming. 'It is to men like you and him Sir, that I wish a long life.'«

The first publication of the preceding statement produced a strong sensation among the friends and admirers of Newton. They could not easily believe in the prostration of that intellectual strength which had unbarred the strongholds of the universe. The unbroken equanimity of Newton's mind, the purity of his moral character, his temperate and abstemious life, his ardent and unaffected piety, and the weakness of his imaginative powers, all indicated a mind which was not likely to be overset by any affliction to which it could be exposed. The loss of a few experimental records could never have disturbed the equilibrium of a mind like his. If they were the records of discoveries, the discoveries, themselves indestructible, would have been afterwards given to the world. If they were merely the details of experimental results, a little time could have easily reproduced them. Had these records contained the first fruits of early genius — of obscure talent, on which fame had not yet shed its rays, we might have supposed that the first blight of such early ambition would have unsettled the stability of an untried mind. But Newton was satiated with fame. His mightiest discoveries were completed, and diffused over all Europe, and he must have felt himself placed on the loftiest pinnacle

---

*) This M. Colin was probably a young Bachelor of Arts whom Newton seems afterwards to have employed in some of his calculations. These bachelors were distinguished by the title of Dominus, and it was usual to translate this word and to call them *Sir*. In a letter from Newton to Flamstead, dated Cambridge, June 29th 1695, is the following passage: »I want not your calculations but your observations only, for besides myself, and my servant, Sir Collins (whom I can employ for a little money, which I value not), tells me that he can calculate an eclipse and work truly.«

Digitized by Google

of earthly ambition. The incredulity which such views could not fail to encourage, was increased by the novelty of the information. No English biographer had ever alluded to such an event. History and tradition were equally silent, and it was not easy to believe that the Lucasian Professor of Mathematics at Cambridge, a member of the English parliament, and the first philosopher in Europe, could have lost his reason without the dreadful fact being known to his own countrymen.

But if the friends of Newton were surprised by the nature of the intelligence, they were distressed at the view which was taken of it by foreign philosophers. While one maintained that the intellectual exertions of Newton had terminated with the publication of the Principia, and that the derangement of his mind was the cause of his abandoning the sciences, others indirectly questioned the sincerity of his religious views, and ascribed to the aberration of his mind those theological pursuits which gilded his declining age. »But the fact,« says M. Biot, »of the derangement of his intellect, whatever may have been the cause of it, will explain why, after the publication of the Principia in 1687, Newton, though only forty-five years old, never more published a new work on any branch of science, but contented himself with giving to the world those which he had composed long before that epoch, confining himself to the completion of those parts which might require developement. We may also remark, that even these developements appear always to be derived from experiments and observations formerly made, such as the additions to the second edition of the Principia, published in 1713, the experiments on thick plates, those on diffraction, and the chemical queries placed at the end of the Optics in 1704; for in giving an account of these experiments Newton distinctly says, that they were taken from ancient manuscripts which he had formerly composed; and he adds, that though he felt the necessity of extending them, or rendering them more perfect, he was not able to resolve to do this, these matters being no longer in his way. Thus it appears that though he had recovered his health sufficiently to understand all his researches, and even in some cases to make additions to them, and useful alterations, as appears from the second edition of the Principia, for which he kept up a very active mathematical correspondence with Mr. Cotes, yet he did not wish to undertake new labours in those departments of science where he had done so much, and where he so distinctly saw what remained to be done.« Under the influence of the same opinion, M. Biot finds »it extremely probable that his dissertation on the scale of heat was written before the fire in his laboratory;« he describes Newton's conduct about the longitude bill as »almost puerile on so solemn an occasion, and one which might lead to the strangest conclusions, particularly if we refer it to the fatal accident which Newton had suffered in 1695.«

The celebrated Marquis de la Place viewed the illness of Newton in a light still

Digitized by Google

more painful to his friends. He maintained that he never recovered the vigour of his intellect, and he was persuaded that Newton's theological inquiries did not commence till after that afflicting epoch of his life. He even commissioned Professor Gautier of Geneva to make inquiries on this subject during his visit to England, as if it concerned the interests of truth and justice to show that Newton became a Christian and a theological writer, only after the decay of his strength and the eclipse of his reason.

Such having been the consequences of the disclosure of Newton's illness by the manuscript of Huygens, I felt it to be a sacred duty to the memory of that great man, to the feelings of his countrymen, and to the interests of Christianity itself, to inquire into the nature and history of that indisposition which seems to have been so much misrepresented and misapplied. From the ignorance of so extraordinary an event which has prevailed for such a long period in England, it might have been urged with some plausibility, that Huygens had mistaken the real import of the information that was conveyed to him; or that the Scotchman from whom he received it had propagated an idle and a groundless rumour. But we are fortunately not confined to this very reasonable mode of defence. There exists at Cambridge a manuscript journal written by Mr. Abraham de la Pryme, who was a student in the university while Newton was a fellow of Trinity. This manuscript is entitled *Ephemeris Vitæ*, or Diary of my own Life, containing an account likewise of the most observable and remarkable things that I have taken notice of from my youth up hitherto.« Mr. de la Pryme was born in 1671, and begins the diary in 1685. This manuscript is in the possession of his collateral descendant, George Pryme, Esq. Professor of Political Economy at Cambridge, to whom I have been indebted for the following extract.

»1692, *February* 3*d*. — What I heard to-day I must relate. There is one Mr. Newton (whom I have very oft seen), Fellow of Trinity College, that is mighty famous for his learning, being a most excellent mathematician, philosopher, divine, &c. He has been Fellow of the Royal Society these many years; and amongst other very learned books and tracts he's written one upon the mathematical principles of philosophy, which has got him a mighty name, he having received, especially from Scotland, abundance of congratulatory letters for the same; but of all the books that he ever wrote, there was one of colours and light, established upon thousands of experiments which he had been twenty years of making, and which had cost him many hundred of pounds. This book, which he valued so much, and which was so much talked of, had the ill luck to perish, and be utterly lost just when the learned author was almost at putting a conclusion at the same, after this manner: In a winter's morning, leaving it amongst his other papers on his study table whilst he went to chapel, the candle, which he had unfortunately left burning there too, catched hold by some means of other papers, and they fired the

Digitized by Google

aforesaid book, and utterly consumed it and several other valuable writings; and, which is most wonderful, did no further mischief. But when Mr. Newton came from chapel, and had seen what was done, every one thought he would have run mad, he was so troubled thereat, that he was not himself for a month after. A long account of this his system of light and colours you may find in the Transactions of the Royal Society, which he had sent up to them long before this sad mischance happened unto him.«

From this extract we are enabled to fix the approximate date of the accident by which Newton lost his papers. It must have been previous to the 3d January 1692, a month before the date of the extract; but if we fix it by the dates in Huygens's manuscript, we should place it about the 29th November 1692, eighteen months previous to the conversation between Collins and Huygens. The manner in which Mr. Pryme refers to Newton's state of mind is that which is used every day when we speak of the loss of tranquillity which arises from the ordinary afflictions of life; and the meaning of the passage amounts to nothing more than that Newton was very much troubled by the destruction of his papers, and dit not recover his serenity, and return to his usual occupations for a month. The very phrase, that every person thought he would have run mad, is in itself a proof that no such effect was produced; and, whatever degree of indisposition may be implied in the phrase, »he was not himself for a month after,« we are entitled to infer that one month was the period of its duration, and that previous to the 3d February 1692, the date of Mr. Pryme's memorandum, »Newton was himself again.«

These facts and dates cannot be reconciled with those in Huygens's manuscript. It appears from that document, that, so late as May 1694, Newton had only *so far* recovered his health as *to begin to again understand the Principia*. His supposed malady, therefore, was in force from the 3d of January 1692, till the month of May 1694, — a period of more than two years. Now, it is a most important circumstance, which M. Biot ought to have known, that in *the very middle of this period*, Newton wrote his four celebrated letters to Dr. Bentley on the Existence of a Deity, — letters which evince a power of thought and a serenity of mind absolutely incompatible even with the slightest obscuration of his faculties. No man can peruse these letters without the conviction that their author then possessed the full vigour of his reason, and was capable of understanding the most profound parts of his writings. The first of these letters was written on the 10th December 1692, the second on the 17th January 1693, the third on the 25th February, and the 4th on the 11th*) February 1693. His mind was, therefore, strong and vigorous on these four occasions; and as the letters were written at the

*) They are thus dated in Horsley's edition of Newton's Works, the *fourth* letter having an earlier date than the *third*.

Digitized by Google

express request of Dr. Bentley, who had been appointed to deliver the lecture founded by Mr. Boyle for vindicating the fundamental principles of natural and revealed religion, we must consider such a request as showing his opinion of the strength and freshness of his friend's mental powers.

In 1692, Newton, at the request of Dr. Wallis, transmitted to him the first proposition of his book on quadratures, with examples of it in first, second, and third fluxions*). These examples were written in consequence of an application from his friend; and the author of the review of the Commercium Epistolicum, in which this fact is quoted, draws the conclusion, that he had not at that time forgotten his method of second fluxions. It appears, also, from the second book of the Optics**), that in the month of June 1692 he had been occupied with the subject of haloes, and had made accurate observations both on the colours and the diameters of the rings in a halo which he had then seen around the sun.

But though these facts stand in direct contradiction to the statement recorded by Huygens, the reader will be naturally anxious to know the real nature and extent of the indisposition to which it refers. The following letters***), written by Newton himself, Mr. Pepys, Secretary to the Admiralty, and Mr. Millington of Magdalene College, Cambridge, will throw much light upon the subject.

Newton, as will be presently seen, had fallen into a bad state of health some time in 1692, in consequence of which both his sleep and his appetite were greatly affected. About the middle of September 1693, he had been kept awake for five nights by this nervous disorder, and in this condition he wrote the following letter to Mr. Pepys:

„Sir, *Septemb.* 13, 1693.

Some time after Mr. Millington had delivered your message, he pressed me to see you the next time I went to London. I was averse; but upon his pressing consented, before I considered what I did, for I am extremely troubled at the embroilment I am in, and have neither ate nor slept well this twelvemonth, nor have my former consistency of mind. I never designed to get any thing by your interest, nor by King James's favour, but am now sensible that I must withdraw from your acquaintance, and see neither you nor the rest of my friends any more, if I may but leave them quietly. I beg your pardon for saying I would see you again, and rest your most humble and most obedient servant. Is. Newton."

---

*) See *Newtoni Opera*, Tom. IV. p. 480, and Wallisii *Opera*, 1693, Tom. II. p. 391—396.

**) Optics, Part IV. Obs. 13.

***) For these letters I have been indebted to the kindness of Lord Braybrooke.

Digitized by Google

From this letter we learn, on his own authority, that his complaint had lasted for a twelvemonth, and that during that twelvemonth he neither ate nor slept well, nor enjoyed his former *consistency of mind*. It is not easy to understand exactly what is meant by not enjoying his former consistency of mind; but whatever be its import, it is obvious that he must have been in a state of mind so sound as to enable him to compose the four letters to Bentley, all of which were written during the twelvemonth here referred to.

On the receipt of this letter, his friend Mr. Pepys seems to have written to Mr. Millington of Magdalene College to inquire after Mr. Newton's health; but the inquiry having been made in a vague manner, an answer equally vague was returned. Mr. Pepys, however, who seems to have been deeply anxious about Newton's health, addressed the following more explicit letter to his friend Mr. Millington:

»Sir, *Septemb.* 26, 1693.

After acknowledging your many old favours, give me leave to do it a little more particularly upon occasion of the new one conveyed to me by my nephew Jackson. Though, at the same time, I must acknowledge myself not at the ease I would be glad to be at in reference to the excellent Mr. Newton; concerning whom, (methinks), your answer labours under the same kind of restraint which, (to tell you the truth), my asking did. For I was loth at first dash to tell you that I had lately received a letter from him so surprising to me for the inconsistency of every part of it, as to be put into great disorder by it, from the concernment I have for him, lest it should arise from that, which of all mankind I should least dread from him and most lament for,—I mean a discomposure in head, or mind, or both. Let me therefore beg you, Sir, having now told you the true ground of the trouble I lately gave you, to let me know the very truth of the matter, as far at least as comes within your knowledge. For I own too great an esteem for Mr. Newton, as for a public good, to be able to let any doubt in me of this kind concerning him lie a moment uncleared, where I can have any hopes of helping it. I am, with great truth and respect, Dear Sir, your most humble and most affectionate servant, S. Pepys.«

To this letter Mr. Millington made the following reply:

»Honor'd Sir, *Coll. Magd. Camb., Sept. the* 30, 1693.

Coming home from a journey on the 28th instant at night, I met with your letter which you were pleased to honour me with of the 26th. I am much troubled I was not at home in time for the post, that I might as soon as possible put you out of your generous payne that you are in for the worthy Mr. Newton. I was, I must con-

Digitized by Google

fess, very much surprised at the inquiry you were pleased to make by your nephew about the message that Mr. Newton made the ground of his letter to you, for I was very sure I never either received from you or delivered to him any such; and therefore I went immediately to wayt upon him, with a design to discourse him about the matter, but he was out of town, and since I have not seen him, till upon the 28th I met him at Huntingdon, where, upon his own accord, and before I had time to ask him any question, he told me that he had writt to you a very odd letter, at which he was much concerned; added, that it was in a distemper that much seized his head, and that kept him awake for above five nights together, which upon occasion he desired I would represent to you, and beg your pardon, he being very much ashamed he should be so rude to a person for whom he hath so great an honour. He is now very well, and, though I fear he is under some small degree of melancholy, yet I think there is no reason to suspect it hath at all touched his understanding, and I hope never will; and so I am sure all ought to wish that love learning or the honour of our nation, *which it is a sign how much it is looked after, when such a person as Mr. Newton lyes so neglected by those in power.* And thus, honoured Sir, I have made you acquainted with all I know of the cause of such inconsistencys in the letter of so excellent a person; and I hope it will remove the doubts and fears you are, with so much compassion and publickness of spirit, pleased to entertain about Mr. Newton; but if I should have been wanting in any thing tending to the more full satisfaction, I shall, upon the least notice, endeavour to amend it with all gratitude and truth. Honored Sir, your most faithfull and most obedient servant, JOH. MILLINGTON.«

Mr. Pepys was perfectly satisfied with this answer, as appears from the following letter:

»SIR, *October 3d*, 1693.

You have delivered me from a fear that indeed gave me much trouble, and from my very heart I thank you for it, an evil to Mr. Newton being what every good man must feel for his own sake as well as his. God grant it may stopp here. And for the kind reflection hee has since made upon his letter to mee, I dare not take upon mee to judge what answer I should make him to it, or whether any or no; and therefore pray that you will bee pleased either to bestow on mee what directions you see fitt for my own guidance towards him in it, or to say to him in my name, but your own pleasure, whatever you think may be most welcome to him upon it, and most expressive of my regard and affectionate esteem of him, and concernment for him. —

* * * * *

Dear Sir, your most humble and most faithful servant, S. PEPYS.«

Digitized by Google

It does not appear from the memoirs of Mr. Pepys, whether he ever returned an answer to the letter of Mr. Newton, which occasioned this correspondence; but we find that in less than two months after the date of the preceding letter, an opportunity occurred of introducing to him a Mr. Smith, who wished to have his opinion on some problem in the doctrine of chances. This letter from Pepys is dated November 22d, 1693. Sir Isaac replied to it on the 26th November, and wrote to Pepys again on the 16th December 1693; and in both these letters he enters fully into the discussion of the mathematical question which had been submitted to his judgment *).

It is obvious from Newton's letter to Mr. Pepys, that the subject of his receiving some favour from the government had been a matter of anxiety with himself, and of discussion among his friends **). Mr. Millington was no doubt referring to this anxiety, when he represents Newton as an honour to the nation, and expresses his surprise »that such a person should *lye so neglected by those in power*«. And we find the same subject distinctly referred to in two letters written to Mr. Locke during the preceding year. In one of these, dated January 26th, 1691—2, he says, »Being fully convinced that Mr. Montague, upon an old grudge which I thought had been worn out, is false to me, I have done with him, and intend to sit still, unless my Lord Monmouth be still my friend.« Mr. Locke seems to have assured him of the continued friendship of this nobleman, and Mr. Newton, still referring to the same topic, in a letter dated February 16th, 1691—2, remarks, »I am very glad Lord Monmouth is still my friend, but intend not to give his Lordship and you any farther trouble. My inclinations are to sit still.« In a later letter to Mr. Locke, dated September 1693, and given in the following page, he asks his pardon for saying or thinking that there was a design to sell him an office. In these letters Mr. Newton no doubt referred to some appointment in London which he was solicitous to obtain, and which Mr. Montague and his other friends may have failed in procuring. This opinion is confirmed by the letter of Mr. Montague, announcing to him his appointment to the wardenship of the Mint, in which he says that he is very glad he can *at last* give him good proof of his friendship.

In the same month in which Newton wrote to Mr. Pepys, we find him in correspondence with Mr. Locke. Displeased with his opinions respecting innate ideas, he had rashly stated that they struck at the root of all morality; and that he regarded the author of such doctrines as a Hobbist. Upon reconsidering these opinions, he addressed

*) These three letters have been published by Lord Braybrooke in the Life and Correspondence of Mr. Pepys.

**) This anxiety will be understood from the fact, that by an order of council, dated January 28th 1674—5, Mr. Newton was excused from making the usual payments of one shilling per week, »on account of his low circumstances, as he represented«.

Digitized by Google

the following remarkable letter to Locke, written three days after his letter to Mr. Pepys, and consequently during the illness under which he then laboured.

»Sir,

Being of opinion that you endeavoured to embroil me with women, and by other means, I was so much affected with it, as that when one told me you were sickly and would not live, I answered, 'twere better if you were dead. I desire you to forgive me this uncharitableness; for I am now satisfied that what you have done is just, and I beg your pardon for my having hard thoughts of you for it, and for representing that you struck at the root of morality, in a principle you laid in your book of ideas, and designed to pursue in another book, and that I took you for a Hobbist *). I beg your pardon also for saying or thinking that there was a design to sell me an office, or to embroil me. — I am your most humble and unfortunate servant,

Is. Newton.«

»*At the Bull, in Shoreditch, London, Sept. 16th* 1693.«

To this letter Locke returned the following answer, so nobly distinguished by philosophical magnanimity and Christian charity:

»Sir, *Oates, October 5th*, 1693.

I have been, ever since I first knew you, so entirely and sincerely your friend, and thought you so much mine, that I could not have believed what you tell me of yourself, had I had it from any body else. And, though I cannot but be mightily troubled that you should have had so many wrong and unjust thoughts of me, yet next to the return of good offices, such as from a sincere good will I have ever done you, I receive your acknowledgment of the contrary as the kindest thing you have done me, since it gives me hopes I have not lost a friend I so much valued. After what your letter expresses, I shall not need to say any thing to justify myself to you. I shall always think your own reflection on my carriage, both to you and all mankind will sufficiently do that. Instead of that, give me leave to assure you that I am more ready to forgive you than you can be to desire it; and I do it so freely and fully, that I wish for nothing more than the opportunity to convince you that I truly love and esteem you, and that I have the same good will for you as if nothing of this had happened. To confirm this to you more fully, I should be glad to meet you any where, and the

*) The system of Hobbes was at this time very prevalent. According to Dr. Bentley, »the taverns and coffee-houses, nay Westminster Hall, and the very churches, were full of it«, and he was convinced, from personal observation, that »not one English infidel in a hundred was other than a Hobbist«. — Monk's *Life of Bentley*, p. 31.

Digitized by Google

rather, because the conclusion of your letter makes me apprehend it would not be wholly useless to you. But whether you think it fit or not, I leave wholly to you. I shall always be ready to serve you to my utmost, in any way you shall like, and shall only need your commands or permission to do it.

My book is going to press for a second edition; and, though I can answer for the design with which I write it, yet, since you have so opportunely given me notice of what you have said of it, I should take it as a favour if you would point out to me the places that gave occasion to that censure, that, by explaining myself better, I may avoid being mistaken by others, or unawares doing the last prejudice to truth or virtue. I am sure you are so much a friend to them both, that, were you none to me, I could expect this from you. But I cannot doubt but you would do a great deal more than this for my sake, who, after all, have all the concern of a friend for you, wish you extremely well, and am, without compliment, &c.« *)

To this letter Newton made the following reply:

»SIR,

The last winter, by sleeping too often by my fire, I got an ill habit of sleeping; and a distemper, which this summer has been epidemical, put me farther out of order, so that when I wrote to you, I had not slept an hour a night for a fortnight together, and for five days together not a wink. I remember I wrote to you, but what I said of your book I remember not. If you please to send me a transcript of that passage, I will give you an account of it if I can. — I am your most humble servant,

IS. NEWTON.«

»*Cambridge, October* 5*th*, 1693.«

Although the first of these letters evinces the existence of a nervous irritability which could not fail to arise from want of appetite and of rest, yet it is obvious that its author was in the full possession of his mental powers. The answer of Mr. Locke, indeed, is written upon that supposition; and it deserves to be remarked, that Mr. Dugald Stewart, who first published a portion of these letters, never imagines for a moment that Newton was labouring under any mental alienation.

The opinion entertained by Laplace, that Newton devoted his attention to theology only in the latter part of his life, may be considered as deriving some countenance from the fact, that the celebrated general scholium, at the end of the second edition of the Principia, published in 1713, did not appear in the first edition of that work. This

*) The draft of this letter is indorsed »J. L. to I. Newton.«

Digitized by Google

argument has been ably controverted by Dr. J. C. Gregory of Edinburgh, on the authority of a manuscript of Newton, which seems to have been transmitted to his ancestor, Dr. David Gregory, between the years 1687 and 1698. This manuscript, which consists of twelve folio pages in Newton's handwriting, contains, in the form of additions, and scholia to some propositions in the third book of the Principia, an account of the opinions of the ancient philosophers on gravitation and motion, and on natural theology, with various quotations from their works. Attached to this manuscript are three very curious paragraphs. The two first appear to have been the original draught of the general scholium already referred to; and the third relates to the subject of an ethereal medium, respecting which he maintains an opinion diametrically opposite to that which he afterwards published at the end of his Optics *). The first paragraph expresses nearly the same ideas as some sentences in the scholium beginning »*Deus summus est ens æternum, infinitum, absolute perfectum*;« **) and it is remarkable that the second paragraph is found only in the third edition of the Principia, which appeared in 1726, the year before Newton's death.

In the middle of the year 1694, about the time when our authoris said to be beginning to understand the Principia, we find him occupied with the difficult and profound subject of the lunar theory. In order to procure observations for verifying the equations which he had deduced from the theory of gravity, he paid a visit to Flamstead, at the Royal Observatory of Greenwich, on the 1st September 1694, when he received from him a series of lunar observations. On the 7th of October he wrote to Flamstead that he had compared the observations with his theory, and had satisfied himself that by both together »the moon's theory may be reduced to a good degree of exactness, perhaps to the exactness of two or three minutes.« He wrote him again on the 24th October, and the correspondence was continued till 1698, Newton making constant application for observations to compare with his theory of the planetary motions; while Flamstead, not sufficiently aware of the importance of the inquiry, received his

*) Dr. Gregory concludes his account of this manuscript, which he has kindly permitted me to read, in the following words: »I do not know whether it is true, as stated by Huygens, 'Newtonum incidisse in Phrenitim;' but I think every gentleman who examines this manuscript will be of opinion that he must have thoroughly recovered from his phrenitis before he wrote either the Commentary on the Opinions of the Ancients, or the Sketch of his own Theological and Philosophical Opinions which it contains.«

**) This paragraph is as follows: »Deum esse ens summe perfectum concedunt omnes. Entis autem summe perfecti Idea est ut sit substantia, una, simplex, indivisibilis, viva et vivifica, ubique semper necessario existens, summe intelligens omnia, libere volens bona, voluntate, efficiens possibilia, effectibus nobilioribus similitudinem propriam quantum fieri potest communicans, omnia in se continens tanquam eorum principium et locus, omnia per presentiam substantialem cernens et regens, et cum rebus omnibus, secundum leges accuratas ut naturæ totius fundamentum et causa constanter cooperans, nisi ubi aliter agere bonum est.«

Digitized by Google

requests as if they were idle intrusions in which the interests of science were but slightly concerned. *)

In reviewing the details which we have now given respecting the health and occupations of Newton from the beginning of 1692 till 1695, it is impossible to draw any other conclusion than that he possessed a sound mind, and was perfectly capable of carrying on his mathematical, his metaphysical, and his astronomical inquiries. His friend and admirer, Mr. Pepys, residing within fifty miles of Cambridge, had never heard of his being attacked with any illness till he inferred it from the letter to himself written in September 1693. Mr. Millington, who lived in the same University, had been equally unacquainted with any such attack, and, after a personal interview with Newton, for the express purpose of ascertaining the state of his health, he assures Mr. Pepys »that he is very well, — that he fears he is under some small degree of melancholy, but that there is no reason to suspect that it hath at all touched his understanding.«

During this period of bodily indisposition, his mind, though in a state of nervous irritability, and disturbed by want of rest, was capable of putting forth its highest powers. At the request of Dr. Wallis he drew up an example of one of his propositions on the quadrature of curves in second fluxions. He composed, at the desire of Dr. Bentley, his profound and beautiful letters on the existence of the Deity. He was requested by Locke to reconsider his opinions on the subject of innate ideas, and we find him grappling with the difficulties of the lunar theory.

But with all these proofs of a vigorous mind, a diminution of his mental powers has been rashly inferred from the cessation of his great discoveries, and from his unwillingness to enter upon new investigations. The facts, however, here assumed, are as incorrect as the inference which is drawn from them. The ambition of fame is a youth-

---

*) The following extract, characteristic of Flamstead's manner, is from a letter to Newton dated January 6, 1698—9.

»Upon hearing occasionally that you had sent a letter to Dr. Wallis about the parallax of the fixed stars to be printed, and that you had mentioned me therein with respect to the theory of the moon, I was concerned to be publicly brought upon the stage about what, perhaps, will never be fitted for the public, and thereby the world *put into an expectation of what perhaps they are never likely to have.* I do not love to be printed upon every occasion, much less to be dunned and teased by foreigners about mathematical things, or to be thought *by your own people to be trifling* away my time when I should be about the King's business.« On the first of the above passages in Italics Flamstead has the following memorandum: »When Mr. Halley boasts 'tis done, and given to him as a secret, tells the Society so and foreigners.« In the second passage in Italics, Mr. Flamstead refers, in a note, to Mr. Colson's letter to him, in which he seems to have represented practical astronomy as trifling. Mr. Flamstead adds, »Was Mr. Newton a trifler when he read mathematics for a sallary at Cambridge: surely, then, astronomy is of some good use, though his place be more beneficial.« For these extracts from the original manuscript in the collection of Corpus Christi College, Oxford, I have been indebted to the kindness of Professor Rigaud of Oxford.

Digitized by Google

ful passion, which is softened, if not subdued, by age. Success diminishes its ardour, and early pre-eminence often extinguishes it. Before the middle period of his life Newton was invested with all the insignia of immortality; but endowed with a native humility of mind, and animated with those hopes which teach us to form a humble estimate of human greatness, he was satisfied with the laurels which he had won, and he sought only to perfect and complete his labours. His mind was principally bent on the improvement of the Principia; but he occasionally diverged into new fields of scientific research, — he solved problems of great difficulty which had been proposed to try his strength, — and he devoted much of his time to profound inquiries in chronology and in theological literature.

The powers of his mind were therefore in full requisition; and, when we consider that he was called to the discharge of high official functions which forced him into public life, and compelled him to direct his genius into new channels, we can scarcely be surprised that he ceased to produce any original works on abstract science. In the direction of the affairs of the Mint, and of the Royal Society, to which we shall now follow him, he found ample occupation for his time; while the leisure of his declining years was devoted to those exalted studies in which philosophy yields to the supremacy of faith, and hope administers to the aspirations of genius.

DAVID BREWSTER.

Digitized by Google

NEWTON

ALS VERTRETER DER ATOMISTIK UND EINER DIRECTEN, DURCH KEIN MATERIELLES MEDIUM VERMITTELTEN, FERNEWIRKUNG.

[Vgl. Brewster: Life of Newton p. 301—308.]

In explaining the structure of solid bodies, he is of opinion, »that the smallest particles of matter may cohere by the strongest attractions, and compose bigger particles of weaker virtue; and many of these may cohere and compose bigger particles whose virtue is still weaker; and so on for divers successions, until the progression end in the biggest particles, on which the operations in chemistry, and the colours of natural bodies, depend, and which, by adhering, compose bodies of a sensible magnitude. If the body is compact, and bends or yields inward to pression, without any sliding of its parts, it is hard and elastic, returning to its figure with a force rising from the mutual attraction of its parts. If the parts slide upon one another, the body is malleable or soft. If they slip easily, and are of a fit size to be agitated by heat, and the heat is big enough to keep them in agitation, the body is fluid; and if it be apt to stick to things, it is humid; and the drops of every fluid affect a round figure, by the mutual attraction of their parts, as the globe of the earth and sea affects a round figure, by the mutual attraction of its parts by gravity.

Sir Isaac then supposes, that, as the attractive force of bodies can reach but to a small distance from them, »a repulsive virtue ought to succeed«; and he considers such a virtue as following from the reflexion of the rays of light, the rays being repelled without the immediate contact of the reflecting body, and also from the emission of light, the ray, as soon as it is shaken off from a shining body by the vibrating motion of the parts of the body, getting beyond the reach of attraction, and being driven away with exceeding great velocity by the force of reflexion. *)

*) Mr. Herschel, in his Treatise on Light, §. 553, has maintained that Newton's Doctrine of Reflexion is accordant with the idea, that the attractive force extends beyond the repulsive or reflecting force. In the query above referred to, Sir Isaac, in the most distinct manner, places the sphere of the reflecting force without that of the attractive one.

Digitized by Google

Many of the chemical views which Sir Isaac thus published in the form of queries were in his own lifetime illustrated and confirmed by Dr. Stephen Hales, in his book on *Vegetable Statics*, — a work of great originality, which contains the germ of some of the finest discoveries in modern chemistry.

Although there is no reason to suppose that Sir Isaac Newton was a believer in the doctrines of alchemy, yet we are informed by the Reverend Mr. Law, that he had been a diligent student of Jacob Behmen's writings, and that there were found among his papers copious abstracts from them in his own handwriting. *) He states also that Sir Isaac, together with one Dr. Newton, his relation, had, in the earlier part of his life, set up furnaces, and were for several months at work in quest of the philosopher's tincture. These statements may receive some confirmation from the fact, that there exist among the Portsmouth papers many sheets in Sir Isaac's own writing, of Flammel's Explication of Hieroglyphic figures, and in another hand, many sheets of William Yworth's *Processus mysterii magni philosophicus*, and also from the manner in which Sir Isaac requests Mr. Aston to inquire after one Borry in Holland, who always went clothed in green, and who was said to possess valuable secrets; but Mr. Law has weakened the force of his own testimony, when he asserts that Newton borrowed the doctrine of attraction from Behmen's three first propositions of eternal nature.

On the 7th December 1675, Sir Isaac Newton communicated to the Royal Society a paper entitled, *An hypothesis explaining properties of light*, in which he, for the first time, introduces his opinions respecting ether, and employs them to explain the nature of light, and the cause of gravity. »He was induced,« he says, »to do this, because he had observed the heads of some great virtuosos to run much upon hypotheses, and he therefore gave one which he was inclined to consider as the most probable, if he were obliged to adopt one.« **)

This hypothesis seems to have been afterwards a subject of discussion between him and Mr. Boyle, to whom he promised to communicate his opinion more fully in writing. He accordingly addressed to him a long letter, dated February 28th, 1678—9, in which he explains his views respecting ether, and employs them to account for the refraction of light, — the cohesion of two polished pieces of metal in an exhausted

---

*) In a tract annexed to his *Appeal to all that doubt or disbelieve the truths of the Gospel*. See *Gent. Mag.* 1782, Vol. LII. p. 227, 239.

It is stated in a letter of Mr. Law's, quoted in this magazine, that Charles I. was a diligent reader and admirer of Jacob Behmen; that he sent a well qualified person from England to Goerlitz, in Upper Lusatia, to acquire the German language, and to collect every anecdote he could meet with there relative to this great alchemist.

**) In a letter to Dr. Halley, dated June 20th, 1686, Sir Isaac refers to this paper, and observes, that it is only to be looked upon as one of his guesses that he did not rely upon.

Digitized by Google

receiver, — the adhesion of quicksilver to glass tubes, — the cohesion of the parts of all bodies, — the cause of filtration, — the phenomena of capillary attraction, — the action of menstrua on bodies, — the transmutation of gross compact substances into aerial ones, — and the cause of gravity. From the language used in this paper, we should be led to suppose that Sir Isaac had entirely forgotten that he had formerly treated the general subject of ether, and applied it to the explanation of gravity. »I shall set down,« says he, »one conjecture more *which came into my mind now as I was writing this letter; it is about the cause of gravity*,« which he goes on to explain; and he concludes by saying, that »he has so little fancy to things of this nature, that, *had not your encouragement moved me to it*, I should never, I think, thus far have set pen to paper about them.«

These opinions, however, about the existence of ether, Newton seems to have subsequently renounced; for in the manuscript in the possession of Dr. J. C. Gregory, which we have already mentioned, and which was written previous to 1702, he states, that ether is neither obvious to our senses, nor supported by any arguments, but is a gratuitous assumption, which, if we are to trust to reason and to our senses, must be banished from the nature of things; and he goes on to establish, by various arguments, the validity of this opinion. This renunciation of his former hypothesis probably arose from his having examined more carefully some of the phenomena which he endeavoured to explain by it. Those of capillary attraction, for example, he had ascribed to the ether »standing rarer in the very sensible cavities of the capillary tubes than without them,« whereas he afterwards discovered their true cause, and ascribed them to the reciprocal attraction of the tube and the fluid. But, however this may be, there can be no doubt that he resumed his early opinions before the publication of his Optics, which may be considered as containing his views upon this subject.

The queries which contain these opinions are the 18th—24th, all of which appeared for the first time in the second English edition of the Optics. If a body is either heated or loses its head when placed in vacuo, he ascribes the conveyance of the heat in both cases »to the vibration of a much subtiler medium than air«, and he considers this medium as the same with that by which light is refracted and reflected, and by whose vibrations light communicates heat to bodies, and is put into fits of easy reflexion and transmission.

This ethereal medium, according to our author, is exceedingly more rare and more elastic than air. It pervades all bodies, and is expanded through all the heavens. It is much rarer within the dense bodies of the sun, stars, planets, and comets, than in the celestial spaces between them, and also more rare within glass, water, &c. than in the free and open spaces void of air and other grosser bodies. In passing out of glass, water,

Digitized by Google

&c. and other dense bodies into empty space, it grows denser and denser by degrees, and this gradual condensation extends to some distance from the bodies. Owing to its great elasticity, and, consequently, its efforts to spread in all directions, it presses against itself, and, consequently, against the solid particles of bodies, so as to make them continually approach to one another, the body being impelled from the denser parts of the medium towards the rarer with all that power which we call gravity.

In employing this medium to explain the nature of light, Newton does not suppose with Descartes, Hooke, Huygens, and others, that light is nothing more than the impression of those undulations on the retina. He regards light as a peculiar substance composed of heterogeneous particles thrown off with great velocity, and in all directions, from luminous bodies; and he supposes that these particles while passing through the ether, excite in it vibrations or pulses which accelerate or retard the particles of light, and thus throw them into their alternate fits of easy reflexion and transmission.

Hence, if a ray of light falls upon a transparent body, in which the ether consists of strata of variable density, the particles of light acted upon by the vibrations which they create will be urged with an accelerated velocity in entering the body, while their velocity will be retarded in quitting it. In this manner he conceives the phenomena of refraction to be produced, and he shows how in such a case the refraction would be regulated by the law of the sines.

In order that the ethereal medium may produce the fits of easy reflexion and transmission, he conceives that its vibrations must be swifter than light. He computes its elasticity to be 490,000,000,000 times greater than that of air in proportion to its density, and about 600,000,000 times more rare than water, from which he infers that the resistance which it would oppose to the motions of the planets would not be sensible in 10·000 years. He considers that the functions of vision and hearing may be performed chiefly by the vibrations of this medium, executed in the bottom of the eye, or in the auditory nerve by the rays of light, and propagated through the solid, pellucid, and uniform capillamenta of the optic or auditory nerves into the place of sensation; and he is of opinion that animal motion may be performed by the vibrations of the same medium, excited in the brain by the power of the will, and propagated from thence by the solid, pellucid, and uniform capillamenta of the nerves into the muscles for contracting and dilating them.

In the registers of the Royal Society there exist several letters*) on the excitation of electricity in glass, which were occasioned by an experiment of this kind having been mentioned in Sir Isaac's hypothesis of light. The Society had ordered the experi-

*) See *Newtoni Opera*, by Horsley, vol. IV. p. 375—382.

Digitized by Google

ment to be tried at their meeting of the 16th December 1675; but, in order to secure its success, Mr. Oldenburg wrote to Sir Isaac for a more particular account of it. Sir Isaac being thus »put upon recollecting himself a little farther about it«, remembers that he made the experiment with a glass fixed at the distance of the $\frac{1}{4}$d of an inch from one end of a brass hoop, and only the $\frac{1}{8}$th of an inch from the other. Small pieces of thin paper were then laid upon the table; when the glass was laid above them and rubbed, the pieces of paper leapt from the one part of the glass to the other, and twirled about in the air. Notwithstanding this explicit account of the experiment, it entirely failed at the Royal Society, and the secretary was desired to request the loan of Sir Isaac's apparatus, and to inquire whether or not he had secured the papers from being moved by the air, which might have somewhere stole in. In a letter, dated 21st December, Sir Isaac recommended to the Society to rub the glass »with stuff whose threads may rake its surface, and, if that will not do, to rub it with the fingers' ends to and fro, and knock them as often upon the glass«. These directions enabled the Society to succeed with the experiment on the 13th January 1676, when they used a scrubbing brush of short hog's bristles, and the heft of a knife made with whalebone.

David Brewster.

Digitized by Google

Digitized by Google

BEILAGE.

„Es hat mir so wollen behagen,
Mit Lachen die Wahrheit zu sagen"

CHRISTOPH V. GRIMMELSHAUSEN.
† 1676 August 17.

Digitized by Google

„Hell leuchtet noch das Bild des Göttlichen in vielen Herzen. Aber das Gift, welches Loki allen Wesen einflösst, wirkt fort und fort. Wenn einst die böse Lust den Sieg davon trägt und der Mensch die göttliche Stimme in seiner Brust nicht mehr vernimmt: dann wird dem geblendeten Sinn das Walten der Gottheit immer undeutlicher, bis die Gestalt des Himmlischen in trübem Dämmerlicht schwindet und nur im Traum noch zuweilen drohend daraus auftaucht

Das ist die Zeit der Götterdämmerung."

E. Kratschbeck.
Germanische Göttersage S. 279

Digitized by Google

ZUR ERINNERUNG

AN

HANS JACOB CHRISTOPH VON GRIMMELSHAUSEN

AN SEINEM ZWEIHUNDERTJÄHRIGEN TODESTAGE

DEN 17. AUGUST 1876.

Da ich in der Vorrede des vorliegenden Werkes S. LII Veranlassung hatte, einige Worte von Grimmelshausen der gegenwärtig lebenden Generation als Spiegel vorzuhalten und dabei nothwendig der Verunglimpfungen gedenken musste, denen das literarische Vermächtniss Grimmelshausen's nach 200 Jahren von seinen eigenen Landsleuten öffentlich ausgesetzt gewesen ist, so entspricht es, wie ich glaube, dem Gefühle vieler meiner Leser, welche, wie ich, die Pietät gegen abgeschiedene Vorkämpfer unserer gegenwärtigen Freiheit des Denkens und Glaubens als eine hervorragende Tugend unseres Volkscharakters ansehen, wenn ich den folgenden Kranz von Dornröschen zur Sühne auf das Grab Grimmelshausen's niederlege. Z.

GRIMMELSHAUSEN

UND

DIE SIMPLICIANISCHEN SCHRIFTEN.

(Aus der Vorrede zu »Deutsche Dichter des XVII. Jahrhunderts« von J. Tittmann. Bd. VII. Thl. I. S. V. u. VI.)

»Im Laufe des 17. Jahrhunderts ist neben den übrigen Gattungen der deutschen Nationalliteratur die Prosadichtung ihre besondern, jedoch zu demselben Ziele führenden Wege gegangen. Was für jene von absichtlichen Anfängen aus und in gleichstrebenden

Digitized by Google

Kreisen gegen die alte volksthümliche Bildung unseres Vaterlandes unternommen und erreicht wurde, hat sich hier mehr unbewusst und ohne bestimmte Willensrichtung Einzelner vollzogen. Die poetische Bearbeitung von Historien und Schwänken war längst abgeschlossen. Schon einmal war als Ersatz für das abgestorbene Epos in den sogenannten Volksbüchern, die neben dem in bequemere Form umgegossenen alten Eigenthum auch viel aus der Fremde Entlehntes brachten, der Unterhaltungsliteratur ein neues Element zugeführt worden. Als später Neues erwünscht schien, lag es nahe und war es bequem, von Neuem zu entlehnen. So ist es gekommen, dass noch vor dem Schluss des 16. Jahrhunderts eine bei den Völkern lateinischer Abstammung ausgebildete Kunstform, der Roman mit den verwandten Arten, auch in Deutschland Eingang fand. Von eigener Production ist lange Zeit hindurch bei uns wenig Erfolg zu verzeichnen, bis die Männer der antinationalen Richtung sich auch dieser Dichtungsart bemächtigten. Das trostlose Resultat der Bestrebungen und Vorgänge auf den beiden formell getrennten Gebieten war dasselbe. Nur in einzelnen Erscheinungen liegt der Versuch vor, der erzählenden Prosadichtung die verlorene Einheit des Charakters zurückzugeben.

Der hier kurz zusammengefasste Verlauf in der Geschichte unserer Literatur soll näher aufgezeigt werden an den Werken eines Mannes, der den Roman aus dem Bann der herkömmlichen Stoffe in die Freiheit des Lebens, aus der Vergangenheit in die Gegenwart hinübergeführt hat. Wenn diese einleitenden Blätter ihren Zweck erreichen, an der eigenthümlichen Geistesart dieses Mannes, deren Entwickelung von ihren Anfängen bis zum Abschluss zu begleiten ist, an dem Reichthum seines innern Wesens und an der Energie seiner Auffassungsgabe die so unerwartet auftretende Erscheinung zur Anschauung zu bringen, so wäre damit die Schilderung eines wichtigen Abschnittes in der Geschichte des deutschen Schriftthums überhaupt gelungen. Dieser Reichthum ist so ausserordentlich, dass das Bild, welches uns aus seinen Schriften entgegentritt, auf der realen Grundlage derselben sich leicht zu einem Gesammtbilde des Culturlebens seiner Zeit erweitern liesse.«

DER ABENTEUERLICHE
SIMPLICIUS SIMPLICISSIMUS.

[Vorrede zu der freien Bearbeitung des »Simplicius« von Elard Hugo Meyer. Ein Lebensbild aus dem dreissigjährigen Kriege mit drei Bildern von H. Lüders. Bremen, Nordwestdeutscher Volksschriften-Verlag, A. G.]

»Vor etwa zweihundert Jahren hielt ein deutscher Mann, Namens Christoffel von Grimmelshausen, der bald nach den Stürmen des dreissigjährigen Krieges ein wackerer Schultheiss in Renchen am Schwarzwald geworden war, es für nützlich, seine

Digitized by Google

eigenen Erlebnisse und die Schicksale mehrerer seiner Zeitgenossen zu der Lebensgeschichte des abenteuerlichen Simplicius Simplicissimus zu gestalten und in dieser Form der Nachwelt ein treues Abbild von jenem entsetzlichen Bruderkampfe zu hinterlassen.

Es mag wohl wenig ältere Lebensgeschichten geben, welche die Leser noch heute heiterer stimmen und zugleich ernster belehren und tiefer bewegen können, als die des Simplicissimus. Diejenigen Leser, die sich eines reineren Wandels rühmen dürfen als er, mögen ihm wegen seiner vielfachen Fehltritte nicht zu heftig zürnen, indem sie erwägen, in wie arger Zeit der arme Junge emporgekommen ist. Denjenigen aber, welche ähnliche Leiden und Irrungen bestehen oder bestanden haben, wünsche ich von Herzen denselben Frieden, welchen Simplicissimus endlich gefunden hat. Alle aber dürfen in seiner Geschichte ein Spiegelbild des gewöhnlichen Menschenlebens erkennen, wie es aus Einfalt und Narrheit, aus Übermuth und Eigennutz, aus Versehen und Vergehen sich aufarbeitet oder doch aufarbeiten soll zu einem höheren und besseren Dasein.

Wer aller solcher Lehre nicht bedarf, der mag aus diesen treuherzigen Aufzeichnungen eines echten deutschen Mannes die ganze Tiefe des Unglücks ermessen, in welches unser Vaterland damals hinabgestossen war. Die Hauptschuld trägt der Jesuitenorden, der unablässig die katholischen Deutschen gegen die protestantischen hetzte, die doch einen und denselben Gott anbeten und eine und dieselbe Pflicht für die vornehmste Christenpflicht halten, nämlich die Menschenliebe. In diesen aus solchen Hetzereien entsprungenen grossen Bruderkrieg führt uns Grimmelshausen ein und zwar in dessen zweite, schrecklichere Hälfte, die etwa mit der Schlacht von Nördlingen 1634 beginnt und mit dem Westfälischen Frieden 1648 endet. Die grossen Feldherren des ersten Kriegsabschnittes, Mannsfeld, Tilly, Gustav Adolf und Wallenstein waren schon todt. In dem Theile, welchen Grimmelshausen schildert, bedeckten sich vorzüglich der Schwedengeneral Baner, der bairische Reiteroberst Johann von Werth und der von Frankreich besoldete Herzog Bernhard von Weimar auf ihren Feldzügen an Rhein und Elbe mit Heldenruhm. Während die Führer in diesem Kriege immer kleiner wurden, vergrösserten sich dessen Schrecknisse immer mehr, da die Fremden, zumal die Franzosen und die Schweden, sich immer gieriger in unser Land hineinwühlten. Im Westen und im Norden rissen sie grosse Stücke heraus, und die Mündungen unserer Flüsse hüteten fremde Wächter, damit Deutschland ein kraftloser Binnenstaat würde. So verlor es seinen blühenden Wohlstand auf Jahrhunderte und war auf lange Zeit ein Gespött der Fremden. Das Gemeine erhob siegreich sein Haupt, und das Edle wurde zu Boden getreten. In den verkommenen Städten und verwüsteten Dörfern lagen Kirchen und Schulen in Asche und fristete ein verkümmertes und verwildertes Geschlecht mühselig sein Dasein. Das war das Ergebniss dieses Krieges! Erst durch unseren ruhmvollen Kampf gegen Frankreich 1870/71 sind auch die letzten Schandflecken, die jener dreissigjährige Gräuel

Digitized by Google

auf unsere Ehre geworfen hatte, getilgt worden, denn die Wälschen mussten nun auch denjenigen Theil des Elsasses herausgeben, den sie uns damals geraubt hatten. Aber noch heute sind nicht alle Folgen jenes Bürgerkrieges überwunden, und leider! vor Allem ist noch nicht der Geist erstickt, aus dem er hervorgegangen ist, der Geist des Glaubenshasses und der Unduldsamkeit. Darum nimm dich in Acht, mein deutsches Volk, vor Allen, die statt menschlicher Liebe und gesetzlichen Friedens Zwietracht und Hass predigen! Und wenn diese schwarzen Seelen dir nahen, so wende ihnen den Rücken und denke an die Schicksale des Simplicius Simplicissimus.

Seinem Büchlein hat einst Grimmelshausen das Sprüchlein vorgesetzt:

»Es hat mir so wollen behagen,
Mit Lachen die Wahrheit zu sagen.«

Und wer es recht liest, den lehrt es Wahrheit, auch Frieden und Eintracht, Arbeit und Zucht, Vaterlandsliebe und Frömmigkeit. Ja, es giebt uns die Zuversicht, dass die Prophezeihung im 9. Capitel*) des dritten Buches des Simplicissimus, deren erster Theil sich so wunderbar verwirklicht hat, auch noch dereinst in ihrem zweiten Theile erfüllt werde, d. h. dass der Geist der Wahrheit ringsum unter den Völkern wohnen wird.

So gehe denn, mein alter Simplicius Simplicissimus, der du im Jahr 1669 zuerst deine Erscheinung machtest, im Jahre 1875 verjüngt von Neuem unter die Leute und schaue unter deiner lustigen Narrenkappe, die jetzt vom Staube der Gelehrsamkeit, den Gespinnsten des Aberglaubens und dem Schmutze der Rohheit gesäubert ist, mit den ebenso ergötzlichen, wie rührenden Zügen deines Antlitzes Jung und Alt getrost wieder an. Du kannst dich ja auch jetzt besser der Welt zeigen als früher, denn hinter dir her geht ein tugendsames, schönes Weib, das dir früher fehlte, und du bist doch zuletzt selber ein ordentlicher Mensch geworden, vor dem man den Hut abzieht. So hoffe ich denn, dass gar Mancher dich lieb gewinnen wird, dich, das einsame Waldkind vom Spessart, den lustigen Narren von Hanau, den grünen Jäger von Soest, den verkommenen Landfahrer in Frankreich, den Jüngling, der Liebe schnell erhaschte und bürgerlicher Arbeit lange aus dem Wege ging, und endlich den Mann, der die Liebe festhielt und in ihr und in einer ehrlichen Thätigkeit das dauernde Glück seines Lebens fand!«

Hugo Meyer.

*) Im Original das 4. Capitel.

Digitized by Google

STELLEN AUS DEM »SIMPLICIUS SIMPLICISSIMUS«.

1.

Das Lob des Bauernstandes.

(Original: Buch I, Cap. 3.)

Du sehr verachter Baurenstand
Bist doch der beste in dem Land;
Kein Mann dich gnugsam preisen kan,
Wann er dich nur recht sihet an.

Wie stünd es jetzund um die Welt,
Hätt Adam nicht gebaut das Feld!
Mit Hacken nährt sich anfangs der,
Von dem die Fürsten kommen her.

Es ist fast alles unter dir,
Ja, was die Erd nur bringt herfür,
Worvon ernähret wird das Land,
Geht dir anfänglich durch die Hand.

Der Kaiser, den uns Gott gegeben,
Uns zu beschützen, muss doch leben
Von deiner Hand; auch der Soldat,
Der dir doch zufügt manchen Schad.

Fleisch zu der Speis zeuchst auf allein,
Von dir wird auch gebaut der Wein,
Dein Pflug der Erden thut so noth,
Dass sie uns gibt genugsam Brod.

Die Erde wär ganz wild durchaus,
Wann du auf ihr nicht hieltest Haus;
Ganz traurig auf der Welt es stünd,
Wenn man kein Bauersmann mehr fünd.

Drum bist du billich hoch zu ehrn,
Weil du uns alle thust ernährn;
Die Natur liebt dich selber auch,
Gott segnet deinen Baurenbrauch.

Vom bitterbösem Podagram
Hört man nicht, dass an Bauren kam,
Das doch den Adel bringt in Noth
Und manchen Reichen gar in Tod.

Der Hoffart bist du sehr befreit,
Absonderlich zu dieser Zeit;
Und dass sie auch nicht sei dein Herr,
So gibt dir Gott des Kreuzes mehr.

Ja, der Soldaten böser Brauch
Dient gleichwol dir zum Besten auch:
Dass Hochmut dich nicht nehme ein,
Sagt er: Dein Hab und Gut ist mein

2.

Das Lob der Nachtigall.

(Original: Buch I, Cap. 7.)

Komm, Trost der Nacht, o Nachtigal,
Lass deine Stimm mit Freudenschall
Aufs lieblichste erklingen! : | :
Komm, komm und lob den Schöpfer dein,
Weil andre Vöglein schlafen sein
Und nicht mehr mögen singen!
Lass dein Stimmlein
Laut erschallen, dann vor allen
Kanst du loben
Gott im Himmel hoch dort oben.

Obschon ist hin der Sonnenschein,
Und wir im Finstern müssen sein,
So können wir doch singen : | :
Von Gottes Güt und seiner Macht,
Weil uns kan hindern keine Nacht,
Sein Lob zu vollenbringen.
Drum dein Stimmlein
Lass erschallen, dann vor allen
Kanst du loben
Gott im Himmel hoch dort oben.

Echo, der wilde Widerhall,
Will sein bei diesem Freudenschall
Und lässet sich auch hören, : | :
Verweist uns alle Müdigkeit,
Der wir ergeben allezeit,
Lehrt uns den Schlaf bethören.
Drum dein Stimmlein
Lass erschallen, dann vor allen
Kanst du loben
Gott im Himmel hoch dort oben.

Die Sterne, so am Himmel stehn,
Lassen sich zum Lob Gottes sehn
Und thun ihm Ehr beweisen; : | :
Auch die Eul, die nicht singen kann,
Zeigt doch mit ihrem Heulen an,
Dass sie Gott auch thu preisen.
Drum dein Stimmlein
Lass erschallen, dann vor allen
Kanst du loben
Gott im Himmel hoch dort oben.

Nur her, mein liebstes Vögelein,
Wir wollen nicht die faulsten sein
Und schlafend liegen bleiben, : | :
Sondern, biss dass die Morgenröt
Erfreuet diese Wälder öd,
Im Lob Gottes vertreiben.
Lass dein Stimmlein
Laut erschallen, dann vor allen
Kanst du loben
Gott im Himmel hoch dort oben.

3.

Herzbruder's Lied.

(S. 88 der Meyer'schen Ausgabe.)

»Mein lieber Herzbruder konnte nicht weiter sprechen, er schlang seinen Arm um meinen Hals und drückte weinend seinen Kopf an den meinen. So sassen wir eine Zeit lang da. Da glaubte ich ihm einen Freundesdienst leisten zu müssen, indem ich seine Trauer besänftigte, wie einst David es dem Saul gethan. Ich griff in meine Laute und schlug die schönste Weise an, die ich konnte. Bald hörte auch sein Schluchzen auf, er wischte die Thränen aus den Augen, und wie ich abermals begann, sang er dazu folgendes Lied«:

An die ferne Geliebte.

Wie ist mir nun geschehen,
Da ich dich meiden muss
Und soll dich nimmer sehen,
Noch reichen Hand und Kuss!
Du bist mein Augenschein,
Musst du gleich ferne sein,
Du thust mein Herz umfassen,
Ich kann nicht von dir lassen.

Ich seh' auf breiter Haide
Hier manches Blümlein stehn,
In rothem Sommerkleide
Gar lieblich anzusehn.
Du übertriffst sie weit
Mit deiner Lieblichkeit,
Du thust mein Herz umfassen,
Ich kann nicht von dir lassen.

Lieg' ich im Schlafe nieder,
Däucht mir, ich sei bei dir,
Erwache ich dann wieder,
Find' ich Niemand bei mir.
Doch ist im öden Zelt
Mein Lieb' mir nicht vergällt,
Du thust mein Herz umfassen,
Ich kann nicht von dir lassen.

Digitized by Google

Muss es denn sein geschieden,
Will's der getreue Gott, —
Führt uns zum ew'gen Frieden
Der, ach! doch bittre Tod. —

Was dann auch werden mag,
Am allerjüngsten Tag
Thu du mein Herz umfassen,
Ich kann nicht von dir lassen.

4.

Jupiter und Simplicius.

Weissagung

»von dem teutschen Helden, der die ganze Welt bezwingen und zwischen allen Völkern Fried stiften wird.«

(Original: Buch III, Cap. 3 und 4.)

»Ach, Jupiter, deine Mühe und Arbeit wird besorglich allerdings umsonst sein, wenn du nicht wieder, wie vor diesem, die Welt mit Wasser oder gar mit Feuer heimsuchest; dann schickest du einen Krieg, so laufen alle böse, verwegene Buben mit, welche die friedliebende, fromme Menschen nur quälen werden; schickest du eine Theuerung, so ists ein erwünschte Sach vor die Wucherer, weil alsdann denselben ihr Korn viel gilt; schickest du aber ein Sterben, so haben die Geizhäls und alle übrige Menschen ein gewonnen Spiel, indem sie hernach viel erben; wirst derhalben die ganze Welt mit Butzen und Stiel ausrotten müssen, wenn du anders strafen wilt.«

Jupiter antwortet: »Du redest von der Sach wie ein natürlicher Mensch, als ob du nicht wüstest, dass uns Göttern müglich sei, etwas anzustellen, dass nur die Böse gestraft und die Gute erhalten werden; ich wil einen teutschen Helden erwecken, der sol alles mit der Schärfe des Schwerts vollenden; er wird alle verruchte Menschen umbringen und die fromme erhalten und erhöhen.«

Ich sagte: »So muss ja ein solcher Held auch Soldaten haben, und wo man Soldaten braucht, da ist auch Krieg, und wo Krieg ist, da muss der Unschuldig so wol als der Schuldig herhalten.«

»Seid ihr irdische Götter dann auch gesinnt wie die irdische Menschen,« sagte Jupiter hierauf, »dass ihr so gar nichts verstehen könnet? Ich will einen solchen Helden schicken, der keiner Soldaten bedarf und doch die ganze Welt reformiren sol; in seiner Geburtstund wil ich ihm verleihen einen wolgestalten und stärkern Leib, als Hercules einen hatte, mit Fürsichtigkeit, Weisheit und Verstand überflüssig geziert; hierzu sol ihm Venus geben ein schön Angesicht, also dass er auch Narcissum, Adonidem und meinen Ganymedem selbst übertreffen solle; sie sol ihm zu allen seinen Tugenden eine sonderbare Zierlichkeit, Aufsehen und Anmüthigkeit vorstrecken und dahero ihn bei aller Welt beliebt machen, weil ich sie eben der Ursachen halber in seiner Nativität desto freundlicher anblicken werde. Mercurius aber sol ihn mit unvergleichlich sinnreicher Vernunft

Digitized by Google

begaben, und der unbeständige Mond sol ihm nicht schädlich, sondern nützlich sein, weil er ihm eine unglaubliche Geschwindigkeit einpflanzen wird; die Pallas sol ihn auf dem Parnasso auferziehen, und Vulcanus sol ihm in *hora Martis* seine Waffen, sonderlich aber ein Schwert schmieden, mit welchem er die ganze Welt bezwingen und alle Gottlosen niedermachen wird, ohne fernere Hülf eines einigen Menschen, der ihme etwan als ein Soldat beistehen möchte: er sol keines Beistands bedörfen. Eine jede grosse Statt sol von seiner Gegenwart erzittern, und eine jede Vestung, die sonst unüberwindlich ist, wird er in der ersten Viertelstund in seinem Gehorsam haben: zuletzt wird er den grösten Potentaten in der Welt befehlen und die Regierung über Meer und Erden so löblich anstellen, dass beides Götter und Menschen ein Wolgefallen darob haben sollen.«

Ich sagte: »Wie kan die Niedermachung aller Gottlosen ohne Blutvergiessen und das Commando über die ganze weite Welt ohn sonderbaren grossen Gewalt und starken Arm geschehen und zuwegen gebracht werden? O Jupiter, ich bekenne dir unverhohlen, dass ich diese Ding weniger als ein sterblicher Mensch begreifen kan.«

Jupiter antwortet: »Das gibt mich nicht Wunder, weil du nicht weist, was meines Helden Schwert vor eine seltene Kraft an sich haben wird: Vulcanus wirds aus denen Materialien verfertigen, daraus er mir meine Donnerkeil macht, und dessen Tugenden dahin richten, dass mein Held, wenn er solches entblösset und nur einen Streich damit in die Luft thut, einer ganzen Armada, wenn sie gleich hinter einem Berg eine ganze schweizer Meil Wegs weit von ihm stünde, auf einmal die Köpf herunterhauen kan, also dass die arme Teufel ohne Köpf daliegen müssen, ehe sie einmal wissen, wie ihnen geschehen. Wenn er denn nun seinem Lauf den Anfang macht und vor eine Statt oder Vestung komt, so wird er des Tamerlani Manier brauchen und zum Zeichen, dass er Friedens halber und zu Beförderung aller Wolfahrt vorhanden seie, ein weisses Fähnlein aufstecken: kommen sie dann zu ihm heraus und bequemen sich, wol gut: wo nicht, so wird er von Leder ziehen und durch Kraft mehrgedachten Schwerts allen Zauberern und Zauberinnen, so in der ganzen Statt sein, die Köpf herunterhauen und ein rothes Fähnlein aufstecken: wird sich aber dennoch niemand einstellen, so wird er alle Mörder, Wucherer, Dieb, Schelmen, Ehebrecher, Huren und Buben auf die vorige Manier umbringen und ein schwarzes Fähnlein sehen lassen: wofern aber nicht so bald diejenige, so noch in der Statt übrigblieben, zu ihm kommen und sich demüthig einstellen, so wird er die ganze Statt und ihre Inwohner als ein halsstarrig und ungehorsam Volk ausrotten wollen, wird aber nur diejenige hinrichten, die den andern abgewehrt haben und ein Ursach gewesen, dass sich das Volk nicht ehe ergeben. Also wird er von einer Statt zur andern ziehen, einer jeden Statt ihr Theil Landes, um sie her gelegen, im Frieden zu regieren übergeben und von jeder Statt durch ganz Teutschland zween von den klügsten und gelehrtesten Männern zu sich nehmen, aus denselben ein Parlament

machen, die Stätt miteinander auf ewig vereinigen, die Leibeigenschaften samt allen Zöllen, Accisen, Zinsen, Gülten und Umgelten durch ganz Teutschland aufheben und solche Anstalten machen, dass man von keinem Frohnen, Wachen, Contribuiren, Geld geben, Kriegen, noch einiger Beschwerung beim Volk mehr wissen, sondern viel seliger als in den Elysischen Feldern leben wird. Alsdann sagt Jupiter ferner werde ich oftmals den ganzen *Chorum Deorum* nehmen und herunter zu den Teutschen steigen, mich unter ihren Weinstöcken und Feigenbäumen zu ergötzen; da werde ich den Helicon mitten in ihre Grenzen setzen und die Musen von neuem darauf pflanzen: ich werde Teutschland höher segnen mit allem Ueberfluss als das glückselige Arabia, Mesopotamiam und die Gegend um Damasco: die griechische Sprach werde ich alsdann verschwören und nur teutsch reden und mit einem Wort mich so gut teutsch erzeigen, dass ich ihnen auch endlich, wie vor diesem den Römern, die Beherrschung über die ganze Welt zukommen lassen werde.«

Ich sagte: »Höchster Jupiter, was werden aber Fürsten und Herrn darzu sagen, wenn sich der künftige Held unterstehet, ihnen das Ihrig so unrechtmässiger Weis abzunehmen und den Stätten zu unterwerfen? Werden sie sich nicht mit Gewalt widersetzen oder wenigst vor Göttern und Menschen darwider protestiren?«

Jupiter antwortet: »Hierum wird sich der Held wenig bekümmern; er wird alle Grosse in drei Theil unterscheiden und diejenige, so ohnexemplarisch und verrucht leben, gleich den Gemeinen strafen, weil seinem Schwert kein irdische Gewalt widerstehen mag, denen übrigen aber wird er die Wahl geben, im Land zu bleiben oder nicht. Was bleibt und sein Vatterland liebet, die werden leben müssen wie andere gemeine Leut, aber das Privatleben der Teutschen wird alsdann viel vergnügsamer und glückseliger sein als jetzund das Leben und der Stand eines Königs, und die Teutsche werden alsdann lauter Fabricii sein, welcher mit dem König Pyrrho sein Königreich nicht theilen wolte, weil er sein Vatterland neben Ehr und Tugend so hoch liebte, und das sein die zweite; die dritte aber, die Jaherrn bleiben und immerzu herrschen wollen, wird er durch Ungarn und Italia in die Moldau, Wallachei, in Macedoniam, Thraciam, Gräciam, ja über den Hellespontum in Asiam hineinführen, ihnen dieselbe Länder gewinnen, alle Kriegsgurgeln in ganz Teutschland mitgeben und sie alldort zu lauter Königen machen. Alsdann wird er Constantinopel in einem Tag einnehmen und allen Türken, die sich nicht bekehren oder gehorsamen werden, die Köpf vor den Hintern legen: daselbst wird er das Römische Kaiserthum wieder aufrichten und sich wieder in Teutschland begeben und mit seinen Parlamentsherren, welche er, wie ich schon gesagt habe, aus allen teutschen Stätten paarweis samlen und die Vorsteher und Vätter seines teutschen Vatterlands nennen wird, eine Statt mitten in Teutschland bauen, welche viel grösser sein wird als Manoah in America, und goldreicher als Jerusalem zu Salomons Zeiten

Digitized by Google

gewesen, deren Wäll sich dem tirolischen Gebürg und ihre Wassergräben der Breite des Meers zwischen Hispania und Africa vergleichen sol. Er wird einen Tempel hineinbauen von lauter Diamanten, Rubinen, Smaragden und Saphiren, und in der Kunstkammer, die er aufrichten wird, werden sich alle Raritäten in der ganzen Welt versamlen von den reichen Geschenken, die ihm die Könige in China, in Persia, der Grosse Mogor in den orientalischen Indien, der Grosse Tartar Cham, Priester Johann in Africa und der Grosse Czar in der Moscau schicken: der türkische Kaiser würde sich noch fleissiger einstellen, wofern ihm bemeldter Held sein Kaiserthum nicht genommen und solches dem Römischen Kaiser zu Lehen gegeben hätte.«

Ich fragte meinen Jovem, was dann die christlichen Könige bei der Sach thun wurden. Er antwortet: »Der in Engeland, Schweden und Dennemark werden, weil sie teutschen Geblüts und Herkommens, der in Hispania, Frankreich und Portugal aber, weil die alte Teutschen selbige Länder hiebevor auch eingenommen und regiert haben, ihre Kronen, Königreich und incorporirte Länder von der teutschen Nation aus freien Stücken zu Lehen empfahen, und alsdann wird, wie zu Augusti Zeiten, ein ewiger beständiger Fried zwischen allen Völkern in der ganzen Welt sein.«

GRIMMELSHAUSEN'S »SIMPLICISSIMUS«

VOR DEM PREUSSISCHEN ABGEORDNETENHAUSE

am 16. März 1876.

Eine Scene aus der »Götterdämmerung« in Berlin.

„Und bei diesen schreienden Thatsachen sollen wir noch die hergebrachte akademische Leisetreterei weiter üben und, um gute Collegen zu bleiben, der Schändung des deutschen Namens fernerhin geduldig zusehen?" *)

TH. MOMMSEN,
Mitglied der königl. Preuss. Akademie der Wissenschaften.
Ordentlicher Professor an der Universität zu Berlin.
Ritter hoher Orden pp. etc. etc. etc.

(Nach der Deutschen Allgemeinen Zeitung vom 19. März 1876.)

»Auf der Tagesordnung steht die Fortsetzung der Berathung des Cultusetats pro 1876.«

»Bei Kap. 127 verweist Abg. Schorlemer auf eine Verfügung des Cultusministers, worin eine Anzahl Bücher als Prämien für Schüler empfohlen werden, welche geeignet

*) Die obigen Worte befinden sich in einem Aufsatze Mommsen's zur »Promotionsfrage« in den preussischen Jahrbüchern, herausgegeben von H. v. Treitschke und W. Wehrenpfennig 1876. April. Heft IV. S. 351. — Einer »Erklärung der philosophischen Facultät zu Jena« gegen die in dem obigen Aufsatze gegen sie enthaltenen Angriffe Mommsen's wurde die Aufnahme in den preussischen Jahrbüchern, laut Angabe der Facultät, verweigert. Deshalb erschien diese Erklärung verspätet in dem »Anzeiger zur Jenaer Literaturzeitung« Nr. 20. 1876. Juni.

Digitized by Google

seien, eine vaterländische Gesinnung bei der Jugend zu erwecken. Unter diesen Büchern befinde sich aber eins, welches unter dem Titel »Simplicius Simplicissimus« die Geschichte eines Taugenichtses bringe, der nach langen Irrfahrten wieder auf den richtigen Weg zurückkehre. Die Darstellungen seiner Irrfahrt seien derart, dass die Würde des Hauses und die Rücksicht auf das Publikum auf den Tribünen ihn verhindere, einzelne Belagstellen daraus vorzulesen. Er würde nach § 34 der Geschäftsordnung die Frage aufstellen lassen, ob bei einer Verlesung dieser Stellen nicht die Oeffentlichkeit auszuschliessen sei. Wenn man Kindern ein solches Buch in die Hand gebe, so sei dies seelenmörderisch. Er hoffe, der Cultusminister werde eine Erklärung dagegen abgeben, dass dem Skandal ein Ende gemacht werden sollte.

Regierungscommissar Schneider:

Wenn die genannten Bücher zu Prämien empfohlen worden sind, so lag dabei selbstverständlich nicht die Absicht vor, jedes Buch auch jedem Kinde ohne weiteres in die Hand zu geben, sondern die Voraussetzung, der Lehrer werde das Buch zuvor prüfen. Was das vorliegende Buch betrifft, so kann ich die Versicherung geben, dass dessen Inhalt nochmals geprüft werden wird. Es handelt sich bei Kindern darum, dass sie die Dinge beurtheilen lernen, wie dieselben beurtheilt werden müssen, wie wir ja auch bei der Beurtheilung der Heiligen Schrift kein Bedenken tragen auf die ernstesten und tiefsten Dinge einzugehen.

Abg. Virchow:

Ich muss constatiren, dass nach meinem Gefühl der Regierungscommissar in seinen Ausführungen nicht glücklich gewesen ist. Es wäre mir angenehmen gewesen, wenn er gesagt hätte, wir haben uns geirrt. Ich bin selbst so unglücklich gewesen, das Buch auf Grund dieser Empfehlung zu kaufen und war selten so erschreckt wie beim Lesen des Inhalts desselben. Ich wusste nicht, wie ich es geheim halten sollte, damit es keinem Mitgliede meiner Familie in die Hände fiel. Hört, hört! Ich wünschte, die Regierung entschlösse sich, den betreffenden Erlass direct zurückzunehmen.*

Regierungscommissar Schneider erklärt, dass es sich nicht um die Ausgabe handle, die Hr. Virchow in die Hand bekommen habe, sondern um eine Bearbeitung desselben durch den Jugendschriftsteller Ferdinand Schmidt.

---

* Antistrophe.

»Ich muss constatiren, dass nach meinem Gefühl der Abgeordnete Virchow in seinen Ausführungen nicht glücklich gewesen ist. Es wäre mir angenehmer gewesen, wenn er, nachdem er durch den Ausdruck der Entrüstung in der deutschen Presse über sein Unrecht und seine Leichtfertigkeit aufgeklärt worden war, gesagt hätte: *ich habe mich geirrt*. Ich wünschte, Herr Professor Virchow entschlösse sich, den betreffenden Ausspruch direct zurückzunehmen und nach berichtigter Erkenntniss »rundum einzugestehen: *es ist ein Fehler gemacht*«.

Digitized by Google

Abg. Schorlemer constatirt, das fragliche Buch sei von Hugo Meyer gewesen.

Abg. Wehrenpfennig:

Keine Bearbeitung ist im Stande, den Inhalt des Buches so umzugestalten, dass dasselbe der Jugend in die Hand gegeben werden könnte. (Sehr richtig.)

Minister Falk:

Der Abg. v. Schorlemer ist von der Ansicht ausgegangen, dass ich die betreffenden Bücher selbst gelesen habe. Hoffentlich ist das nicht Ernst. Übrigens werde ich jetzt das Buch lesen, und finde ich, dass es so ist, wie man es hier geschildert hat, so werde ich rundum eingestehen: es ist ein Fehler gemacht. (Bravo!

Auf diesen Angriff des Freiherrn v. Schorlemer-Alst gegen die Bearbeitung des Simplicius von Hugo Meyer hat der letztere öffentlich eine Erklärung abgegeben, deren wesentlicher Inhalt*) das Folgende ist:

»Auf den höchst ungerechten Angriff des Herrn Abgeordneten v. Schorlemer-Alst habe ich Folgendes zu erwidern: Der jetzt etwa 200 Jahre alte Roman »Simplicius Simplicissimus« enthält anerkanntermaassen eine vortreffliche Culturschilderung aus der Zeit des Dreissigjährigen Krieges und ausserdem viele Scenen von hochpoetischer Schönheit, die leider vielfach durch Aberglauben, gelehrten Wust und Rohheit entstellt sind. Schon oft haben Schriftsteller, welche die innere Tüchtigkeit dieses Romans erkannten, denselben für die Jugend bearbeitet, so z. B. Dr. List, Professor an der Cadettenschule in München, und Dr. Lauckhard, grossherzoglich sächsischer Oberstudienrath. Aber es gelang ihnen meines Erachtens nicht, eine wirkliche Entwickelung des Helden und einen versöhnenden Abschluss zu geben. Da wurde ich vom Vorstande des Norddeutschen Volksschriftenverlags zu einer neuen Bearbeitung des Romans aufgefordert, und in dieser suchte ich ebensowohl jene Mängel zu beseitigen als auch eine künstlerische Einheit und Abrundung herzustellen. Wahrlich, mit reinem Sinne bemühte ich mich, den köstlichen Kern der »Simplicissimus«-Geschichte aus der rauhen und oft rohen Hülle für die heute lebende reifere Jugend herauszuschälen. Nach wiederholter gewissenhafter Durchsicht strich ich alles, was irgendwelchen Anstoss reinen Gemüthern erregen konnte, und gab dem Ganzen ein ernstes, sittliches Gepräge, das kein Unbefangener verkennen wird. Dass mir dies im grossen Ganzen geglückt sein muss, dafür bürgt mir die Zustimmung vieler Männer, deren sittliche Urtheilskraft ich der des Herrn Abgeordneten v. Schorlemer-Alst gleichstellen muss. Dafür bürgen mir ferner die nicht unbedeutenden Erfolge, die das Büchlein auch sonst aufzuweisen hat. Das grossherzoglich oldenburgische evangelische Oberschulcollegium hat die von jenem Volksschriftenverlage herausgegebenen Schriften, zu denen auch mein »Simplicissimus« gehört, allen untergebenen Behörden

*) Nach der Deutschen Allgemeinen Zeitung vom 23. März 1876.

Digitized by Google

empfohlen. Das königlich sächsische Cultusministerium hat nach Prüfung ebenderselben Schriften deren Empfehlung bei Gründung von Volksbibliotheken zugesagt. Endlich hat das preussische Cultusministerium ebenfalls, wie oben bemerkt, dem »Simplicissimus« seine Gunst zugewandt.

Aber den Herrn Abgeordneten v. Schorlemer-Alst scheint ganz besonders die Vorrede des Büchleins verdrossen zu haben, in der die Hauptschuld des betreffenden Krieges dem Jesuitenorden zugeschrieben wird. Darüber will ich hier nicht weiter streiten. Ich glaube mich nur nach dem Gesagten in meinem und meines Buches Interesse verpflichtet, die Behauptung des Herrn Abgeordneten, dasselbe enthalte eine Reihe von Obscönitäten, für unwahr zu erklären und zu behaupten, dass dasselbe nicht irgendwelche Stellen enthalte, die den Vorwurf der Unsittlichkeit verdienen.

Ich bedauere sehr, dass der Culturkampf den Herrn Abgeordneten v. Schorlemer-Alst zu so unberechtigten Angriffen hingerissen hat, und bitte schliesslich die hochgeehrten Redactionen, diese Erklärung in ihre Zeitungen aufzunehmen.«

Gegen Herrn Professor Virchow direct wendet sich Herr Ernst Schubert in der Berliner Börsenzeitung*) mit folgenden Worten:

»Komm her, du alter Hans Jakob Christoffel v. Grimmelshausen, und vertheidige dich. Denn hochnothpeinlich bist du angeklagt, einen Skandal schelten sie deine Schriften, und Leichtsinn nennen sie es, solche zu kaufen und zu lesen. Freilich, Alter, das muss auch ich sagen: in die Schulen gehörst du nicht, sowie du hier vor mir stehst, gekleidet in ein zerschlissen Landsknechtswams und die Lippe gekräuselt vom kecken Lächeln des Galgenhumors. Nein, willst du in unsern Schulen, den Stätten ehrbarer Zucht, deine Aufwartung machen, dann musst du dich schon demüthiger gebaren, sänftlich die Augen zu Boden schlagen und ein keusches Mäntelchen über deine Blössen hängen. Denn der Jugend, die ein offen Herz hat für das Böse wie für das Gute, frommt nicht, die Dinge zu sehen, wie sie sind; ihr sollen wir das Hässliche verbergen und nur das Schöne zeigen, und darum haben diejenigen recht, welche verlangen, dass namentlich du vor ihr erscheinst säuberlich gereinigt von allen den Schlacken, welche dir, du alter »Landstörtzer«, anhaften.

Aber thun sie doch so, als seiest du überhaupt ein übler Kumpan, nicht werth, in guter Gesellschaft geduldet zu werden! Und wer ist es, der also sich geberdet? Nicht blos jene muffige Gesellschaft, welcher schon du — es sind so beiläufig 200 Jährchen darüber hinweggegangen — trotzig den Fehdehandschuh hinwarfst, nicht blos die Knechte des römischen Hohenpriesters, nein, auch die Leuchten der Aufklärung, auch die Virchow und Wehrenpfennig weisen dich schnöde von sich!

*) Abgedruckt in der Deutschen Allgemeinen Zeitung vom 23. März 1876.

Ist es nur möglich?! Rudolf Virchow, der Herausgeber der gemeinverständlichen wissenschaftlichen Vorträge, dieses literarischen Unternehmens, dem man Wunders welchen Einfluss auf die Bildung des Volkes nachrühmt, Rudolf Virchow findet zur Würdigung des »Simplicius Simplicissimus« kein anderes Wort als den Ausdruck des Bedauerns, die paar Groschen für das Buch fortgeworfen zu haben! Rudolf Virchow ist der berühmtesten einer unter den deutschen Männern und meine Wenigkeit ein unbekannter Scribent, wie sie zu Dutzenden im Lande umherlaufen; aber bei allem Respect vor der Grösse der pathologischen Wissenschaft steh' ich nicht einen Augenblick an zu erklären, dass der hochgelahrte Mann durch die Abgabe des nackten schnöden Urtheils über den »Simplicissimus« sich unsterblich blamirt hat.

Ein Freund erst musste ihm das Buch empfehlen, sonst hätte er's wohl nie gelesen, und als er dann beim flüchtigen Durchblättern auf ein paar Stellen stiess, wo mittelalterliche Rohheit zum ungeschminkten Ausdrucke kommt, da packte ihn der sittliche Abscheu, und er »secretirte« das Buch vor seiner Familie. Mit welchen Augen er doch gelesen haben mag! Nur das Unsittliche, nur das Obscöne hat er gefunden, von dem köstlichen Duft echter Poesie, von welchem der »Simplicissimus« an mehr denn tausend Stellen durchweht wird, ist ihm nicht die leiseste Ahnung geworden!

Komm, Trost der Nacht, o Nachtigall!
Lass deine Stimm' mit Freudenschall
Auff's lieblichste erklingen u. s. w.

Ja, auch diese Strophen sind aus dem »Simplicissimus«, aber bis dahin ist Herr Virchow nicht gekommen, denn das herrliche Lied steht ja erst im siebenten Capitel, und lange vorher nöthigte ihn der sittliche Abscheu, das Buch zu »secretiren«. Secretiren — mir gruselt's bei dem Worte, das in diesem Munde einen so unangenehmen medicinischen Anstrich hat. Secretiren — wohin barg er nur das Buch? Ach, ich ahne: der unglückselige »Simplicissimus«, der da die frische Luft der Heide und des Waldes athmet, er ward zu jenen abscheulichen medicinischen Büchern ins Gefängniss gesteckt, die gleichfalls die Rücksicht auf die Familie zum Secretirtwerden verdammt hat. Ich weiss nicht, was für Sprösslinge den Ehebund des Herrn Virchow beglücken, und wenn sein Töchterlein und sein junger Herr Sohn noch die Schule besuchen, so hat er recht, ihnen den »Simplicius Simplicissimus« vorzuenthalten; aber einem erwachsenen Sohne, einer erfahrenen Frau würde ich ohne Anstand das Buch in die Hand geben, nachdem ich ihnen vielleicht vorher einige Worte der Erklärung gesagt. Man muss freilich seine Leute kennen und wissen, ob sie die sittliche Reife besitzen, die Dinge mit unbefangenem Auge zu betrachten; eine unreine Phantasie entzündet sich allerdings, wie das schon in der Landtagsdebatte hervorgehoben worden, auch an den Darstellungen der Bibel.

Digitized by Google

Aber was mich mehr empörte als die Thatsache, dass ein paar prosaische Köpfe ihren Mangel an poetischem Verständniss vor versammeltem Abgeordnetenhause öffentlich proclamirten, war der Umstand, dass unter all den Erwählten des Volkes sich nicht Einer fand, der aufgesprungen wäre: »Oho, ihr Herren, geht mir mit dem »Simplicissimus« nicht zu hart um! Scheltet ihn, dass er in seinem unhöflichen Gewand sich in die Schule gedrängt, aber sonst lasst mir den alten geradredigen Kumpan in Ruhe!«

Aber nicht Einer erhob sich, und selbst unter den Agrariern fand sich niemand, der dem begeisterten Lobsinger des Bauernstandes das Wort geredet hätte:

Du sehr verachter Baurenstand,
Bist doch der beste in dem Land,
Kein Mann dich gnugsam preisen kan,
Wann er dich nur recht sihet an u. s. w.

Ach, nicht Eine Hand, nicht Ein Mund regte sich zur Vertheidigung des misshandelten »Simplicius«. Woher es wohl kam? Ei, wer wird sich zum Vertheidiger eines Unbekannten aufwerfen? Denn es ist eine ebenso traurige als unumstössliche Thatsache, dass der »Simplicius Simplicissimus«, der älteste deutsche Nationalroman, dem deutschen Volke so gut wie unbekannt ist. Dass er in seiner ursprünglichen Gestalt nicht Gemeingut aller werden konnte, ist freilich erklärlich genug; die Sittenverwilderung des Dreissigjährigen Krieges spiegelt sich in ihm gar zu deutlich wieder, aber die Gebildeten der Nation sollten das Werk wie ein Schatzkästlein hüten und ehren. Leider jedoch ist auch ihnen selbst der Name des Autors, des Schultheissen Hans Jakob Christoffel v. Grimmelshausen zu Renchen im jetzigen Grossherzogthum Baden, fast fremd. Aber statt jeder Apologie des Verkannten oder vielmehr Nichtgekannten will ich mich auf das Zeugniss von Heinrich Kurz, dem berühmten Literarhistoriker, berufen. Nachdem er an Grimmelshausen eine doppelte Seite der Poesie unterschieden, eine künstlerische und eine volksthümliche, erkennt er der letztern die Palme zu. »Die Simplicianischen Schriften (die volksthümlichen)« sagt er, »unterscheiden sich von den gelehrten oder kunstmässigen durch den heitern Geist und den frischen Humor, der sie belebt und den wir bei seinen Zeitgenossen, Logau und Schuppius ausgenommen, vergeblich suchen würden. Aber auch bei diesen tritt er nicht so entschieden hervor, während er bei Grimmelshausen in der liebenswürdigsten Reinheit erscheint. Dieser Humor, der so ganz deutsch ist, verbindet sich auf die schönste Weise mit der volksthümlichen Haltung in Sprache und Darstellung .... Endlich zeichnet sich seine Darstellung durch eine seltene rhetorische Kraft sowie durch grossen Gedankenreichthum aus, den er nicht blos seiner ausgebreiteten Gelehrsamkeit, sondern ganz vorzüglich seiner scharfen Beobachtungsgabe und der daraus hervorgehenden tiefen Welt- und Menschenkenntniss verdankte.«

Digitized by Google

Das ist der Christoffel v. Grimmelshausen, dessen »Simplicissimus« nach Hrn. v. Schorlemer-Alst eine Reihe von Obscönitäten enthält, dessen Buch Hr. Virchow »so leichtsinnig« gewesen zu kaufen, den zu secretiren er sich die grösste Mühe gegeben. Virchow im Bunde mit Hrn. v. Schorlemer — *risum teneatis, amici!* Der letztere hat vielleicht durchaus recht; er spricht lediglich von der Bearbeitung, die in den Schülerbibliotheken Aufnahme gefunden, und wir können nicht wissen, ob jene nicht möglicherweise recht ungeschickt gemacht ist. Aber Virchow, der grosse, der berühmte Mann der Wissenschaft, der kurzweg einen der edelsten Geister der deutschen Nation »secretirt«! Da sammeln sie eben Spott und Hohn auf das Haupt eines Hallenser Professors, der sich ein paar werthlose Scherben als moabitische Alterthümer aufbinden liess, — was aber will das sagen gegenüber der beschämenden Thatsache, dass ein Professor der Berliner Universität, ein Mann, bekleidet mit den höchsten akademischen Ehren, einen genialen deutschen Dichter, ein leuchtendes Gestirn der deutschen Literatur wie einen Trossbuben behandelt!

»Erschreckt« ist Hr. Virchow über das Buch — gewiss, wer die Gräuel des Dreissigjährigen Krieges aus eigener Anschauung malte, der konnte nicht eitel lachenden Spinat auf die Leinwand klecksen, er musste häufig grau zu grau mischen, wollte er eben ein getreues Conterfei entwerfen. Und getreu sind diese erschrecklichen Kriegsscenen gezeichnet, wie andererseits das bürgerliche Leben nach der Zeit des Dreissigjährigen Krieges in dem »Vogelneste« seine zutreffende Charakteristik gefunden hat. Das »Vogelnest« — na, hätte er diese schreckliche Geschichte oder hätte er gar die »Courage« gelesen, das Secretiren wäre dem Herrn Secretarius noch lange nicht genug gewesen! Aber er hat sie nicht gelesen, er hat überhaupt gar nichts vom braven Christoffel gelesen, sondern ein flüchtiges Durchblättern des »Simplicissimus« — wie etwa ein Tertianer einen Roman nach »pikanten Stellen« untersucht — genügte ihm, die moralische Abscheulichkeit des Dichters zu erkennen. Von dem köstlichen Humor, von dem tiefen Gemüth, das seine poetischen Arabesken um das ganze Buch schlingt, ist der kurzsichtige Secretarius nicht das mindeste gewahr geworden, und so entging ihm denn auch die hübsche kleine Wahrnehmung, dass wir im Christoffel v. Grimmelshausen eigentlich den Urvater des »Robinson« vor uns haben, denn zu einer Zeit, da Daniel Defoe noch nicht geboren war, erzählte unser deutscher Dichter schon von den seltsamen Abenteuern, die Simplex auf der wüsten Insel erlebte.

Hätte er doch nur wirklich den guten Christoffel gelesen, der Herr Professor, dann würde er begriffen haben, weshalb den Römlingen daran gelegen war, einmal jenem am Zeuge zu flicken. Simplex bekennt sich allezeit als einen Feind der Pfaffen und des römischen Zwingherrn, und begeisterte Apologien hat er für den »deutschen Helden«, unter welchem wir niemand anders als Martin Luther zu verstehen haben. Das ist

Digitized by Google

es, weshalb unsere Ultramontanen den »Simplicissimus« mit ihrem Hasse verfolgen, und deshalb spähten sie nach einer Blösse, um ihm die Lanze in die Seite zu rennen. Dass ein Virchow ihnen als Schildknappe beisprang, und so ganz unberufenerweise! Denn noch einmal: Darin mag gefehlt worden sein, dass man einer schlechten Bearbeitung des »Simplicissimus« Eingang in die Schule gewährte, aber mit Anerkennung dieser Thatsache zugleich über die ganze unvergleichliche Dichtung den Stab zu brechen, das, Hr. Virchow, war mehr als »leichtsinnig«, war empörend. Wenn es hier etwas zu »secretiren« gab, dann, Herr Professor, war es — Ihre umfassenden Kenntnisse auf allen nur möglichen Gebieten der Forschung in Ehren — die crasse Unwissenheit, die Sie in diesem concreten Falle documentirten. Und halten Sie Ihr Vergehen nicht für einen geringfügigen Irrthum! Das Andenken eines grossen Dichters verunglimpfen, welcher die tiefe Zerfahrenheit seines Volkes auf das schmerzlichste beklagte und das arme geschändete deutsche Vaterland wie keiner seiner Zeitgenossen in warmem, liebeglühendem Herzen trug, mit prophetischem Blicke ihm eine bessere glückliche Zukunft prophezeiend, — das Andenken dieses edeln Patrioten beschimpfen, ist Heiligthumsschändung.

Und nun wende ich mich wieder zu dir, mein stolzer, herrlicher Christoffel v. Grimmelshausen! Ich glaube gar, du lachst mich aus, dass ich mich deinetwegen so echauffirt! Ach, du weisst nicht, wie hoch im Preise im heutigen Deutschland die Professorenweisheit steht, weisst nicht, dass Tausende von gutmüthigen Menschen blindlings dem Glauben schenken, was so ein knasterbärtiger berühmter Mann mit sauerer Miene daherknurrt! Das aber ist es, was mich ärgert, und deshalb wollte ich, da sie dir, meinem lieben Freunde, zu Leibe gehen, auch mit meiner bescheidenen Meinung nicht zurückhalten, mich der Hoffnung getröstend, dass unter denen, die diese Zeilen lesen, sich auch etliche finden werden, die auch mir vertrauen und die es nunmehr gelüstet, dich selber kennen zu lernen, auf dass sie erfahren, welch ein prächtiger, heiterer Kumpan du im Grunde bist. Und nun wandere wieder zurück zu deinem Ehrenplatze im Bücherschranke. Denn nach langen trüben Tagen blinzelt heute wieder einmal die Sonne lustig über das Land. Ins Freie will ich gehen, und wenn ich ein grünes Reis finde, ich bringe es heim, dir zum Schmucke.«

Ernst Schubert.

Im Kirchenbuche zu Renchen, wo Grimmelshausen als Amtsschultheiss starb, befindet sich folgende Angabe über seinen Tod:

»*Anno* 1676 17. *Augusto obiit in Domino Honestus et magno ingenio et eruditione Joannes Christophorus von Grimmelshausen practor hujus loci et quamvis ob tumultus belli nomen militiae dederit et pueri hinc inde dispersi fuerint, tamen hac casu omnes convenerunt, et parens sācto sacramento Eucharistiae pie munitus obiit et sepultus est, cujus anima requiescat in pace.*«

Chor der Eumeniden.

Kein noch so hohes Verdienst um die Wissenschaft und nicht der höchste Ruhm verleihen ein Recht, das literarische Pietätsgefühl eines Volkes leichtfertig zu verletzen!»*

Epilog.

*Scripsi haec homo Germanus more et libertate Germanica quae quo major est, hoc plus fidei conciliat ingenuitati philosophantium.***

F. Zöllner.

Leipzig, den 20. August 1876.

---

* Vgl. F. Zöllner, Über die Natur der Cometen. Beiträge zur Geschichte und Theorie der Erkenntniss. Seite LXIV. 2. Auflage mit einem Nachwort «Zur Abwehr». Leipzig 1872.

**) J. Kepler, *Harmonice mundi. Admonitio ad bibliopolas exteros*, 1621. Ed. Frisch. Tom. V. p. 8.

Druckfehler.

S. X. 5. Zeile von unten lies: „hätte zur Erde fallen sehen“ statt „hätte zur Erde hätte fallen sehen“.
XXXVIII. 17. Zeile von oben lies: „[illegible]“ statt „[illegible]“.
[illegible] 2 [illegible] unten [illegible] „Anno 1676“ statt „Anno 1776“.
[illegible] [illegible] „[illegible]“ statt „[illegible]“.
[illegible] [illegible] „[illegible]“ statt „Promotionsfrage“.

Druck von Breitkopf und Härtel in Leipzig.

Digitized by Google

Verlag von **Wilhelm Engelmann** in Leipzig.

Grundzüge einer allgemeinen Photometrie des Himmels von **J. C. F. Zöllner.** Mit fünf Kupfertafeln. 1861. 4°. Preis 6 Mark.

Im ersten Theile dieser Schrift werden die Principien, auf denen die gesammte Photometrie beruht, sowohl vom physiologischen als auch vom physikalischen Gesichtspunkte, einer genaueren Betrachtung unterworfen und namentlich untersucht, in wie weit die von verschiedenen Beobachtern erhaltenen Resultate eine allgemeine Vergleichbarkeit zulassen.

Der zweite Theil enthält eine ausführliche Beschreibung des Astrophotometers und Colorimeters. Durch zahlreiche Beobachtungen an künstlichen Sternen wird die Zuverlässigkeit und Bequemlichkeit des Instrumentes bewiesen, und am Schlusse sind verschiedene Methoden angegeben, um die von Punkten und Flächen ausgesandten Lichtmengen zu vergleichen und die Helligkeit von Nebelflecken oder Cometen photometrisch zu bestimmen.

Es ist eine Methode angegeben, nach welcher sich jeder Beobachter von der besonderen Art und Weise, wie sein Auge gegen Licht- und Farbenunterschiede reagirt, Rechenschaft geben und die erwähnten Eigenschaften seines Auges quantitativ bestimmen kann.

Der dritte Theil enthält einen Katalog von 226 photometrisch und zum Theil auch colorimetrisch bestimmten Fixsternen der ersten bis fünften Grösse nebst einer Copie der dazu benutzten 2212 Originalbeobachtungen, welche sich auf 43 Nächte vertheilen.

Photometrische Untersuchungen mit besonderer Rücksicht auf die physische Beschaffenheit der Himmelskörper von **J. C. F. Zöllner.** Mit sieben Tafeln. 1865. gr. 8°. Preis 9 Mark.

Der erste Theil dieser Schrift enthält eine vergleichende Kritik von **Lambert's** und **Bouguer's** Principien der Photometrie.

Zweiter Theil: Theorie der relativen Lichtstärke der Mondphasen. Es wird gezeigt, dass mit Berücksichtigung der Erhebungen auf der Mondoberfläche und des durch sie erzeugten Schattenwurfes eine einfache Formel für die von den einzelnen Mondphasen reflectirten Lichtmengen abgeleitet werden kann, welche sich vollkommen befriedigend den Beobachtungen anschliesst.

Dritter Theil: Methode und Resultate der Beobachtungen. Es wird das Helligkeitsverhältniss der Sonne zum Monde und allen äusseren Planeten in mittlerer Opposition bestimmt, hieraus werden die lichtreflectirenden Kräfte ihrer Oberflächen abgeleitet und die Werthe derselben mit den analogen Eigenschaften irdischer Körper verglichen.

Ueber die universelle Bedeutung der mechanischen Principien. Academische Antrittsvorlesung, gehalten am 15. December 1866 in der Aula der Universität zu Leipzig von **J. C. F. Zöllner.** gr. 8°. Preis 75 Pf.

Die Physik des Himmels und die zu ihrer Cultivirung nothwendigen physikalischen Methoden, namentlich die Photometrie und Spectralanalyse werden von einem allgemeineren historischen Standpuncte als nothwendige Entwickelungsphasen in der fortschreitenden Erkenntniss des Universums dargestellt. Es wird versucht, das Princip von der Erhaltung der Kraft als eine logische Consequenz des Causalitätsgesetzes abzuleiten.

Ueber die Natur der Cometen. Beiträge zur Geschichte und Theorie der Erkenntniss von **J. C. F. Zöllner.** Mit zehn Tafeln. 2te Auflage mit einem Nachwort „zur Abwehr." 1872. gr. 8. 10 Mark.

Die Tendenz dieser Schrift, welche bei Gelegenheit der Feier des 300jährigen Geburtstages von Kepler (am 27. Dec. 1871) verfasst wurde, ist eine allgemeinere als der Titel andeutet.

Die Vorrede p. I — L,XXII wendet sich u. A. polemisch gegen Missbräuche, welche aus einer Ueberwucherung populärer Vorlesungen in unsrer Zeit entstanden sind.

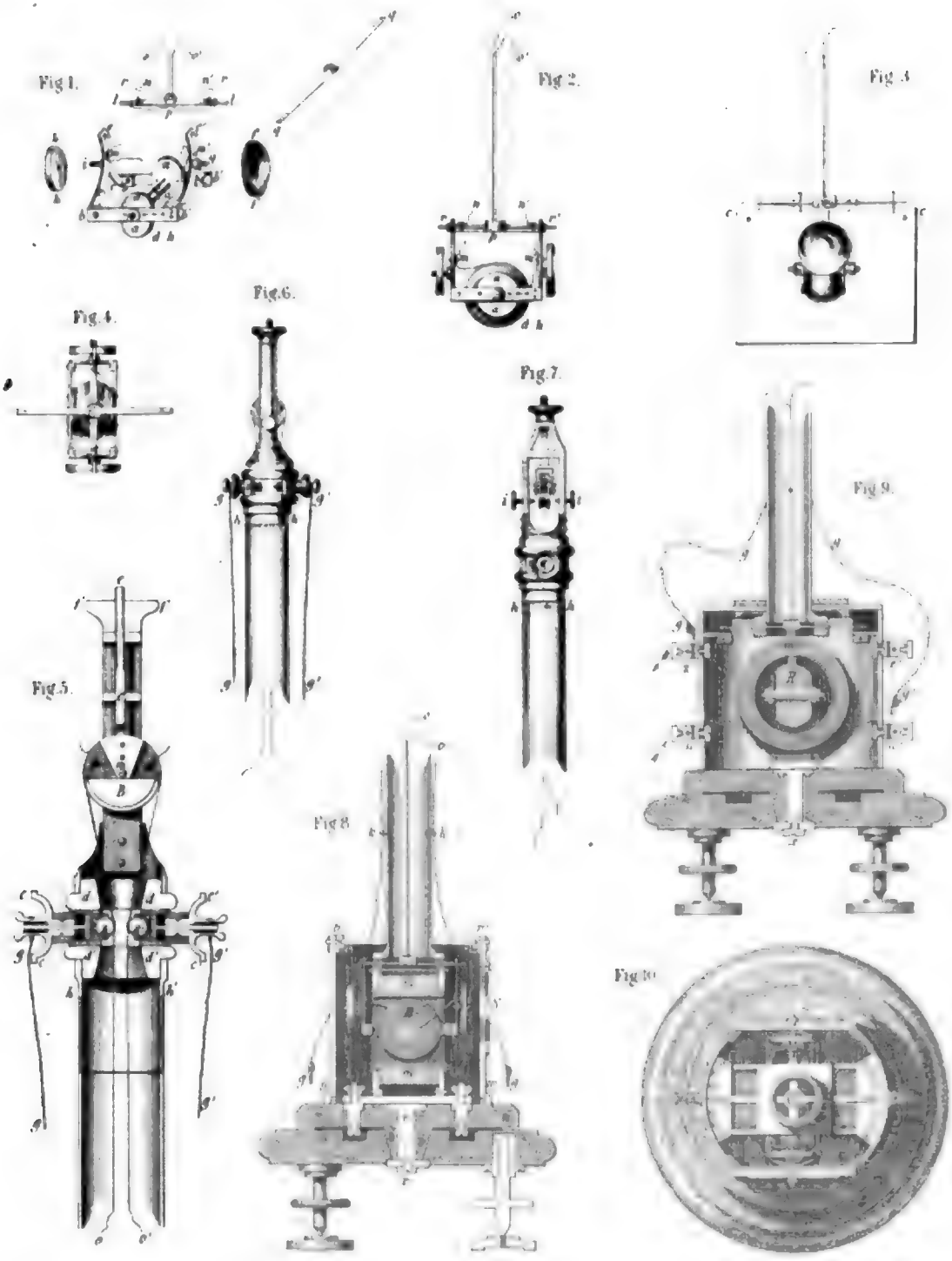
Der erste Theil enthält einen Wiederabdruck der beiden fundamentalen Abhandlungen von Olbers (1812) und Bessel (1836) über die physische Beschaffenheit der Cometen.

Der zweite Theil handelt über die Stabilität kosmischer Massen und die physische Beschaffenheit der Cometen.

Der dritte Theil ist polemisch- didactischer Natur und enthält unter dem Titel: »John Tyndall's Cometentheorie — Studien im Gebiete der Psychologie und Erkenntnisstheorie« eine psychologische Theorie derjenigen Mängel und Gebrechen, welche bereits in der Vorrede angedeutet waren.

Der vierte Theil »Aphorismen zur Geschichte und Theorie der Erkenntniss« ist der umfangreichste und beweist u. A. durch wörtliche Citate umfangreiche Stellen aus Kant, Schopenhauer auf der einen, Helmholtz, Dove, Hansen, Wallace u. A. auf der anderen Seite, dass sehr viele Resultate unserer exacten Wissenschaften fast in wörtlicher Uebereinstimmung von philosophischen Schriftstellern anticipirt worden sind.

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 2.

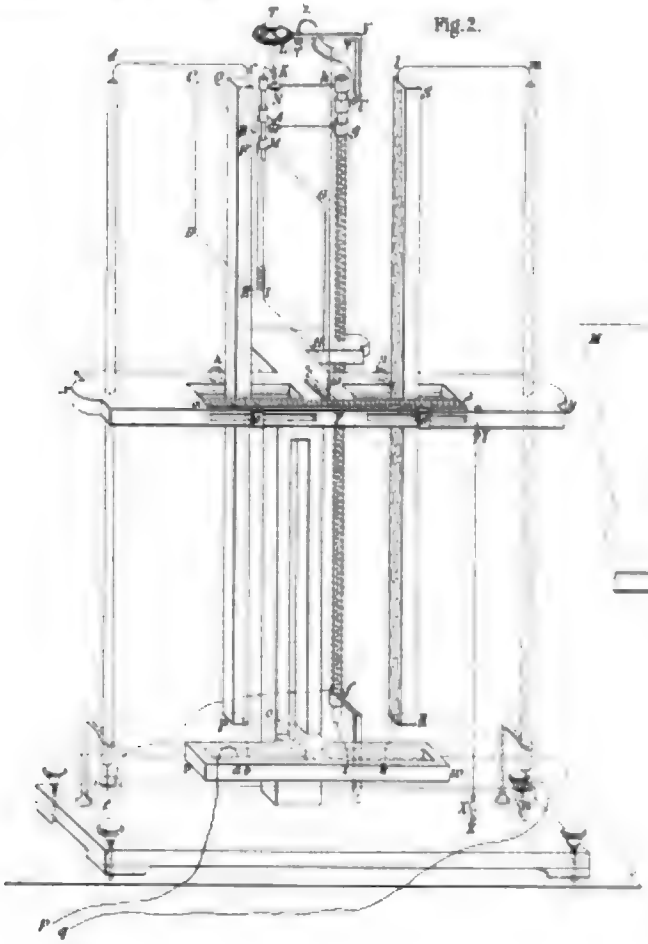


Fig. 4.

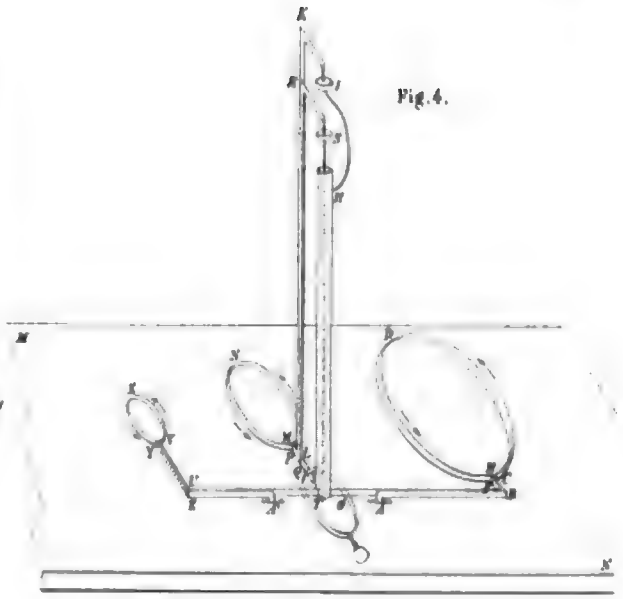


Fig. 3.

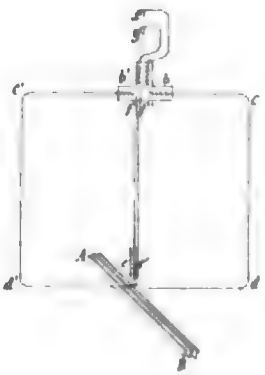
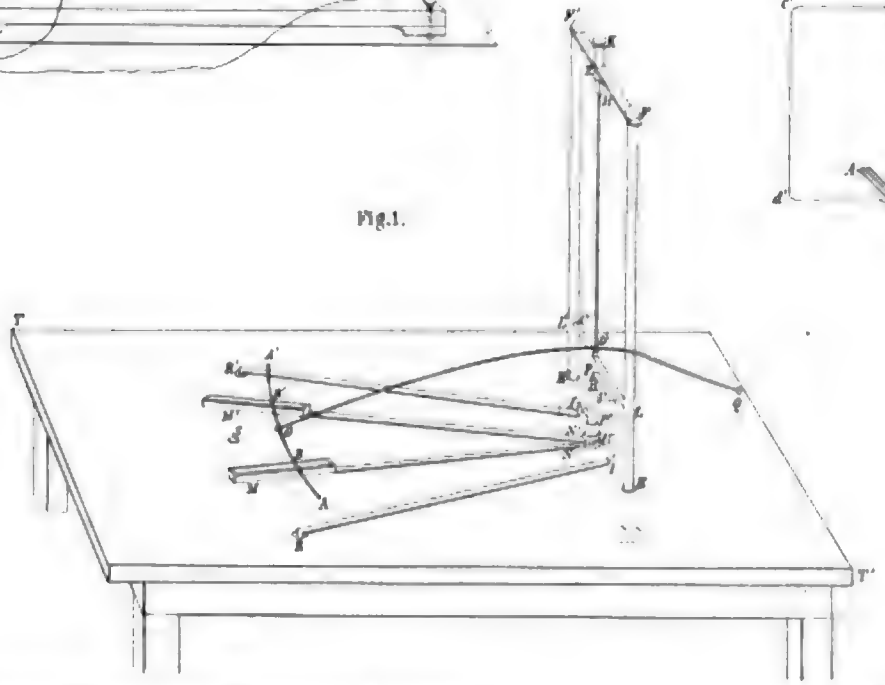


Fig. 1.



Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 1

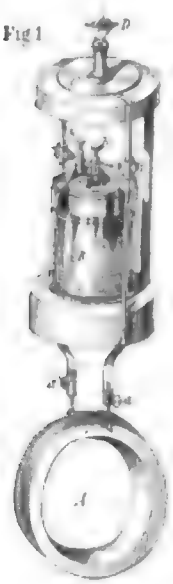


Fig. 2.

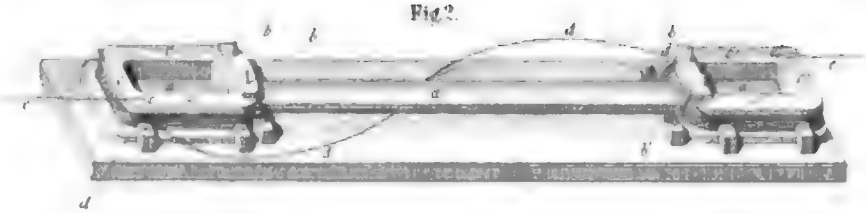


Fig. 5.

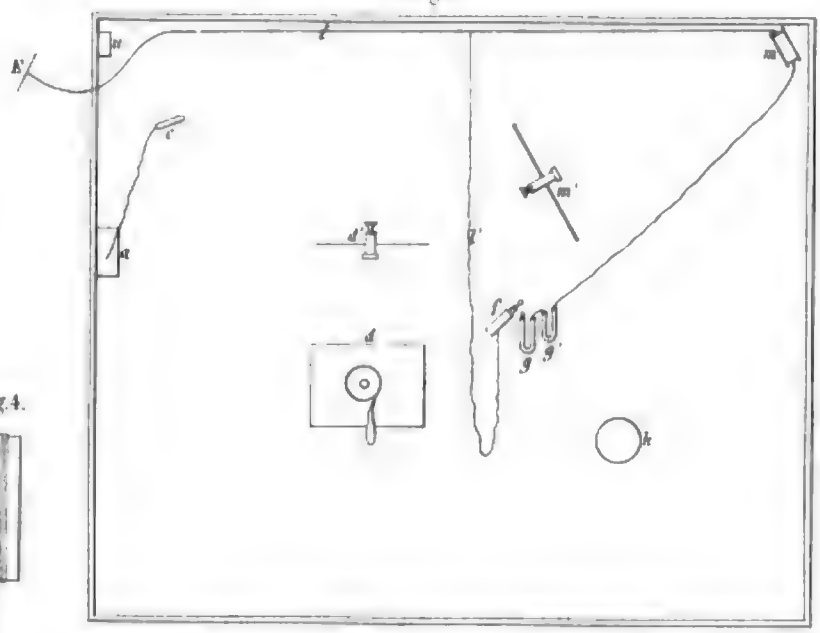


Fig. 4.

Fig. 6.

Fig. 7.

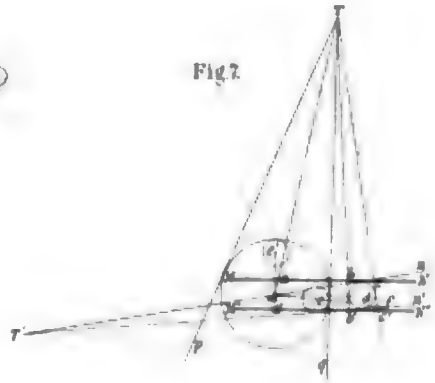
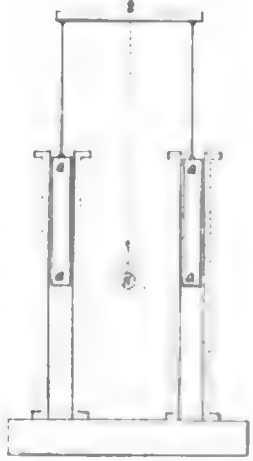


Fig. 3.



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

DEC 26 1946

Digitized by Google